

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOHAMMED EL BACHIR EL IBRAHIMI -BORDJ BOU ARRERIDJ

Faculté des Sciences et de la technologie

Département : Sciences et techniques

Polycopié de Cours
PHYSIQUE 2
« Electricité et magnétisme »

Présenté par :

Dr. BENAMRANI AMMAR

Année universitaire : 2018/2019

Préface

Ce polycopié de cours de physique 2 a été rédigé à l'intention des étudiants inscrits en première année filière Sciences et techniques ou Sciences de la matière (SM). Il est conforme au programme officiel du système LMD.

Le présent polycopié est réparti en cinq chapitres :

- Rappels mathématiques
- Electrostatique
- Les conducteurs en équilibre électrostatique
- Electrocinétique
- Magnétisme

Dans le premier chapitre, on rappelle les expressions des éléments de surface et de volume dans les systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques ainsi que les vecteurs déplacements suivis par des exemples d'application sur le calcul des surfaces ou des volumes en se basant sur les intégrales multiples.

Le deuxième chapitre touche les notions de base en électrostatique, comme la charge électrique, le champ électrique, le potentiel électrique et la force électrique. Dans ce chapitre on expose les théories ou les principes qui nous permettent de calculer le champ ou le potentiel électriques pour une distribution continue ou discrète de charges électriques. En plus, on rappelle l'expression du champ et du potentiel électrique créés par un dipôle électrique en un point éloigné du dipôle électrique. On termine ce chapitre par énoncer un théorème important en électrostatique (théorème de Gauss) qui permet de calculer le champ électrostatique pour une distribution continue de charges et pour un système ayant une symétrie bien définie.

Le troisième chapitre est consacré aux conducteurs en équilibre électrostatique. On rappelle quelques propriétés des conducteurs en équilibre électrostatique et le champ électrique au voisinage immédiat d'un conducteur en équilibre (théorème de Coulomb). On expose également les phénomènes d'influence totale et partielle d'où le premier trouve son application dans les condensateurs particulièrement. On termine ce chapitre par des rappels sur les condensateurs, leur association et les capacités des condensateurs plan, cylindrique et sphérique.

Le quatrième chapitre est dédié à l'étude du courant électrique et de définir les dipôles électriques (résistances, source de tension, source de courant, etc..) rencontrés souvent dans les circuits électriques et finalement rappeler la loi d'Ohm et les lois de Kirchhoff.

Préface

Dans le dernier chapitre, on rappelle quelques concepts de base en magnétisme comme le champ magnétique, la force magnétique, l'induction magnétique et le dipôle magnétique.

On rappelle également quelques lois connues en magnétisme comme la loi de Biot et Savart et la loi de Faraday.

Chaque chapitre est suivi par quelques exercices d'application avec ou sans solution.

J'espère que le présent manuscrit servira de support pédagogique aux étudiants de première année LMD filières ST et SM.

Liste des figures

Liste des figures

Figure I.1	<i>Elément de volume en coordonnées cartésiennes</i>	04
Figure I.2	<i>Vecteur position en coordonnées cylindriques</i>	04
Figure I.3	<i>Elément de volume en coordonnées cylindriques</i>	06
Figure I.4	<i>Vecteur position en coordonnées sphériques</i>	06
Figure I.5	<i>Elément de volume en coordonnées sphériques</i>	08
Figure II.1	<i>Expérience d'électrisation</i>	11
Figure II.2	<i>Attraction et répulsion suite à l'électrisation</i>	12
Figure II.3	<i>Forces d'attraction de Coulomb</i>	13
Figure II.4	<i>Champ électrique créé par un fil</i>	15
Figure II.5	<i>Ligne de champ</i>	17
Figure II.6	<i>Lignes de champ créées par une charge ponctuelle</i>	17
Figure II.7	<i>Charge ponctuelle dans un repère cartésien</i>	19
Figure II.8	<i>Champ électrique créé par un ensemble de charges</i>	20
Figure II.9	<i>Surfaces équipotentiels</i>	22
Figure II.10	<i>Système de charges et énergie électrostatique</i>	23
Figure II.11	<i>Dipôle électrique</i>	23
Figure II.12	<i>Potentiel créé par un dipôle électrique en un point éloigné</i>	24
Figure II.13	<i>Flux du champ à travers une surface</i>	26
Figure II.14	<i>Surface de Gauss</i>	27
Figure II.15	<i>Variation du champ et du potentiel électriques pour une sphère chargée en surface</i>	30
Figure II.16	<i>Surface de Gauss pour un conducteur cylindrique</i>	31
Figure III.1	<i>Conducteur sphérique en équilibre électrostatique</i>	43
Figure III.2	<i>Surface de Gauss pour démontrer le théorème de Coulomb</i>	44
Figure III.3	<i>Variation du champ électrique au voisinage de la surface d'un conducteur en équilibre</i>	45
Figure III.4	<i>Phénomène de l'influence partielle</i>	46
Figure III.5	<i>Phénomène de l'influence totale</i>	47
Figure III.6	<i>Schéma d'un condensateur plan</i>	48
Figure III.7	<i>Schéma d'un condensateur cylindrique</i>	49
Figure III.8	<i>Schéma d'un condensateur sphérique</i>	51
Figure III.9	<i>Condensateurs en série</i>	52

Liste des figures

Figure III.10	Condensateurs en parallèle	53
Figure IV.1	Groupement des résistances en série	60
Figure IV.2	Groupement des résistances en parallèle	61
Figure IV.3	Source de tension	62
Figure IV.4	Source de courant	63
Figure IV.5	Schéma équivalent d'une source de courant.....	63
Figure IV.6	Schéma équivalent d'un récepteur	64
Figure V.1	Lignes de champ autour d'un aimant	70
Figure V.2	Règle de la main droite pour déterminer le sens de la force magnétique	70
Figure V.3	Mise en évidence de la force de Laplace	71
Figure V.4	L'induction magnétique et le courant induit	72
Figure V.5	Champ magnétique élémentaire créé par un courant élémentaire	73
Figure V.6	Champ magnétique créé par une spire	74
Figure V.7	Dipôle magnétique	76
Figure V.8	Champ magnétique créé par un dipôle magnétique	77

Sommaire

Sommaire

Préface	(1)
---------------	-----

Chapitre I : Rappels mathématiques

I.1) -Introduction.....	(3)
I.2) -Les coordonnées cartésiennes	(3)
I.2.1.) –Vecteur position et vecteur déplacement.....	(3)
I.2.2) –Elément de surface et élément de volume	(3)
I.3) -Les coordonnées cylindriques	(4)
I.3.1) –Vecteur position et vecteur déplacement.....	(4)
I.3.2) –Elément de surface et élément de volume	(5)
I.4) -Les coordonnées sphériques	(6)
I.4.1) –Vecteur position et vecteur déplacement.....	(6)
I.4.2) –Elément de surface et élément de volume	(8)
I.5) - Applications.....	(8)

Chapitre II : Electrostatique

II.1)-Introduction.....	(10)
II.2)- Notion de la charge ponctuelle	(10)
II.3)- Expérience d'électrisation	(11)
II.3.1) Première expérience	(11)
II.3.2) Deuxième expérience	(11)
II.4)- Conservation de la charge électrique	(12)
II.5) Distribution des charges électriques	(12)
II.6) La loi de Coulomb	(13)
II.7) Champ électrostatique	(14)
II.7.1) Champ créé par une charge ponctuelle	(14)
II.7.2) Champ créé par un ensemble de charges	(14)

II.7.3) Champ créé par une distribution continue de charges électriques	(15)
II. 7.3.1) Distribution linéique.....	(15)
II.7.3.2) Distribution surfacique.....	(16)
II.7.3.3) Distribution volumique.....	(16)
II.8) Lignes de champ	(17)
II.9) Potentiel électrostatique	(18)
II.9.1) Circulation de champ électrique pour une charge ponctuelle	(18)
II.9.2) Potentiel électrostatique créé par une charge ponctuelle	(19)
II.9.3) Potentiel électrostatique créé par un ensemble de charges ponctuelles	(20)
II.9.4) Potentiel électrostatique créé par une distribution continue de charges.....	(21)
II.10) Surface équipotentielle	(21)
II.11) Energie électrostatique d'un système à plusieurs charges.....	(22)
II.12) Dipôle électrique	(23)
II.12.1) Définition	(23)
II. 12.2) Potentiel électrique créé par un dipôle électrique	(24)
II.12.3) Champ électrique produit par un dipôle électrique	(25)
II.12.4) Energie électrostatique d'un dipôle	(25)
II.13) Flux électrostatique produit par un champ électrique	(26)
II.14) Théorème de Gauss	(27)
II.14.1) Enoncé du théorème	(27)
II.14.2) Exemples d'application	(28)
II.14.2.a) Champ électrique créé par une sphère creuse	(28)
II.14.2.b) Champ électrique créé par un cylindre infini uniformément chargé	(30)
Exercices	(33)

Chapitre III : Les conducteurs à l'équilibre électrostatique

III.1) Introduction.....	(42)
III.2) Propriétés d'un conducteur en équilibre	(42)
III.3) Capacité d'un conducteur isolé.....	(43)
III.4) Champ au voisinage immédiat d'un conducteur (théorème de Coulomb).....	(44)
III.4.1) Enoncé du théorème de Coulomb	(45)
III.5) Pression électrostatique	(46)
III.6) Phénomènes d'influence	(46)
III.6.1) Influence partielle	(46)
III.6.2) Influence totale	(47)
III.7) Les condensateurs	(47)
III.7.1) Définition	(47)
III.7.2) Capacité d'un condensateur	(48)
III.7.3) Capacité d'un condensateur plan	(48)
III.7.4) Capacité d'un condensateur cylindrique.....	(49)
III.7.5) Capacité d'un condensateur sphérique	(51)
III.7.6) Association des condensateurs	(52)
III.7.6.1) Association en série	(52)
III.7.6.2) Association en parallèle	(53)
III.7.7) Energie stockée par un condensateur	(54)
Exercices	(55)

Chapitre IV: Electrocinétique

IV.1) Introduction	(58)
IV.2) Le courant électrique	(58)
IV.3) Densité de Courant électrique	(58)
IV.4) Loi d'Ohm	(59)
IV.5) Effet Joule	(59)

IV.6) Groupement des résistances électriques	(60)
IV.6.1) Association en série	(60)
IV.6.2) Association en parallèle	(61)
IV.7) Sources de tension et sources de courant	(62)
IV.7.1) Source de tension (générateur de tension)	(62)
IV.7.2) Source de courant (générateur de courant)	(63)
IV.8) Les récepteurs	(63)
IV.8.1) Définition	(63)
IV.9) Les circuits électriques	(64)
IV.9.1) Quelques concepts de base	(64)
IV.9.2) Lois de Kirchhoff	(65)
IV.9.2.1) Loi des nœuds	(65)
IV.9.2.2) Loi des mailles	(65)
Exercices	(66)

Chapitre V: Magnétisme

V.1) Introduction	(69)
V.2) Le Champ magnétique	(69)
V.2.1) Définition	(69)
V.3) La force de Lorentz.....	(70)
V.4) La force de Laplace	(71)
V.4.1) Expérience.....	(71)
V.4.2) Observation	(71)
V.4.3) Interprétation	(71)
V.5) L'induction magnétique	(72)
V.5.1) Introduction	(72)
V.5.2) Expérience	(72)
V.5.3) Loi de Faraday	(73)
V.6) Loi de Biot et Savart	(73)

V.6.1) Enoncé de la loi	(73)
V.6.2) Champ magnétique créé par une boucle de courant (une spire)	(74)
V.7) La circulation du champ magnétique	(75)
V.7.1) Théorème d'Ampère	(75)
V.7) Le dipôle magnétique	(76)
V.7.1) Champ magnétique créé par un dipôle magnétique	(77)
Exercices	(78)
Bibliographie	(79)

CHAPITRE I

Rappels mathématiques

Rappels mathématiques

I.1)- Introduction :

Pour décrire le mouvement d'une particule chargée dans l'espace, il est indispensable de choisir une référence ou bien un système de coordonnées adéquat. Parmi les systèmes de coordonnées les plus reconnus on cite les systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.

Dans ce qui suit on va exposer les équations du vecteur déplacement, élément de surface et élément de volume dans chaque système de coordonnées sus-cités.

I.2) - Les coordonnées cartésiennes :

1.2.1) Vecteur position et vecteur déplacement :

Dans un repère cartésien $(Oxyz)$ muni d'une base immobile $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, soit q une charge ponctuelle repéré par le vecteur position \overrightarrow{OM} tel que :

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad (\text{I.1})$$

Pour un déplacement élémentaire de M à M' , le vecteur déplacement est :

$$d\overrightarrow{OM} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k} \quad (\text{I.2})$$

1.2.2) Elément de surface et élément de volume :

En coordonnées cartésiennes, les surfaces élémentaires sont (en indice les coordonnées varient sur la surface) :

$$x=\text{Cste}, \quad dS_{y,z} = dy \cdot dz \quad (\text{I.3})$$

$$y=\text{Cste}, \quad dS_{x,z} = dx \cdot dz \quad (\text{I.4})$$

$$z=\text{Cste}, \quad dS_{x,y} = dx \cdot dy \quad (\text{I.5})$$

L'élément de volume dV est :

$$dV = dx \cdot dy \cdot dz \tag{I.6}$$

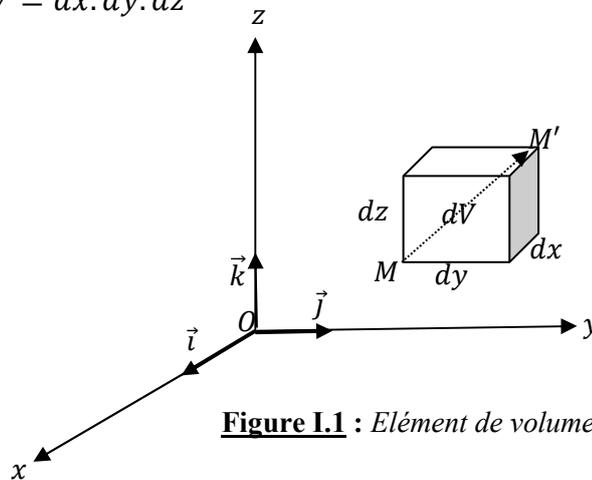


Figure I.1 : Elément de volume en coordonnées cartésiennes

I.3) - Les coordonnées Cylindriques :

1.3.1) Vecteur position et vecteur déplacement :

Le charge ponctuelle est repéré par ses coordonnées cylindriques (ρ, θ, z) . Dans la base cylindrique $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ le vecteur position \vec{OM} s'écrit par application de la règle de Chasles comme :

$$\vec{r} = \vec{OM} = \vec{OP} + \vec{PM} \tag{I.7}$$

P est le projeté normale de M dans le plan (Oxy) .

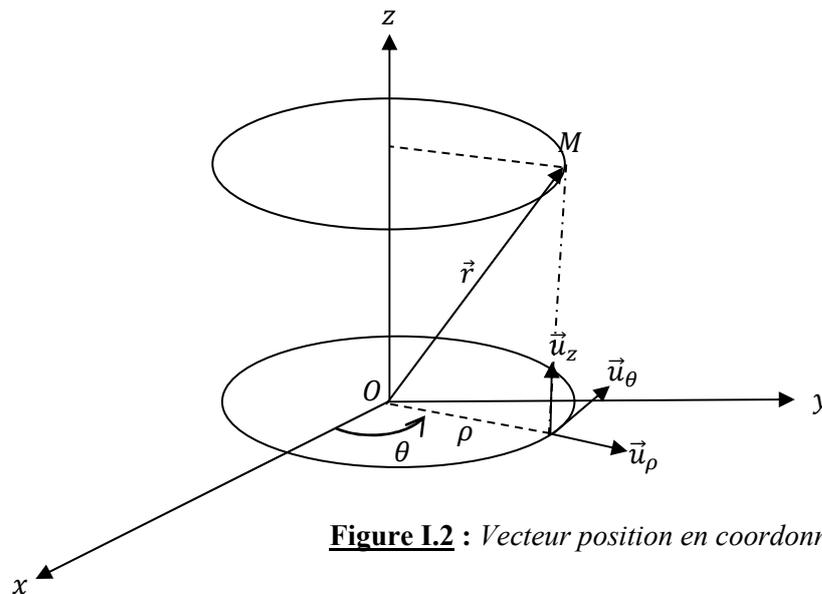


Figure I.2 : Vecteur position en coordonnées cylindriques

On a : $\overrightarrow{OP} = \rho \cdot \vec{u}_\rho$ (I.8)

et $\overrightarrow{OM} = z \cdot \vec{u}_z$ (I.9)

L'équation (I.7) devient :

$$\vec{r} = \overrightarrow{OM} = \rho \cdot \vec{u}_\rho + z \cdot \vec{u}_z \quad (\text{I.10})$$

Les coordonnées cylindriques de la charge ponctuelle placée au point M sont liées aux coordonnées cartésiennes à travers les équations suivantes :

$$\begin{cases} x = \rho \cdot \cos(\theta) \\ y = \rho \cdot \sin(\theta) \\ z = z \end{cases} \quad (\text{I.11})$$

On note que $0 \leq \rho < +\infty$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$ et $-\infty < z < +\infty$

Pour un déplacement infinitésimal de M à M', le vecteur déplacement $\overrightarrow{MM'} = d\vec{r}$ a pour expression :

$$d\vec{r} = d\rho \vec{u}_\rho + \rho d\theta \vec{u}_\theta + dz \cdot \vec{u}_z \quad (\text{I.12})$$

1.3.2) Élément de surface et élément de volume :

L'élément de surface dS prend les formes suivantes selon le cas :

$$\rho = \text{Cste}, \quad dS = \rho d\theta dz \quad (\text{I.13})$$

$$\theta = \text{Cste}, \quad dS = \rho dz d\rho \quad (\text{I.14})$$

$$z = \text{Cste}, \quad dS = \rho d\theta d\rho \quad (\text{I.15})$$

Pour trouver l'expression du volume élémentaire compris entre deux cylindres de rayons ρ et $\rho + d\rho$ (le cas fréquent) on multiplie donc l'élément de surface dS d'un cylindre de rayon ρ et de hauteur h par $d\rho$. C'est-à-dire :

$$dV = \rho d\theta \cdot d\rho \cdot dz \quad (\text{I.16})$$

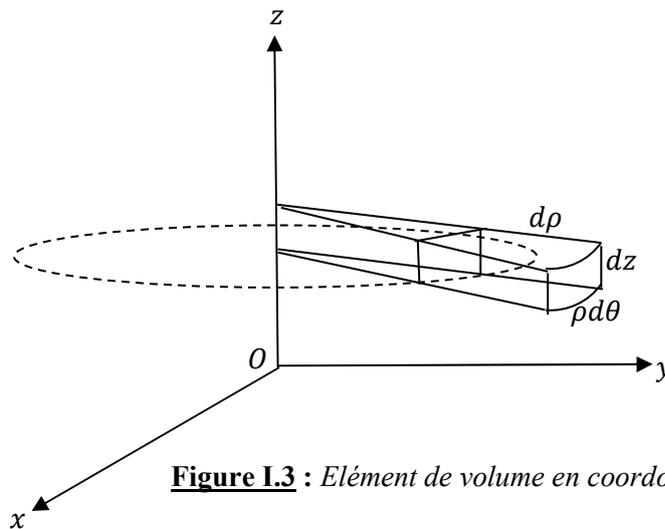


Figure I.3 : *Elément de volume en coordonnées cylindriques*

I.4) - Les coordonnées Sphériques :

1.4.1) Vecteur position et vecteur déplacement :

Dans la base sphériques $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi)$, la charge élémentaire est repéré par ses coordonnées (r, θ, φ) .

Le vecteur position $\vec{r} = \overline{OM}$ est défini par l'équation :

$$\vec{r} = r \cdot \vec{u}_r \tag{I.17}$$

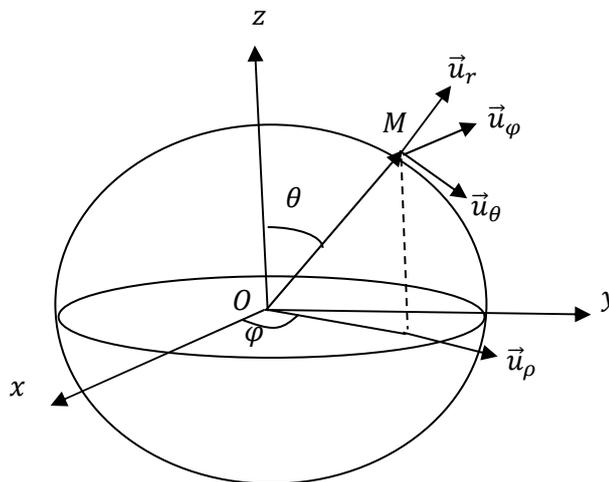


Figure I.4 : *Vecteur position en coordonnées sphériques*

Les équations de passage de coordonnées sphériques aux coordonnées cartésiennes sont :

$$\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \varphi \\ y = r \sin \theta \sin \varphi \\ z = r \cdot \cos(\theta) \end{cases} \quad (\text{I.18})$$

Dans la base cartésienne, le vecteur position \vec{r} est :

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad (\text{I.19})$$

Soit :

$$\vec{r} = r \sin \theta \cos \varphi \vec{i} + r \sin \theta \sin \varphi \vec{j} + r \cos \theta \vec{k} \quad (\text{I.20})$$

D'où le vecteur unitaire \vec{u}_r dans la base cartésienne :

$$\vec{u}_r = \frac{\vec{r}}{r} = \sin \theta \cos \varphi \vec{i} + \sin \theta \sin \varphi \vec{j} + \cos \theta \vec{k} \quad (\text{I.21})$$

Le vecteur \vec{u}_ρ a la forme :

$$\vec{u}_\rho = \cos \varphi \vec{i} + \sin \varphi \vec{j} \quad (\text{I.22})$$

Pour avoir \vec{u}_φ on dérive rapport à φ :

$$\vec{u}_\varphi = -\sin \varphi \vec{i} + \cos \varphi \vec{j} \quad (\text{I.23})$$

La dérivée de \vec{u}_r donne :

$$\frac{\partial \vec{u}_r}{\partial \varphi} = -\sin \theta \sin \varphi \vec{i} + \sin \theta \cos \varphi \vec{j} \quad (\text{I.24})$$

On peut exprimer le vecteur \vec{u}_φ en fonction de la dérivée de \vec{u}_r par rapport à φ en combinant les équations (I.23) et (I.24) :

$$\vec{u}_\varphi = \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial \vec{u}_r}{\partial \varphi} \quad (\text{I.25})$$

Le vecteur de base \vec{u}_θ a pour expression dans la base cartésienne :

$$\vec{u}_\theta = \cos \theta \cos \varphi \vec{i} + \cos \theta \sin \varphi \vec{j} - \sin \theta \vec{k} \quad (\text{I.26})$$

La dérivée de \vec{u}_r par rapport à θ donne :

$$\frac{\partial \vec{u}_r}{\partial \theta} = \vec{u}_\theta \quad (\text{I.27})$$

Le déplacement élémentaire $d\vec{OM}$ vaut :

$$d\vec{OM} = d\vec{r} = d(r\vec{u}_r) = dr\vec{u}_r + r d\vec{u}_r \quad (\text{I.28})$$

Et comme :

$$d\vec{u}_r = \frac{\partial \vec{u}_r}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial \vec{u}_r}{\partial \varphi} d\varphi \quad (\text{I.29})$$

Le déplacement élémentaire $d\vec{r}$ est obtenue par combinaison des équation (I.25), (I.27), (I.28) et (I.29) :

$$d\vec{r} = dr\vec{u}_r + r d\theta\vec{u}_\theta + r \sin \theta d\varphi\vec{u}_\varphi \quad (\text{I.30})$$

1.4.2) Élément de surface et élément de volume :

L'élément de surface dS en coordonnées sphériques est :

$$dS = r^2 \sin \theta d\varphi d\theta \quad (\text{I.31})$$

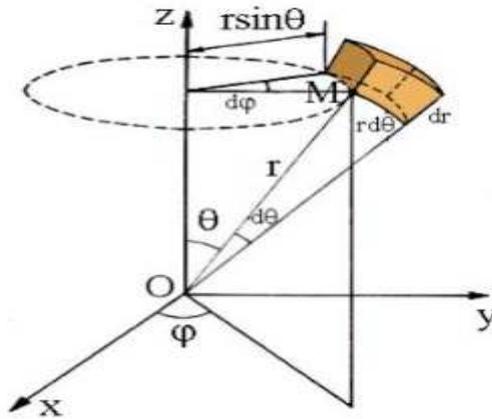


Figure I.5 : *Elément de volume en coordonnées sphériques*

L'élément de volume dV vaut :

$$dV = dS \cdot dr = r^2 dr \sin \theta d\theta d\varphi \quad (\text{I.32})$$

L'élément de volume est le volume compris entre deux sphères de rayons r et $r + dr$.

I.5) Applications : (en utilisant les intégrales)

- 1)- Calculer l'aire S d'un rectangle de longueur a et de largeur b ?.
- 2)- Calculer la surface d'un disque de rayon $r = R$?
- 3)- Calculer la surface latérale d'un cylindre de rayon R et de hauteur h ?.

4)- Calculer le volume d'une sphère de rayon $r = R$?.

Solutions :

1- L'élément de surface est $dS = dx dy$

On intègre par rapport aux variables $0 \leq x \leq a$ et $0 \leq y \leq b$ on aura :

$$S = \iint dS = \int_0^a dx \int_0^b dy = a \cdot b$$

La surface du rectangle est $S = a \cdot b$

2- L'élément de surface d'un disque est :

$$dS = \rho d\rho d\theta$$

Les bornes de l'intégrales sont $0 \leq \rho \leq R$ et $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

La surface de disque vaut : $S = \iint dS = \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\theta$

$$S = \frac{R^2}{2} \cdot 2\pi = \pi R^2$$

3- L'élément de surface dS d'un cylindre vaut d'après l'équation (I.13):

$$dS = \rho d\theta dz = R d\theta dz$$

La surface latérale du cylindre est obtenue par intégration :

$$S = \iint dS = R \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^h dz = R \cdot 2\pi \cdot h$$

4- L'élément de volume dV en coordonnées sphériques d'après l'équation (I.32) est :

$$dV = dS \cdot dr = r^2 dr \sin \theta d\theta d\varphi$$

Pour avoir le volume d'une sphère de rayon R on intègre sur tout le volume de la sphère c'est-à-dire :

$$V = \iiint dV = \int_0^R r^2 dr \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

CHAPITRE II
Electrostatique

ELECTROSTATIQUE

II.1) Introduction :

L'électrostatique est une branche de la physique qui s'intéresse à l'étude des phénomènes créés par les charges électriques ou les corps chargés ainsi que leurs interactions.

Le mot électricité vient du mot grec 'Alektron' qui signifie l'ambre, une matière jaune de résine fossilisée. Cette matière a le pouvoir d'attirer les objets légers lorsqu'elle s'est frottée.

Le concept fondamental en électrostatique est la charge électrique.

II.2) Notion de la charge ponctuelle :

Toute particule chargée dont ses dimensions sont négligeables devant la distance d'interaction est appelée charge ponctuelle. Les corps chargés, en électrostatique portent une charge positive, négative ou neutre.

Le principe de quantification de la charge électrique énonce que tout corps chargé porte une charge totale Q multiple d'une charge élémentaire indivisible c'est la charge de l'électron $q_e = -1,6 \times 10^{-19} C$ (expérience de MILLIKAN 1923). la charge du corps chargé (non neutre) s'écrit comme: $Q = \pm nq_e$.

L'électron est la plus petite particule ayant une charge élémentaire négative et le proton est la particule ayant une charge élémentaire positive.

$$q_p = +|e| = - + 1,6 \times 10^{-19} C$$

Un atome neutre contient autant d'électrons que de protons. Sa charge totale est donc nulle.

II.3) Expérience d'électrisation :

Le phénomène d'électrisation a été observé depuis des siècles. Au cinquième siècle avant J.C, Thalès fut le premier à donner une description au phénomène électrostatique. Il remarqua que lorsque l'on frotte un bâton d'ambre avec une peau de chat puis qu'on l'approche de morceaux de papiers, ces derniers sont attirés vers le bâton d'ambre.

C'est après la découverte de l'électron par Thomson (1897), que les expériences d'électrostatique ont été expliquées. L'électrisation n'est qu'un transfert de charges (électrons) d'un corps à un autre.

II.3.1) Première expérience :

On frotte avec un chiffon de soie deux bâtons de verre et d'ambre. On approche séparément les deux bâtons à une boule de polystyrène suspendue par un fil, on remarque que la boule est attirée par le bâton et puis s'est repoussée par le bâton après le contact.

Si on approche en même temps les deux bâtons de la boule en polystyrène rien ne se passe.

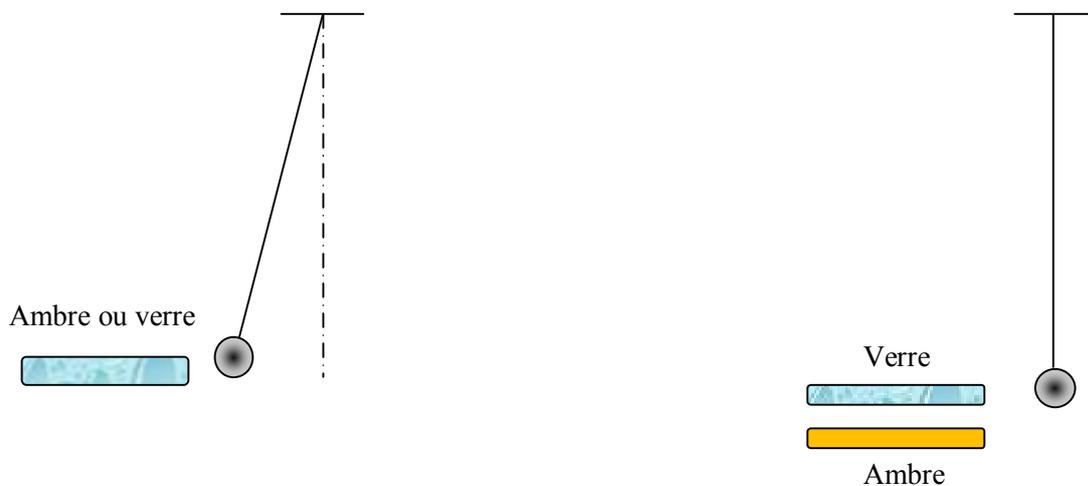


Figure II.1: *Expérience d'électrisation*

II.3.2) Deuxième expérience :

On frotte avec un morceau de soie deux bâtons en verre et en ambre. On les approche à deux boules en polystyrène suspendues par deux fils. On remarque qu'après le contact des deux boules avec les deux bâtons que les deux boules s'attirent.

On répète l'expérience mais avec deux bâtons en verre, on remarque qu'après leur contact avec les deux boules ces dernières se repoussent.

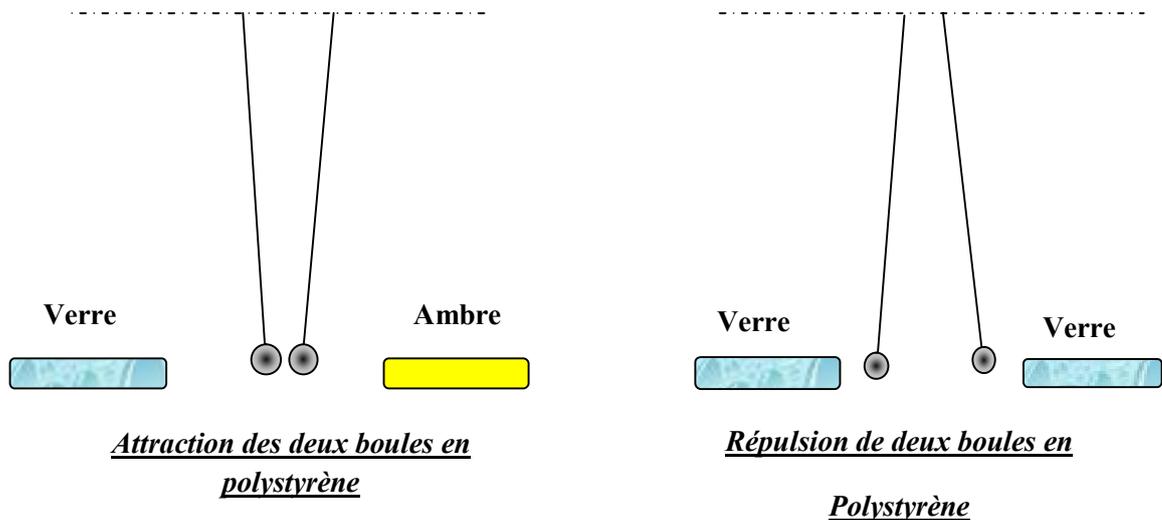


Figure II.2: *Attraction et répulsion suite à l'électrisation*

Les deux boules en polystyrène portent après leur contact avec les bâtons de verre des charges de même signe ce qui implique une répulsion entre eux.

On peut déduire une remarque importante que les charges se déplacent par contact et que les corps de charges de même signe se repoussent et ceux de signes opposés s'attirent.

II.4) Conservation de la charge électrique :

D'après les expériences précédentes, On déduit un principe fondamental en physique c'est la conservation de la charge électrique. Un transfert de charge entre la boule et le bâton aura lieu. Pas de perte de charge si le milieu est considéré isolé. La charge cédée par un corps (A) est celle perdue par le corps (B) ou l'inverse.

II.5) Distribution des charges :

Les charges électriques se répartissent suivant trois formes linéaires, surfacique ou volumique. Cette distribution peut être uniforme ou non uniforme selon la géométrie du conducteur ou du diélectrique.

La distribution de charge est caractérisée par une grandeur physique notée la densité de charge. Selon la nature de distribution on trouve la densité de charge linéique, surfacique σ et volumique ρ .

On définit donc :

a) La densité de charge linéaire λ est le rapport de la quantité de charge dq par l'élément de longueur dl c'est à dire : $\lambda = \frac{dq}{dl}$, Son unité est le coulomb par mètre.

b) La densité de charge surfacique σ est le rapport de la quantité de charge dq par l'élément de surface dS c'est à dire : $\sigma = \frac{dq}{dS}$ son unité est le Coulomb par mètre carré.

c) La densité de charge volumique ρ est le rapport de la quantité de charge dq par l'élément de volume dV c'est à dire : $\rho = \frac{dq}{dV}$ son unité est le Coulomb par mètre cube.

II.6) La loi de Coulomb :

Coulomb a démontré que la force exercée par une charge q_A sur une charges q_B séparées d'une distance r est inversement proportionnelle au carré de la distance r . Elle est également proportionnelle à leur produit $q_A \times q_B$.

La force est de nature électrique. Elle est instantanée et réciproque c'est à dire chaque charge agit avec une force égale (mais opposée au sens) à celle avec laquelle agisse la deuxième charge.

On écrit donc la loi de Coulomb sous la forme :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = K \cdot \frac{q_A q_B}{r^2} \vec{u} \quad (\text{II.1})$$

Avec :

$K \approx 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ est la constante de proportionnalité ou constante de Coulomb.

\vec{u} est un vecteur unitaire suivant la direction de la force \vec{F} .

Le sens de la force dépend des signes des charges q_A, q_B . Si les charges q_A, q_B sont de même signe la force \vec{F} est une force répulsive et si elles sont de signes opposés la force est attractive.

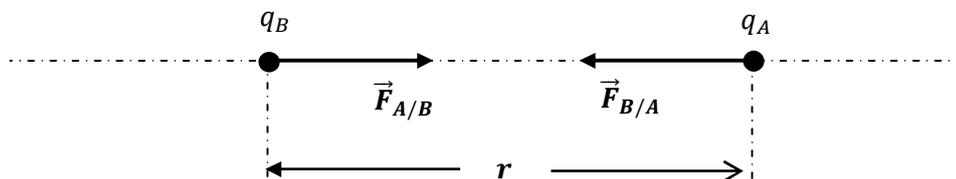


Figure II.3 : Forces d'attraction de Coulomb

La loi de Coulomb en électrostatique est analogue à celle de Newton en mécanique classique néanmoins, la force d'attraction universelle entre les masses est toujours attractive.

II.7) Champ électrostatique :

Le champ électrostatique est une grandeur vectorielle caractérisé par une intensité et un sens. Si on place une charge Q en un point M de l'espace où règne un champ électrique \vec{E} cette dernière sera soumise à une force électrique \vec{F} . En l'absence du champ électrique la charge Q n'est soumise à aucune force.

II.7.1) Champ électrique créé par une charge électrique ponctuelle :

Soit q une charge électrique au repos placée en un point M de l'espace. Autour de la charge q , un champ électrique \vec{E} aura lieu. Si on place en un autre point M' une deuxième charge q' distant de r par rapport à la charge .

La charge q' sera soumise à une force électrique \vec{F} à cause de sa présence dans le champ électrique créé par la charge . Cette force est donnée par la loi de Coulomb :

$$\vec{F} = K \cdot \frac{q \cdot q'}{r^2} \vec{u} \quad (\text{II.2})$$

avec : $K = 9 \cdot 10^9 \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

D'où le champ électrique créé par la charge q au point M' vaut :

$$\vec{E} = K \cdot \frac{q}{r^2} \vec{u} \quad (\text{II.3})$$

On remarque que le champ électrique est inversement proportionnel au carré de la distance r et qu'il a la même direction que la force \vec{F} .

Par définition, le champ électrique créé par une charge positive sort de la charge et pour une charge négative le champ électrique est orienté vers la charge.

II.7.2) Champ électrique créé par un ensemble de charges électriques :

Soit un système de charges q_i dans le vide repérées par leurs vecteurs positions \vec{r}_i par rapport à un point référence O fixe. On cherche à déterminer le champ électrique total \vec{E} créé par l'ensemble des charges q_i au point O .

On doit donc par application du principe de superposition, additionner les champs électriques créés par chaque charge au point considéré comme si chaque charge est seule.

Le champ total au point O a pour expression :

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_i \quad (\text{II.4})$$

avec : r_i est la distance entre la charge d'indice i et le point où on calcule le champ.

\vec{u}_i : le vecteur unitaire suivant le vecteur position \vec{r}_i

Autrement dit, le champ total est obtenu en faisant la somme vectorielle des champs créés par toutes les charges q_i au point considéré (principe de superposition).

II.7.3) Champ créé par une distribution continue de charges :

Si les charges électriques sont distribuées d'une façon continue sur un fil ou une surface ou bien en volume avec une densité linéaire λ , surfacique σ ou volumique ρ respectivement.

On distingue donc trois cas différents à savoir la distribution des charges :

II.7.3.1) Distribution linéique :

Pour calculer le champ électrique créé par cette distribution de charges, on donne d'abord le champ élémentaire créé par un élément dq répartie sur un élément de longueur $d\vec{l}$ en un point M c'est à dire :

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \vec{u} \quad (\text{II.5})$$

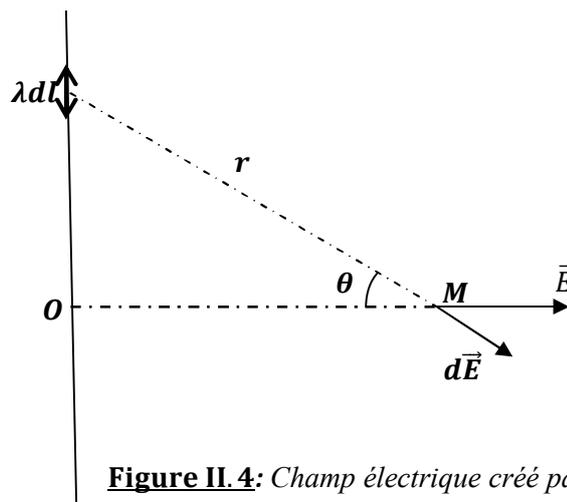


Figure II.4: Champ électrique créé par un fil Chargé linéairement

comme la densité linéique de charge $\lambda = \frac{dq}{dl}$, l'expression du champ élémentaire créé par l'élément dq s'écrit comme:

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl}{r^2} \vec{u} \quad (\text{II.6})$$

D'où le champ total créé par tout le fil chargé au point M est obtenu par intégration de l'équation (I.6).

$$E = \int dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda dl}{r^2} \quad (\text{II.7})$$

II.7.3.2) Distribution surfacique :

Si les charges électriques sont distribuées sur une surface quelconque d'une façon continue avec une densité surfacique σ on discrétise la surface S en petits éléments dS .

En premier lieu, le champ élémentaire $d\vec{E}$ créé par un élément de surface infinitésimal dS en un point M de l'espace est donné par l'équation :

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \vec{u} \quad (\text{II.8})$$

\vec{u} est un vecteur unitaire suivant le vecteur \vec{r} .

Comme la densité de charge surfacique σ est définie par l'équation :

$$\sigma = \frac{dq}{dS} \quad \text{d'où :} \quad dq = \sigma dS \quad (\text{II.9})$$

Soit :

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma dS}{r^2} \quad (\text{II.10})$$

Pour avoir le champ électrique totale créé par toutes charges en surface, on intègre l'équation (II.10) ce qui donne :

$$E = \int dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint \frac{\sigma dS}{r^2} \quad (\text{II.11})$$

Si la distribution de charges est uniforme ($\sigma = Cste$), l'équation (I.11) devient égale à :

$$E = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \iint \frac{dS}{r^2} \quad (\text{I.12})$$

II.7.3.3) Distribution volumique :

Pour une répartition de charge volumique caractérisée par une densité volumique $\rho = \frac{dq}{dV}$.

Le champ électrique créé par l'élément de volume dV qui porte un élément de charge dq en un point M de l'espace s'écrit comme :

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \vec{u} \quad (\text{I.13})$$

En d'autre terme :

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho dV}{r^2} \vec{u} \quad (\text{I.14})$$

Par intégration on aura le champ total créé par cette distribution de charges :

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho dV}{r^2} \quad (\text{II.15})$$

Pour une distribution de charge uniforme c'est-à-dire = *Cste* , l'équation (I.15) devient :

$$E = \frac{\rho}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{dV}{r^2} \quad (\text{II.16})$$

II.8) Lignes de champ :

Les courbes tangentes en tout point M_i de l'espace aux vecteurs champs électrostatique \vec{E}_i forment des lignes de champs. Les lignes de champs ne se croisent jamais et ce sont des courbes fermées c'est à dire qu'une ligne de champ sort d'une charge et rentre vers une charge de signe opposé.

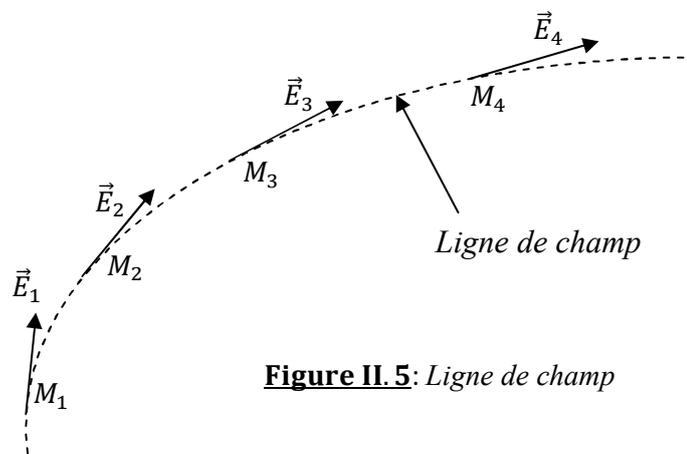


Figure II.5: *Ligne de champ*

Pour une seule charge, les lignes de champ sont des demi-droites orientées vers la charge si la charge est négative et ils sortent de la charge si la charge est positive.

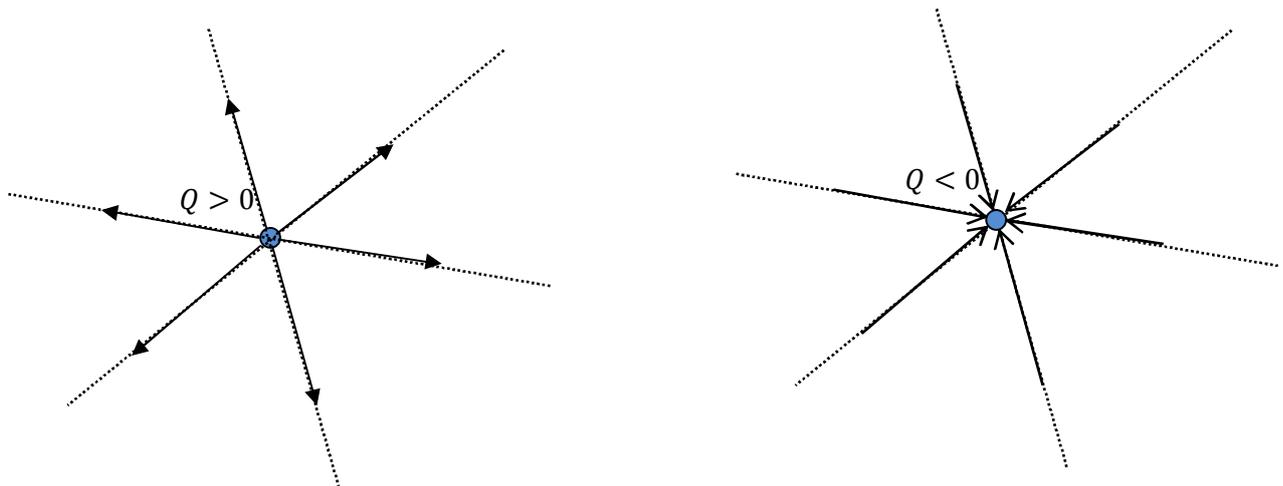


Figure II.6: *Lignes du champ créés par une charge ponctuelle*

Les lignes de champ électrique sont orthogonales aux surfaces équipotentielles du même champ.

II.9) Potentiel électrostatique :**II.9.1) Circulation de champ électrique pour une charge ponctuelle :**

Soit q une charge ponctuelle située dans l'espace où règne un champ électrique \vec{E} . La charge est soumise donc à une force électrique $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$.

Le travail élémentaire dW nécessaire pour déplacer cette charge avec un déplacement élémentaire $d\vec{l}$ est :

$$dw = \vec{F} \cdot d\vec{l} = q\vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (\text{II.17})$$

Si on veut déplacer la charge q d'un point M au point M' le long d'une courbe (C) on doit fournir un travail W égal à :

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{l} = q \int_M^{M'} \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (\text{II.18})$$

L'intégrale $\int_M^{M'} \vec{E} \cdot d\vec{l}$ représente la circulation du champ électrique \vec{E} le long d'une courbe (C) de M à M' .

On définit un champ scalaire appelé potentiel électrique V qui est défini en tout point de l'espace et à partir de ce champ scalaire on peut reconstruire le champ électrique.

La relation qui relie le champ électrique au potentiel électrique est :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}(V) \quad (\text{II.19})$$

On dit que le champ électrique dépend du potentiel.

Pour une petite variation de M à M' , le champ scalaire V varie également suivant l'équation :

$$dV = \overrightarrow{\text{grad}}(V) \cdot d\overrightarrow{OM} \quad (\text{II.20})$$

Avec : $d\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM'} - \overrightarrow{OM}$

En coordonnées cartésiennes :

$$\overrightarrow{\text{grad}}(V) = \frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{k} \quad (\text{II.21})$$

et le vecteur déplacement $d\overrightarrow{OM} = d\vec{l}$ est :

$$d\overrightarrow{OM} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k} \quad (\text{II.22})$$

Comme le produit $\vec{E} \cdot d\vec{l}$ est égal à :

$$\vec{E} \cdot d\vec{l} = -\overrightarrow{\text{grad}}(V) \cdot d\vec{l} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{k}\right)(dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}) = -dV \quad (\text{II.23})$$

La circulation du champ électrique \vec{E} le long d'une courbe quelconque (C) de M à M' vaut :

$$\int_M^{M'} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_M^{M'} dV = V(M') - V(M) \quad (\text{II.24})$$

Remarque :

Sur une courbe fermée la circulation du champ le long de cette courbe est nulle. Car M coïncide avec le point M' et donc on a le même potentiel d'où la différence de potentiel $V(M') - V(M)$ est nulle ($\int_M^M \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$).

II.9.2) Potentiel électrostatique créé par une charge ponctuelle :

Considérons une charge ponctuelle q placée au point O l'origine d'un repère(OXYZ).

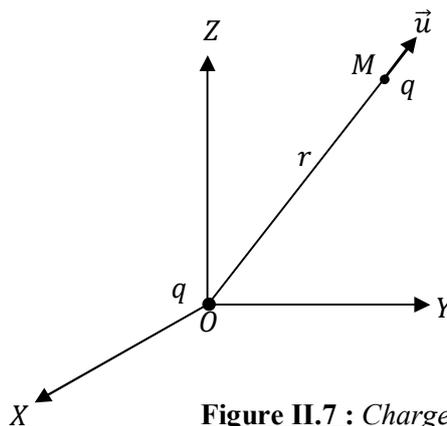


Figure II.7 : Charge ponctuelle dans un repère cartésien

Au point $M(x, y, z)$, le champ créé par la charge q est donné par l'équation :

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u} \quad (\text{II.25})$$

avec : $\vec{u} = \frac{\vec{r}}{r}$ un vecteur unitaire orienté suivant le vecteur position \overrightarrow{OM} .

On pourra déduire une fonction scalaire appelée potentiel électrique $V(M)$ de la fonction champ électrique \vec{E} à partir l'équation du gradient :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}(V) \quad (\text{II.26})$$

On écrit donc :

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u} \cdot d\vec{r} \quad (\text{II.27})$$

Soit

$$dV = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2} \quad (\text{II.28})$$

Par intégration, le potentiel électrique au point M est:

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} + V_0 \quad (\text{II.29})$$

V_0 est la constante d'intégration choisie nulle à l'infini. $V(r = \infty) = 0$

Le potentiel créé par une charge ponctuelle est proportionnel en $\frac{1}{r}$.

II.9.3) Potentiel électrostatique créé par un ensemble de charges ponctuelles :

Soit un système de n charges (q_1, q_2, \dots, q_n) réparties aux points M_i de l'espace repérés par leurs vecteurs positions \vec{r}_i .

Le champ électrique total \vec{E} créé par l'ensemble des n charges en un point M de l'espace est déterminé en vertu du principe de superposition par l'équation :

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n \quad (\text{II.30})$$

Sous forme compacte :

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i \quad (\text{II.31})$$

soit :

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_i \quad (\text{II.32})$$

Le champ électrique au point M est la somme vectorielle des champs électriques créés par chaque charge q_i au point considéré.

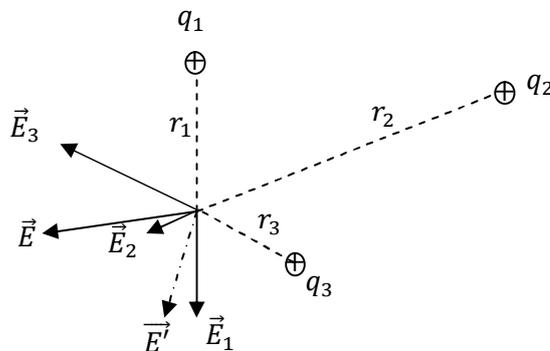


Figure II.8 : Champ électrique créé par un ensemble de charges

On peut également écrire du principe de superposition le potentiel V au point M comme si chaque charge agit indépendamment des autres charges :

$$V(M) = \sum_{i=1}^n V_i \quad (\text{II.33})$$

Ou :

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i} \quad (\text{II.34})$$

Le potentiel électrique créé par toutes les charges au point considéré est la somme algébrique des potentiels électriques créés par chaque charge q_i .

II.9.4) Potentiel électrostatique créé par une distribution continue de charges :

Dans le cas où les distances entre les charges sont très petites devant la distance moyenne entre les charges q_i est le point où on calcule le champ électrique on remplace donc la somme dans l'équation (I.34) par une intégrale d'où le potentiel devient :

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} + V_0 \quad (\text{II.35})$$

Si la répartition des charges est linéaire (densité de charge linéique λ) le potentiel est égal à :

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda dl}{r} + V_0 \quad (\text{II.36})$$

Et si la répartition des charges est surfacique (densité de charge surfacique σ) :

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint \frac{\sigma \cdot dS}{r} + V_0 \quad (\text{II.37})$$

Pour une répartition de charges en volume (densité volumique ρ) :

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho dV}{r} + V_0 \quad (\text{II.38})$$

V_0 est la constante d'intégration.

II.10) Surface équipotentielle :

C'est une surface passante par un ensemble de points de l'espace de même potentiel.

Son équation est $V(x, y, z) = Cste$.

Les surfaces équipotentielles sont caractérisées par les propriétés suivantes :

1)- Les surfaces équipotentielles sont perpendiculaires aux lignes de champ électrique rencontrées

pour un petit déplacement $d\vec{l}$ sur une surface équipotentielle on a :

$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ car le potentiel sur une surface équipotentielle est constant et donc $\vec{E} \perp d\vec{l}$.

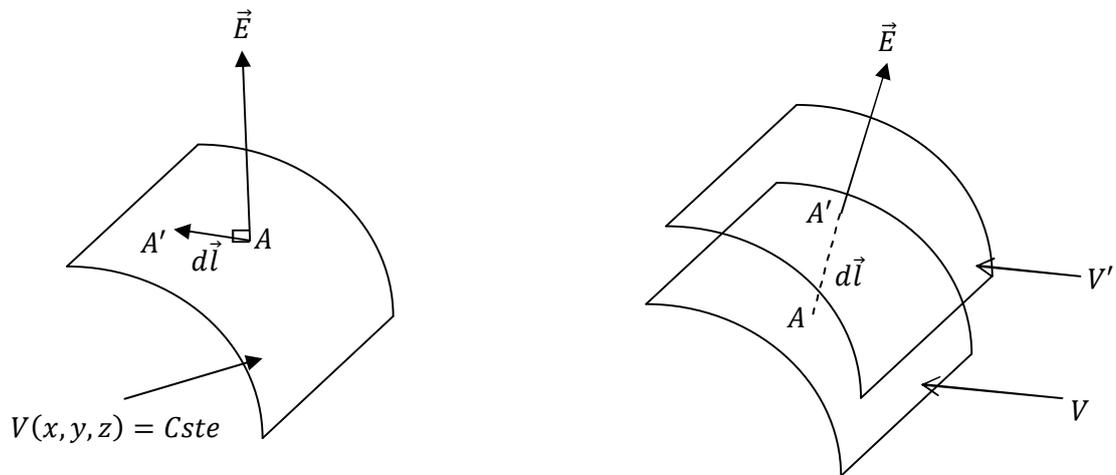


Figure II.9: Surfaces équipotentielles

2)- Le long d'une ligne de champ le potentiel électrique diminue c'est à dire:

Pour un déplacement $d\vec{l} = \overrightarrow{AA'}$ selon la direction du champ électrique \vec{E} , la différentielle du potentiel dV s'écrit comme :

$$dV = -\vec{E} d\vec{l} = -|\vec{E}| |d\vec{l}| = -|\vec{E}| |\overrightarrow{AA'}| < 0 \tag{II.39}$$

puisque la différentielle dV est négative donc $V_{A'} < V_A$.

La ligne de champ est orientée du potentiel le plus élevé vers le potentiel le moins élevé.

3)- Dans le cas d'un champ uniforme, les lignes de champ sont des droites perpendiculaires aux plans parallèles qui forment des surfaces équipotentielles.

II.11) Energie électrostatique d'un système à plusieurs charges :

C'est le travail qui faut fournir pour ramener des charges de l'infini à leurs positions finales r_i . Son expression est :

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \sum_j \frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}} \tag{II.40}$$

Où r_{ij} est la distance entre les charges q_i et q_j .

On note que les positions des charges sont prises par rapport un point référence O .

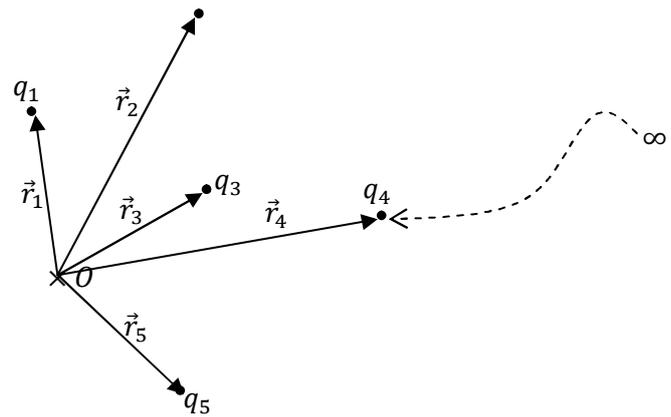


Figure II.10 : Système de charges et énergie électrostatique

Ou en fonction du potentiel V_i :

$$W = \frac{1}{2} \sum_i V_i q_i \quad (\text{II.41})$$

Prenons l'exemple de trois charges q_1 , q_2 et q_3 placées aux positions \vec{r}_1 , \vec{r}_2 et \vec{r}_3 respectivement.

L'énergie électrostatique de ce système de charges s'écrit sous la forme suivante :

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right) \quad (\text{II.42})$$

II.12) Dipôle électrique:

II.12.1) Définition :

Un dipôle est un doublet de charges égales mais de signes opposés. Ces charges sont séparées par une distance d faible par rapport à la distance d'observation r ($r \gg d$).

Un dipôle électrique est caractérisé par un moment dipolaire noté \vec{p} orienté de la charge négative vers la charge positive son expression est :

$$\vec{p} = q \cdot \vec{d} \quad (\text{II.43})$$

Son unité dans le système international des unités (SI) est Coulomb Mètre ($C \cdot m$).

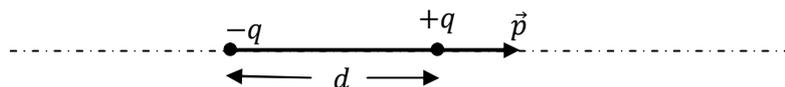


Figure II.11: Dipôle électrique

Dans la nature, plusieurs molécules peuvent être assimilées à un dipôle électrique comme les molécules de CO, HCl, etc..

II.12.2) Potentiel électrique créé par un dipôle électrique :

On cherche l'expression du potentiel électrique V créé par le dipôle électrique en un point M distant de r par rapport au point O situé au milieu du dipôle.

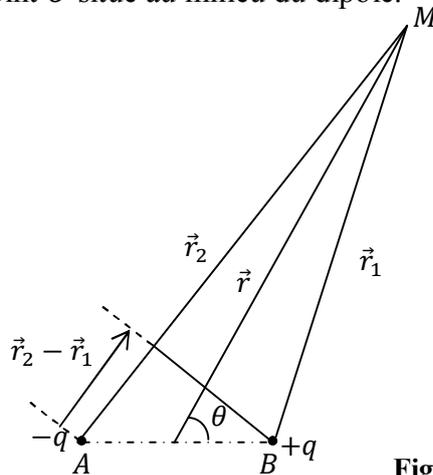


Figure II.12: *Potentiel créé par un dipôle électrique en un point éloigné*

Du principe de superposition on écrit :

$$V = V_A + V_B \quad (\text{II.44})$$

C'est à dire :

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (\text{II.45})$$

Le potentiel V a la forme suivante :

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{r_2 - r_1}{r_2 \cdot r_1} \right) \quad (\text{I.46})$$

Sachant que $r \gg d$ et avec des approximations appropriées on peut mettre :

$$r_1 \approx r_2 \approx r \text{ d'où } r_2 \cdot r_1 \approx r^2 \quad (\text{II.47})$$

$$\text{et} \quad r_2 - r_1 \approx \overline{AH} = d \cdot \cos(\theta) \quad (\text{II.48})$$

D'où le potentiel créé par le dipôle est :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \cdot d \cdot \cos(\theta)}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cdot \cos(\theta)}{r^2} \quad (\text{II.49})$$

II.12.3) Champ électrique produit par un dipôle électrique :

On cherche l'expression du champ électrique \vec{E} produit par le dipôle électrique au point M repéré par ses coordonnées polaires (r, θ) .

En se basant sur l'expression du potentiel V calculé dans la section précédente (Equation-I.49) et l'équation qui relie le champ au potentiel $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}(V)$ on écrit dans le système de coordonnées polaires :

$$\vec{E} = \vec{E}_r + \vec{E}_\theta = E_r \vec{u}_r + E_\theta \vec{u}_\theta \quad (\text{II.50})$$

et

$$-\overrightarrow{\text{grad}}(V) = -\frac{\partial V}{\partial r} \vec{u}_r - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \vec{u}_\theta \quad (\text{II.51})$$

Par identification, on peut déduire les équations radiales et ortho-radiales du champ électrique :

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} \quad (\text{II.52})$$

$$E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \quad (\text{II.53})$$

Par combinaison des équations (II.47), (II.52) et (II.53), on conclut les composantes du champ électrique :

$$E_r = \frac{2k.p.\cos(\theta)}{r^3} \quad (\text{II.54})$$

$$E_\theta = \frac{kp.\sin(\theta)}{r^3} \quad (\text{II.55})$$

avec : $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ et $p = q.d$

On note ici que pour un dipôle électrique le champ est proportionnel à $\frac{1}{r^3}$ et le potentiel à $\frac{1}{r^2}$ par contre on pour une charge ponctuelle on a vu que le champ est proportionnel à $\frac{1}{r^2}$ et le potentiel est proportionnel à $\frac{1}{r}$.

II.12.4) Energie électrostatique d'un dipôle :

On définit l'énergie interne du dipôle électrique par le travail nécessaire pour amener une charge de l'infini à une distance d par rapport à l'autre charge.

Supposant qu'une charge $+q$ est amenée de l'infini en un point B à une distance d par rapport à la charge $-q$ placée au point .

Le travail nécessaire pour cela est égal à :

$$dW = -\vec{F} \cdot d\vec{l} = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} (-dr) \quad (\text{II.56})$$

Car r décroît.

Finalement, le travail W qui correspond à la variation de l'énergie interne du dipôle est :

$$W = -\int \vec{F} d\vec{l} = \int_{\infty}^d \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr \quad (\text{II.57})$$

$$W = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{d} = W_f - W_i < 0 \quad (\text{II.58})$$

II.13) Flux électrostatique produit par un champ électrique :

Soit S une surface quelconque fermée traversée par des lignes de champ électrique \vec{E} .

On définit le flux du champ électrique traversant la surface S par l'intégrale double :

$$\phi = \iint \vec{E} \cdot d\vec{S} \quad (\text{II.59})$$

$d\vec{S}$: Vecteur élément de surface dirigé vers l'extérieur et normal à la surface.

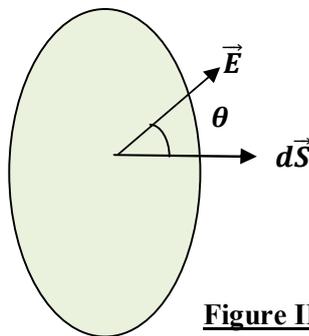


Figure II.13: Flux du champ à travers une surface fermée

L'unité du flux de champ électrique est le Weber (Wb).

Dans le cas général, $d\vec{E}$ forme un angle θ avec le vecteur élément de surface $d\vec{S}$ d'où le flux ϕ du champ électrique à travers la surface de Gauss est égal à :

$$\phi = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oiint E \cdot dS \cdot \cos(\theta) \quad (\text{II.60})$$

Dans le cas d'une symétrie sphérique le calcul de l'intégrale est plus facile :

$$\phi = \oiint E \cdot dS = E \cdot \oiint dS = E \cdot S_G \quad (\text{II.61})$$

$S_G = 4\pi r^2$ est la surface de la sphère de Gauss de rayon r .

\vec{E} : le champ électrique est radial (ne dépend que de r) ($\vec{E} \parallel d\vec{S}$).

On rappelle que le flux électrique est nul si le champ est nul (absence de charges électriques sources du champ) ou si le champ électrique \vec{E} est perpendiculaire au vecteur surface $d\vec{S}$.

II.14) Théorème de Gauss :

Le théorème de Gauss donne un lien entre le flux du champ électrique à travers une surface fermée S et les charges (sources du champ) présentes dans le volume entouré par cette surface.

Cette relation est exprimé par l'équation de flux :

$$\Phi = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{tot}}{\epsilon_0} \quad (\text{II.62})$$

Q_{tot} : est la somme algébrique des charges présentes dans la surface de Gauss S .

ϵ_0 est la permittivité absolue du vide.

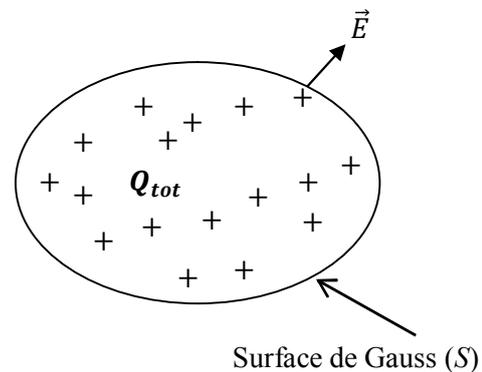


Figure II.14 : Surface de Gauss

L'intégrale $\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S}$ représente le flux du champ électrique à travers la surface de Gauss (S).

Le théorème de Gauss sert à calculer le champ électrique créé par une certaine distribution de charges dans tout point de l'espace.

Pour un système à symétrie donnée (cylindre, sphère, plan, etc..), le théorème de Gauss permet un calcul du champ plus facile.

II.14.1) Enoncé du théorème :

Le flux du champ électrique à travers une surface fermée (surface de Gauss) est égal à la somme algébrique des charges présentes dans le volume délimité par cette surface divisé par la constante diélectrique du vide ϵ_0 . Le théorème de Gauss est résumé par l'équation (II.62).

Il faut noter que les charges à l'extérieur de la surface de Gauss ne contribuent pas au flux du champ électrique à travers la surface de Gauss.

II.14.2) Exemples d'application :**II.14.2.a) Champ électrique créé par une sphère creuse :**

Soit une sphère de rayon R chargée uniformément en surface et porte une charge totale Q .

A l'aide du théorème de Gauss, on cherche l'expression du champ électrique en tout point de l'espace.

La surface de Gauss qui convient avec ce problème est une sphère de même centre O que la sphère réelle. Le rayon de la sphère de Gauss r est variable selon la zone où on désire calculer le champ électrique \vec{E} .

On distingue trois régions :

A l'intérieur de la sphère ($r < R$) :

Le flux du champ à travers la surface de Gauss est nul car aucune charge n'est à l'intérieur de la sphère de Gauss.

$Q_{int} = 0$ ce qui implique que le flux ϕ est nul d'où : $E = 0$

Puisque le champ est nul à l'intérieur de la sphère donc le potentiel électrique est constant $V_{int} = Cste$.

Ce potentiel est le même que celui en surface à cause de la continuité c'est à dire :

$$V_{int} = V(R) = V_0 \quad (\text{II.63})$$

En surface de la sphère ($r = R$) :

La surface de Gauss est une sphère de même rayon que la sphère réelle de rayon R .

Par application du théorème de Gauss :

$$\phi = \oiint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \oiint_{S_G} dS = E \cdot S_G \quad (\text{II.64})$$

$$E \cdot 4\pi R^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (\text{II.65})$$

d'où le champ en surface de la sphère de Gauss vaut :

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} = Cste \quad (\text{II.66})$$

Le potentiel en surface est déduit de la relation du gradient :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}(V) \quad (\text{II.67})$$

En coordonnées sphériques et grâce à la symétrie du problème, le champ est radial c'est à dire :

$$\vec{E} = E_r \cdot \vec{U}_r \quad (\text{II.68})$$

Le gradient s'écrit suivant l'équation :

$$\overrightarrow{\text{grad}}(V) = \frac{\partial V}{\partial r} \vec{U}_r \quad (\text{II.69})$$

On peut donc écrire :

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} \text{d'où} : V = -\int E \cdot dr \quad (\text{II.70})$$

$$V(\infty) - V(R) = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \int_{r=R}^{\infty} dr \quad (\text{II.71})$$

En posant $V(\infty) = 0$, le potentiel en surface vaut :

$$V(R) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} = V_0 \quad (\text{II.72})$$

A l'extérieur de la sphère ($r > R$) :

On choisit la surface de Gauss une sphère de rayon supérieure au rayon de la sphère réelle ($r > R$).

D'après le théorème de Gauss son écrit :

$$\phi = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (\text{II.73})$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (\text{II.74})$$

A l'extérieur de la sphère le champ électrique est proportionnel à $\frac{1}{r^2}$. On peut assimiler le problème d'une sphère chargée en surface à une charge concentrée à l'origine O (charge ponctuelle).

Faisons circuler le champ le long d'une ligne de champ :

$$\int_{V(\infty)}^{V(r)} dV = -\int_{\infty}^r E \cdot dr = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{\infty}^r \frac{1}{r^2} dr \quad (\text{II.75})$$

En posant $V(\infty) = 0$, on aura l'expression du potentiel en un point à l'extérieur de la sphère ($r > R$) :

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (\text{II.76})$$

On remarque qu'à l'extérieur de la sphère, le potentiel est proportionnel à $\frac{1}{r}$.

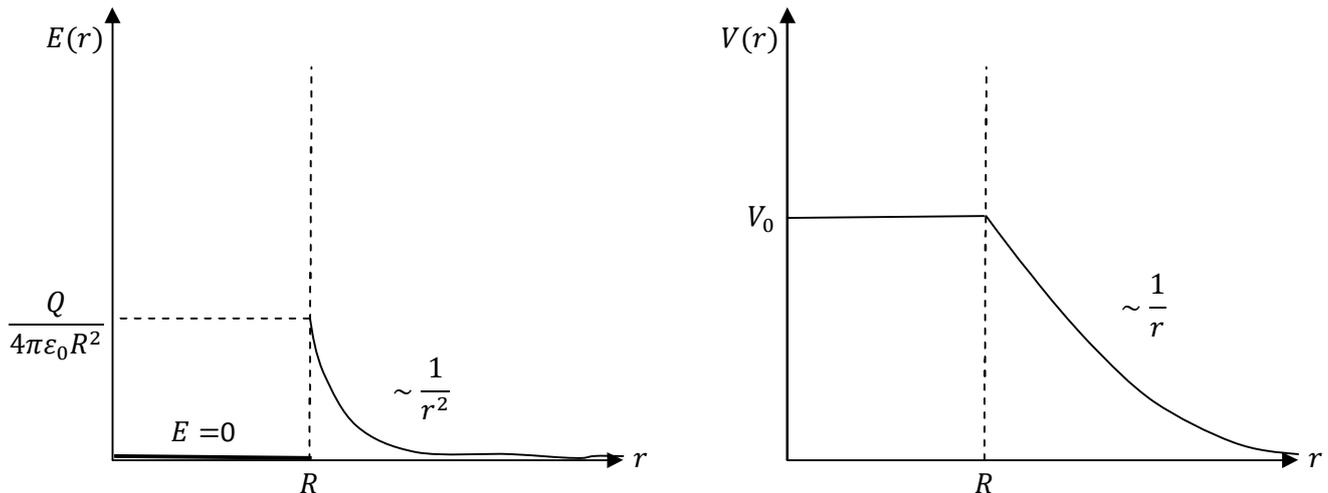


Figure II.15: Variation du champ et du potentiel électrique pour une sphère chargée en surface

II.14.2.b) Champ électrique créé par un cylindre infini uniformément chargé :

On considère un cylindre infini uniformément chargé en volume avec une densité de charge volumique ρ .

Pour le calcul du champ électrique produit par cette distribution de charge on choisit la surface de Gauss un cylindre de même axe (OZ) que le cylindre chargé de hauteur limitée h et de rayon r .

Les lignes de champ électrique sont radiales c'est à dire :

$$\vec{E} = E(r) \cdot \vec{u}_r \quad (\text{II.77})$$

Le flux du champ électrique à travers les trois faces du cylindre est :

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 \quad (\text{II.78})$$

Où : $\phi_1 = \iint_{(S_1)} \vec{E} \cdot d\vec{S}$ est le flux à travers la surface supérieure de la surface supérieure (S_1).

$\phi_2 = \iint_{(S_2)} \vec{E} \cdot d\vec{S}$ est le flux à travers la surface supérieure de la surface inférieure (S_2).

$\phi_3 = \iint_{(S_3)} \vec{E} \cdot d\vec{S}$ est le flux à travers la surface supérieure de la surface latérale (S_3).

Le flux à travers la surface supérieure et inférieure du cylindre (surface de Gauss) est nul car le vecteur champ \vec{E} est perpendiculaire aux vecteurs normaux \vec{n}_1 et \vec{n}_2 (sachant que $\vec{S}_1 = S_1 \cdot \vec{n}_1$ et $\vec{S}_2 = S_2 \cdot \vec{n}_2$).

Le flux total ϕ à travers la surface de Gauss est égal au flux du champ \vec{E} à travers la surface latérale du cylindre S_3 .

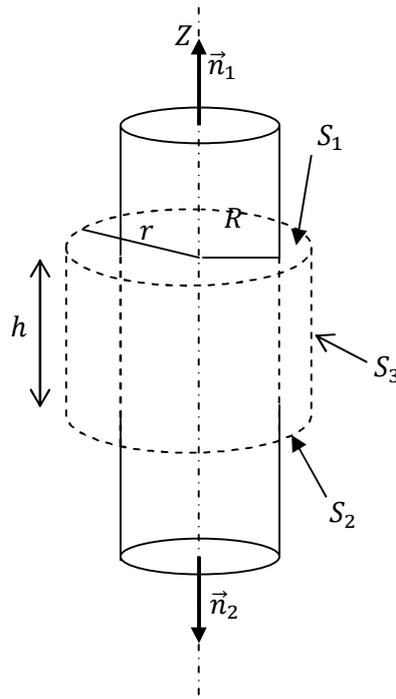


Figure II.16: Surface de Gauss pour un conducteur cylindrique

$$\phi = \phi_3 = \iint_{(S_3)} \vec{E} \cdot d\vec{S} \quad (\text{II.79})$$

comme : $d\vec{S}_3 = dS \cdot \vec{u}_r$ et $\vec{E} = E \cdot \vec{u}_r$

L'équation (II.79) devient égale à :

$$\phi = E \cdot \iint_{(S_3)} dS = E \cdot S_3 = E \cdot 2\pi \cdot r \cdot h \quad (\text{II.80})$$

S_3 est la surface latérale du cylindre.

D'après le théorème Gauss on écrit :

$$\phi = E \cdot 2\pi \cdot r \cdot h = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \quad (\text{II.81})$$

Q_{int} est la charge totale se trouvant à l'intérieur du volume limité par la surface de Gauss.

On distingue trois cas différents :

A l'intérieur du cylindre ($r < R$) :

La charge électrique Q_{int} à l'intérieur du volume limité par la surface de Gauss pour $r < R$ vaut :

$$Q_{int} = \int \rho dV = \rho \pi r^2 h \quad (\text{II.82})$$

d'où le champ électrique à l'intérieur est déduit de la loi de Gauss:

$$E \cdot 2\pi r h = \frac{\rho \pi r^2 h}{\varepsilon_0} \quad (\text{II.83})$$

Par conséquent le champ électrique total vaut :

$$E = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} r \quad (\text{II.84})$$

Le champ est proportionnel en r à l'intérieur du cylindre.

En surface du cylindre ($r = R$) :

La charge contenue dans le volume du cylindre limité par la surface de Gauss est égale à :

$$Q_{int} = \rho \pi R^2 h \quad (\text{II.85})$$

d'où l'équation du champ en surface du cylindre déduite de l'équation du flux est :

$$E = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} R = Cste \quad (\text{II.86})$$

A l'extérieur du cylindre ($r > R$) :

L'équation du flux s'écrit comme :

$$E \cdot 2\pi r h = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \quad (\text{II.87})$$

Où la charge à l'intérieure vaut:

$$Q_{int} = \rho \cdot \pi R^2 h \quad (\text{II.88})$$

L'expression du champ électrique à l'extérieur du cylindre est :

$$E = \frac{Q_{int}}{2\pi h \varepsilon_0 r} \quad (\text{I.89})$$

Soit :

$$E = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0} \frac{1}{r} \quad (\text{II.90})$$

à l'extérieur du cylindre le champ varie en $\frac{1}{r}$.

EXERCICES :**Exercice 1 :**

L'atome d'hydrogène est constitué d'un proton et d'un électron. Sachant que le rayon de l'atome d'hydrogène est approximativement égal à 0,529177 Angstrom.

- 1- Calculer la force d'interaction électrostatique entre l'électron et le proton $\|\vec{F}_e\|$.
- 2- Calculer la force d'attraction gravitationnelle entre l'électron et le proton $\|\vec{F}_g\|$.
- 3- Comparer les deux forces et que peut-on conclure ?.

On donne :

$$m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, m_p = 1,672 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, q_p = -q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, K = 9 \cdot 10^{-9} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2},$$

$$G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Solution :

1)- Force d'attraction coulombienne F_e :

$$F_e = K \cdot \frac{|q_e q_p|}{r^2} = 9 \times 10^{-9} \times \frac{(1,6 \times 10^{-19})^2}{(0,529177 \times 10^{-10})^2}$$

$$F_e \approx 82,285 \times 10^{-9} \text{ N}$$

2)- Force d'attraction gravitationnelle F_g :

$$F_g = G \cdot \frac{m_e \cdot m_p}{r^2} = 6,674 \times 10^{-11} \times \frac{9,109 \cdot 10^{-31} \times 1,672 \cdot 10^{-27}}{(0,529177 \times 10^{-10})^2}$$

$$F_g \approx 36,302 \times 10^{-50} \text{ N}$$

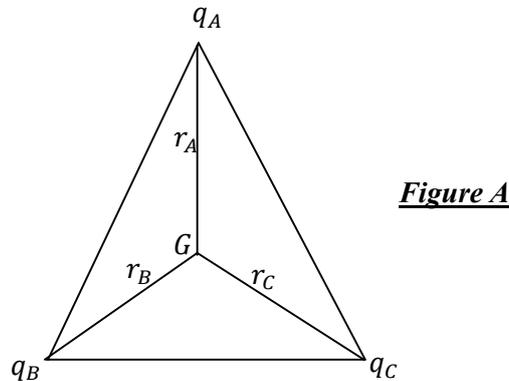
3)- Comparaison :

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{82,285 \times 10^{-9}}{36,302 \times 10^{-50}} = 2,26 \times 10^{41}$$

Le rapport est énorme ce qui montre que la force électrostatique à l'échelle atomique est très importante par rapport à la force d'attraction gravitationnelle.

Exercice 2 :

On place aux sommets d'un triangle équilatéral trois charges positives identiques $q_A = q_B = q_C = Q$ (voir **Figure A**).



- 1)- Déterminer le champ électrique \vec{E} au centre géométrique G du triangle ABC.
- 2)- Si on place au point G une charge q' .que vaut la force exercée par les trois charges sur la charge en question q' ?

Solution:

D'après le principe de superposition, le champ électrique créé par les trois charges q_A, q_B et q_C placées aux sommets du triangle ABC est la somme des champs créés par chaque charge au point considéré G c'est-à-dire :

$$\vec{E}_G = \sum_{i=1}^3 \vec{E}_i = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C$$

$$\vec{E}_G = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{\overrightarrow{AG}}{\|\overrightarrow{AG}\|^3} + \frac{\overrightarrow{BG}}{\|\overrightarrow{BG}\|^3} + \frac{\overrightarrow{CG}}{\|\overrightarrow{CG}\|^3} \right)$$

Comme G est un centre de gravité du triangle ABC :

$$r_A = r_B = r_C = \|\overrightarrow{AG}\| = \|\overrightarrow{BG}\| = \|\overrightarrow{CG}\| = r$$

D'où :

$$\vec{E}_G = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} (\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG})$$

Soit O un point quelconque de l'espace, on pourra écrire :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} &= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OG} \\ &= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + (3\overrightarrow{OG})\end{aligned}$$

Puisque G est centre de gravité on a :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \overrightarrow{OM}_i = \frac{1}{3} (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$$

Par conséquent, le champ total au point G est nul c'est-à-dire :

$$\vec{E}_G = \vec{0}$$

Exercice 3 :

Calculer le champ électrostatique \vec{E} en un point M de l'espace créé par les distributions suivantes :

1^{er} Cas : un fil infiniment long chargé uniformément avec une densité linéique λ (**Figure B**)

2^{ème} Cas : Un disque de rayon R chargé uniformément en surface avec une densité surfacique σ (**Figure C**).

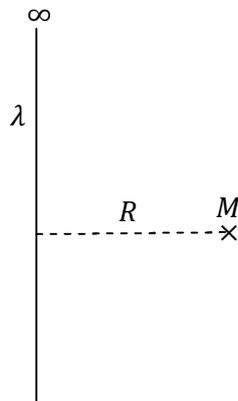


Figure B

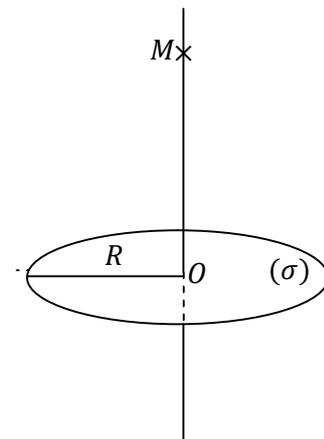


Figure C

Solution :

Premier cas : Champ créé par un fil infini chargé uniformément (**Figure D**)

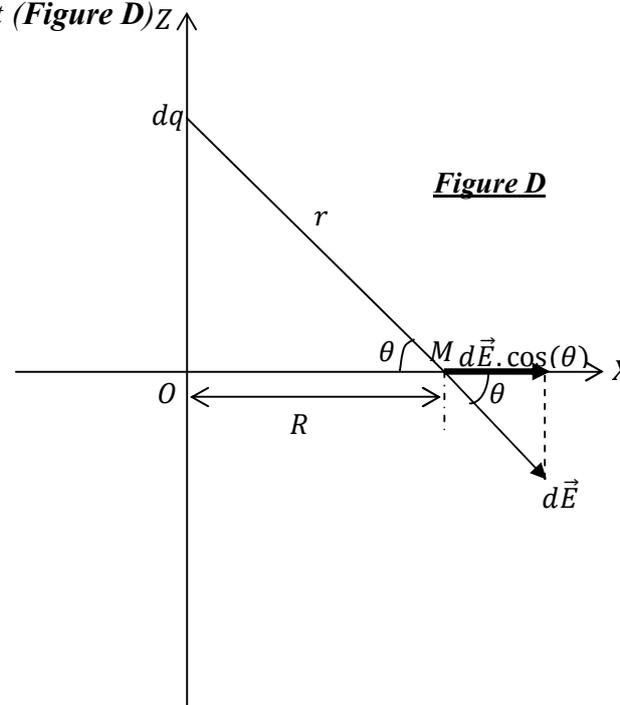
L'élément dl du fil porte une charge dq qui crée au point M un champ élémentaire $d\vec{E}$ tel que :

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \vec{u}$$

r : est la distance entre l'élément de charge dq et le point M .

$\vec{u} = \frac{\vec{r}}{r}$ est un vecteur unitaire suivant \vec{r} .

ϵ_0 est la permittivité électrique du vide.



L'intensité du champ électrique E créé par l'élément de charge dq s'écrit donc :

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dz}{r^2}$$

Par raison de symétrie, le champ total créé par le fil infini est porté par l'axe (ox) :

$$E = \int dE_x = \int dE \cdot \cos(\theta)$$

Soit

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda dz}{r^2} \cdot \cos(\theta)$$

Posons :

$$\operatorname{tg}(\theta) = \frac{Z}{R}$$

D'où : $Z = R \cdot \operatorname{tg}(\theta)$

Par dérivation :

$$\frac{d\theta}{\cos(\theta)^2} = \frac{dZ}{R} \quad \text{où} \quad dZ = \frac{R}{\cos(\theta)^2} d\theta$$

Dans le triangle PMO :

$$r^2 = Z^2 + R^2$$

Par substitution des termes de dZ et r^2 dans l'équation du champ E_x on pourra écrire :

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{R}{\cos(\theta)^2} \cdot \frac{1}{R^2 + R^2 \tan^2(\theta)} \cdot \cos(\theta) d\theta$$

$$E = E_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos(\theta) d\theta$$

Les bornes de l'intégrales sont $Z \rightarrow \pm\infty$ donc $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$.

On écrit donc le champ total selon l'équation :

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos(\theta) d\theta$$

Finalement, le champ électrique créé par un fil infini chargé linéairement avec une densité linéique λ est :

$$E = \frac{\lambda}{2\pi R \epsilon_0}$$

Deuxième cas : Champ créé par un disque chargé uniformément (densité surfacique) (**Figure E**)

L'élément de charge dq situé à l'élément de surface dS crée au point M situé sur l'axe (OZ) un champ élémentaire $d\vec{E}$ donné par l'équation :

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2}$$

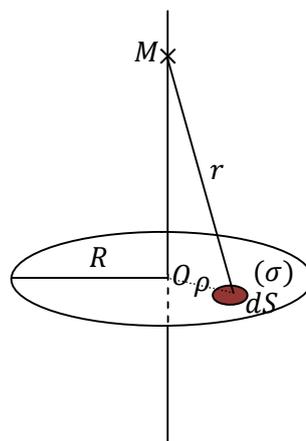


Figure E

Par raison de symétrie, le champ total au point M créé par le disque est porté par l'axe (OZ). C'est à dire :

$$dE_z = dE \cdot \cos(\theta)$$

Par intégration, on aura :

$$E = E_z = \int dE \cdot \cos(\theta)$$

Soit :

$$E_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \cdot \cos(\theta)$$

Comme :

$$dq = \sigma dS$$

Et
$$\cos(\theta) = \frac{Z}{r}$$

D'où le champ total au point M s'écrit donc :

$$E_z = \frac{\sigma \cdot Z}{4\pi\epsilon_0} \iint \frac{dS}{r^3}$$

En coordonnées polaires l'élément de surface dS s'écrit comme :

$$dS = \rho d\rho d\varphi$$

Pour balayer toute la surface du disque, il faut intégrer par rapport à ρ et φ où $0 \leq \rho \leq R$ et $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

L'expression du champ devient égale à :

$$E_z = \frac{\sigma \cdot Z}{4\pi\epsilon_0} \iint \frac{\rho d\rho d\varphi}{r^3}$$

Et comme :

$$r^2 = \rho^2 + Z^2$$

$$r^3 = (\rho^2 + Z^2)^{\frac{3}{2}}$$

Finalement, l'intégrale a pour expression :

$$E_z = \frac{\sigma \cdot Z}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R \frac{\rho d\rho}{(\rho^2 + Z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E_Z = \frac{\sigma Z}{2\varepsilon_0} \int_0^R \frac{\rho d\rho}{(\rho^2 + Z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Z est une constance qui représente la hauteur du point M par rapport au disque.

$$E_Z = \frac{\sigma Z}{2\varepsilon_0} \left(\frac{1}{|Z|} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + Z^2}} \right)$$

Exercice 4 :

Quatre charges $q_A = q_B = +q$ et $q_C = q_D = -q$ sont placées aux sommets d'un carré d'arrête a .

- 1)- Calculer le champ électrique créé par les charges q_A, q_B et q_C au point D .
- 2)- Déduire la force \vec{F} exercée par ces trois charges sur la charge q_D ?.

On donne :

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} , q = 8 \cdot 10^{-10} \text{nC} , a = 0,5 \text{ m}$$

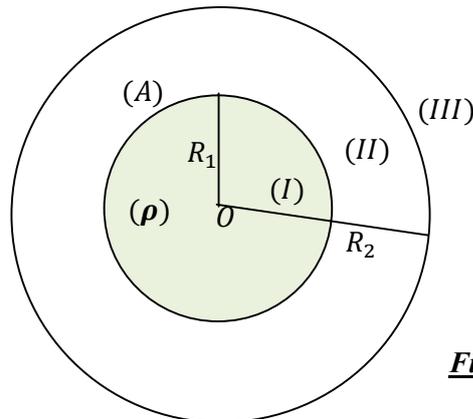
Exercice 5 : [4]

On donne trois charges ponctuelles q_1, q_2 et q_3 , situées aux sommets d'un triangle équilatéral de côté 10 cm .

Les modules des forces électriques qui s'exercent entre elles sont $F_{12} = 5,4 \text{ N}$ (attractive), $F_{13} = 9 \text{ N}$ (attractive). Sachant que q_1 est négative, quelles sont les valeurs de q_2 et q_3 ?.

Exercice 6 :

Deux sphères (A) , (B) concentriques de rayons R_1 et R_2 respectivement. La sphère (A) est pleine et chargée en volume avec une densité volumique ρ positive. La sphère (B) est chargée surfaciquement ($\sigma > 0$) et entoure complètement la sphère (A) (voir **Figure F**).

**Figure F**

- 1- Calculer le champ électrique \vec{E} dans les trois régions indiquées ci-haut.
- 2- Déduire les expressions du potentiel électrique dans ces trois régions.
- 3- Tracer les courbes du champ électrique $\vec{E}(r)$ et du potentiel $V(r)$.

Exercice 7 : [1]

On considère un disque circulaire de rayon R , chargé sur une face avec une densité surfacique de charge σ .

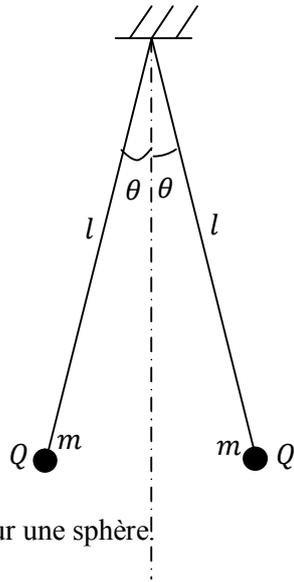
Cette distribution de charges varie en fonction de la distance r du centre du disque, mais est constante pour une distance r donnée. Quelle est la charge totale Q portée par le disque pour :

- 1)- $\sigma = \sigma_0 \frac{r}{R}$
- 2)- $\sigma = \sigma_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$
- 3)- $\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{r}{R}}$

Exercice 8 : (pendule électrostatique)

Deux petites sphères de masse égale à 2.00 gr , sont attachées à l'extrémité inférieure d'un fil de longueur $l = 1,00 \text{ m}$ dont l'extrémité supérieure est accrochée à un point fixe (voir **Figure G**).

Les deux sphères portent la même charge Q et à l'équilibre. Les deux fils font un angle de $\theta = 15^\circ$ par rapport à la verticale.

**Figure G**

- 1)-Faire le bilan des forces qui s'exercent sur une sphère!
- 2)- Ecrire la condition d'équilibre pour l'une des sphères supposées ponctuelles.
- 3) - En déduire la valeur de la force de Coulomb qui s'exerce sur une sphère $\|\vec{F}_e\|$.
- 4)- Calculer la valeur de la charge portée par une sphère Q . On donne : $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ SI}$.

CHAPITRE III

Les conducteurs en équilibre électrostatique

Les conducteurs en équilibre électrostatique

III.1) Introduction :

Un conducteur est un milieu dans lequel les charges libres (électrons libres) peuvent se déplacer sous l'effet d'un champ électrique même ce champ est faible.

On dit qu'un conducteur est en équilibre électrostatique si la résultante des forces agissantes sur ses charges libres est nulle ou aucune force n'agit sur ses charges.

III.2) Propriétés d'un conducteur en équilibre:

Propriété 1 :

Puisque la force électrostatique est liée au champ électrique et si le conducteur est en équilibre, les charges se trouvant à l'intérieur de ce dernier sont quasiment immobiles d'où la force agissante sur chaque charge libre est nulle ce qui implique que le champ est également nul.

On rappelle que la relation entre la force électrique et le champ est $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$.

A l'intérieur d'un conducteur en équilibre $\vec{F} = \vec{0}$ d'où $\vec{E} = \vec{0}$

A l'intérieur d'un conducteur à l'équilibre, le champ électrique est nul.

Propriété 2 :

Partons de la relation qui lie le champ électrique au potentiel $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$, le champ à l'intérieur du conducteur est nul d'où le potentiel en tout point du conducteur est constant même à la surface (par continuité). La surface du conducteur forme une *surface équipotentielle*. Tout le conducteur forme un volume équipotentiel.

Les lignes du champ électrique sont normales à la surface du conducteur car si le champ électrique ait une composante parallèle à la surface du conducteur les charges électriques se déplacent par conséquent.

Propriété 3 :

Sachant qu'à l'intérieur d'un conducteur à l'équilibre le champ électrique est nul, par application du théorème de Gauss vu dans le chapitre 1 on aura un flux nul d'où la charge totale Q_{tot} à l'intérieur d'un conducteur est nulle.

$$\phi = \oiint \vec{E} \cdot \vec{dS} = \frac{\sum_0 q_i}{\epsilon_0} = 0 \quad (\text{III.1})$$

La charge est donc répartie en surface du conducteur et on déduit également que la charge à l'intérieur d'un conducteur à l'équilibre est nulle c'est à dire que $\rho = 0$.

III.3) Capacité d'un conducteur isolé :

Un conducteur en équilibre électrostatique qui contient une charge totale Q et ayant un potentiel V est caractérisé par une capacité électrique C telle que :

$$C = \frac{Q}{V} \quad (\text{III.2})$$

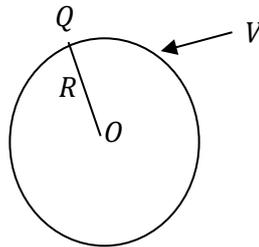


Figure III.1: Conducteur sphérique en équilibre électrostatique

Dans le système international des unités (SI), la capacité est mesurée en Farad (F).

$$1 \text{ Farad} = \frac{1 \text{ Coulomb}}{1 \text{ volt}}$$

Donc, on définit la capacité propre d'un conducteur isolé par le rapport entre sa charge Q et son potentiel V .

Sachant que pour un conducteur sphérique de rayon R , le potentiel est égal à :

$$V = K \frac{Q}{R} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (\text{III.3})$$

La capacité du conducteur sphérique vaut :

$$C = 4\pi\epsilon_0 R \quad (\text{III.4})$$

Cette équation est valable si le conducteur est dans le vide.

Si le milieu entourant le conducteur est un milieu isolant de permittivité ϵ la capacité du conducteur est :

$$C = 4\pi\epsilon R \quad (\text{III.5})$$

avec : ϵ est la permittivité électrique du milieu isolant et $\epsilon = \epsilon_0\epsilon_r$ où ϵ_r est la permittivité relative du milieu.

R est le rayon de la sphère conductrice.

III.4) Champ au voisinage immédiat d'un conducteur : (théorème de Coulomb)

Soit un conducteur de forme quelconque chargé surfaciquement avec une densité σ . Le conducteur est supposé en équilibre électrostatique. On cherche l'expression du champ électrostatique en un point M très proche de la surface du conducteur et situé à l'extérieur du conducteur.

Pour ce faire, on utilise le théorème de Gauss. On choisit d'abord une surface fermée (S_G) représentée par un cylindre aplati découpant le conducteur en un élément de surface dS qui porte un élément de charge $dq = \sigma \cdot dS$

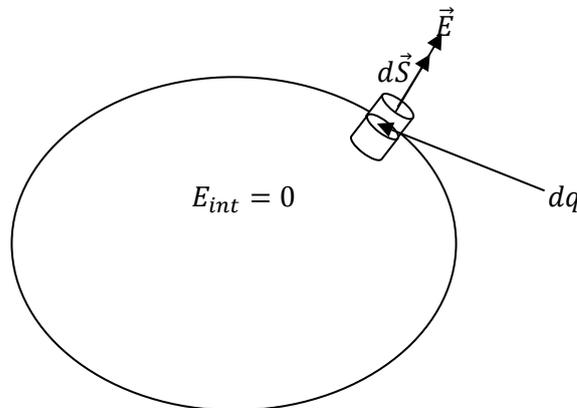


Figure III.2 : Surface de Gauss pour démontrer le théorème de Coulomb

D'après le théorème de Gauss, le flux du champ électrostatique à travers le cylindre (surface de Gauss) est :

$$d\Phi = d\Phi_{sup} + d\Phi_{inf} + d\Phi_{lat} \quad (\text{III.6})$$

Avec :

$d\Phi_{sup} = \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot dS$ est le flux élémentaire à travers la surface supérieure du cylindre ($\vec{E} \parallel d\vec{S}$).

$d\Phi_{inf} = 0$ le flux du champ à travers la surface inférieure du cylindre qui est à l'intérieure du conducteur où le champ E_{int} est nul.

$d\Phi_{lat} = \vec{E} \cdot d\vec{S}' = 0$ le flux du champ électrique à travers la surface latérale du cylindre où $\vec{E} \perp d\vec{S}'$.

On déduit donc que le flux du champ électrique est égal au flux électrostatique à travers l'élément de surface supérieure du cylindre $d\vec{S}$. Il est égal à :

$$d\Phi = E \cdot dS = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \quad (\text{III.7})$$

$Q_{int} = \sigma \cdot dS$ est la charge à l'intérieure du cylindre déposée sur l'élément de surface dS du conducteur.

L'équation (III.7) devient alors :

$$d\Phi = E \cdot dS = \frac{\sigma \cdot dS}{\epsilon_0} \quad (\text{III.8})$$

Le champ au point M au voisinage du conducteur est donc :

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (\text{III.9})$$

Le champ est perpendiculaire à la surface élémentaire $d\vec{S}$ du conducteur.

III.4.1) Enoncé du théorème de Coulomb :

Le champ électrique au voisinage immédiat d'un conducteur à l'équilibre est égal au rapport $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$.

Ce champ est normal à la surface du conducteur.

La variation du champ électrique est représentée sur la figure ci-dessous :

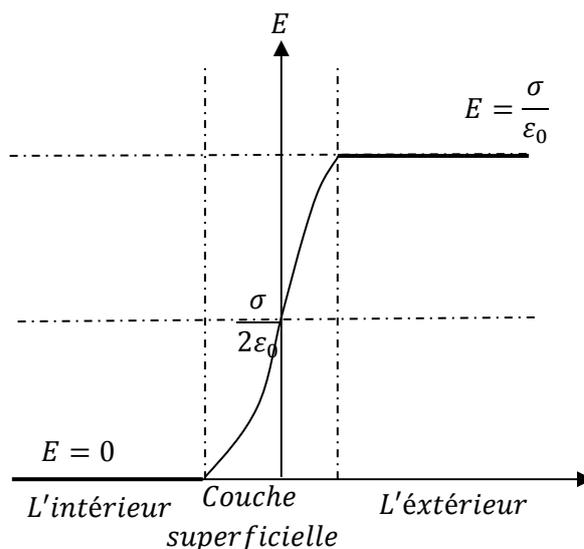


Figure III.3: Variation du champ électrique au voisinage de la surface d'un conducteur en équilibre

III.5) Pression électrostatique :

Lorsque l'on charge une bulle de savon avec des charges positives ou négatives, le volume de la bulle augmente est donc on explique ça par une pression qui s'exerce sur la bulle et cette pression est liée aux forces de répulsion entre les charges électriques de mêmes signes se trouvant en surface de la bulle de savon.

La pression électrostatique P_e est le rapport force appliquée au surface portant le charge dq c'est-à-dire :

$$P_e = \frac{df}{ds} \quad (\text{III.10})$$

La force exercée sur une charge dq déposée sur un élément de surface ds est :

$$d\vec{f} = dq \cdot \vec{E} \quad (\text{III.11})$$

Sachant que le champ au voisinage immédiat (théorème de Coulomb) de la bulle est égal à :

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (\text{III.12})$$

Comme la charge $dq = \sigma \cdot ds$, la pression électrostatique s'écrit donc :

$$P_e = \frac{\sigma \cdot ds}{ds} \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{\sigma^2}{\epsilon_0} \quad (\text{III.13})$$

$P_e > 0$ La pression électrostatique exprimée en Pascal est toujours positive.

III.6) Phénomènes d'influence :**III.6.1) Influence partielle :**

Si on approche un conducteur (A) neutre à un conducteur initialement chargé positivement (B) ce dernier et grâce au champ créé par ses charges agit sur les électrons libres du conducteur(A) qui migrent vers le côté face au conducteur(B). Avec cette migration progressive des électrons, sur l'autre côté du conducteur (A) ils apparaissent des charges positives. Cette nouvelle répartition des charges dans le conducteur (A) il se crée un champ induit \vec{E}_{in} qui s'oppose au champ extérieur \vec{E}_{ext} .

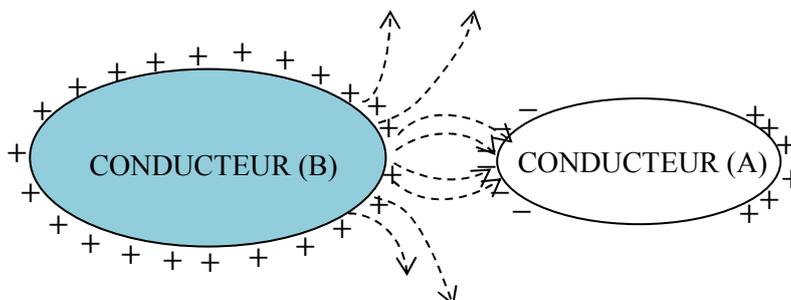


Figure III.4 : Phénomène de l'influence partielle

La migration des électrons dans le conducteur (A) cesse (état d'équilibre) lorsque les deux champs se neutralisent c'est-à-dire :

$$\vec{E} + \vec{E}_{in} = 0 \quad (\text{III.14})$$

Ce phénomène s'appelle l'influence partielle car le conducteur (A) (influencé) n'est pas entouré complètement par le conducteur (B) (l'influençant).

III.6.2) Influence totale :

Dans le cas où le conducteur influencé est entouré complètement par un autre conducteur (influençant), les lignes de champ sortant du conducteur influençant aboutissent le conducteur influencé. Il s'agit donc du phénomène de l'influence totale.

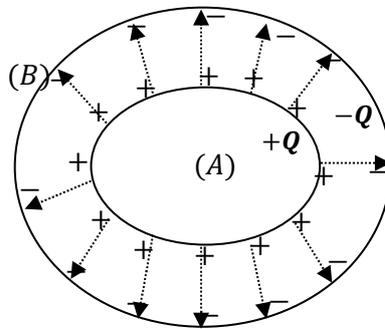


Figure III.5: Phénomène de l'influence totale

Prenons un exemple, soit le conducteur (A) une sphère initialement chargée (positivement par exemple). On entoure cette sphère par une autre sphère conductrice neutre (B). Toutes les lignes de champ sortant de la sphère chargée (A) aboutissent la sphère (B). Des charges de signe négatif apparaissent sur la paroi interne de la sphère (B) telle que la charge totale sur la paroi interne de la sphère (B) soit égale à :

$$Q_B^{int} = -Q_A = -Q \quad (\text{III.15})$$

Sur la paroi externe de la sphère (B) ils apparaissent des charges positives tel que :

$$Q_B^{ext} = -Q_B^{int} = +Q \quad (\text{III.16})$$

III.7) Les condensateurs :

III.7.1) Définition :

Un condensateur est un élément électrique constitué de deux conducteurs appelés armatures en influence totale séparés par un milieu isolant généralement ce milieu est le vide ou un diélectrique.

La distance entre les deux armatures est faible devant les dimensions des armatures.

Lorsqu'un condensateur est chargé par l'établissement d'une différence de potentiel entre les deux armatures deux types de charges apparaissent sur les deux armatures où l'une est positive (+Q) et l'autre est négative(-Q). Chaque condensateur a sa propre capacité de stocker les charges électriques.

III.7.2) Capacité d'un condensateur :

Un condensateur est caractérisé par une grandeur physique appelé la capacité et notée C tel que :

$$C = \frac{Q}{U} \quad (\text{III.17})$$

Q est la charge électrique en Coulomb (C) .

U est la tension aux bornes du condensateur en volts (V).

C est la capacité du condensateur en Farad (F).

Le Farad est une unité un peu grande, il vaut mieux utiliser les sous multiples du Farad comme le microfarad ($1\mu F = 10^{-6}F$), NanoFarad ($1nF = 10^{-9}F$) et le picoFarad ($1pF = 10^{-12}F$).

Le milieu qui sépare les deux armatures du condensateur est généralement le vide ou un matériau diélectrique comme le paraffine, le verre, la céramique, etc.

La capacité du condensateur dépend de la géométrie du condensateur ainsi que de la nature du milieu isolant. Dans ce qui suit, on s'intéresse à des condensateurs dont le vide.

III.7.3) Capacité d'un condensateur plan :

Un condensateur plan est l'ensemble de deux conducteurs plans parallèles de surfaces quasiment identiques S et séparés par une distance d faible devant les dimensions des armatures plans (**Figure III.6**).

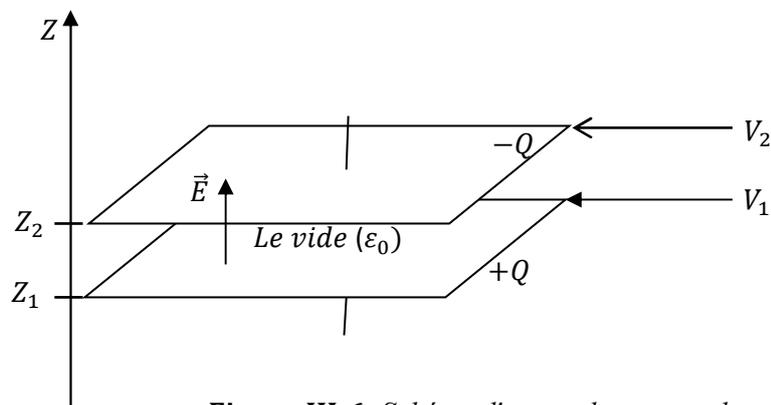


Figure III.6: Schéma d'un condensateur plan

Le champ électrique entre les deux plaques du condensateur est uniforme et est la somme vectorielle des champs électriques créés par chaque plaque conductrice chargée :

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{k} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} (-\vec{k}) \quad (\text{III.18})$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{k} \quad (\text{III.19})$$

Les lignes du champ sont des droites parallèles entre eux et perpendiculaires aux plans des armatures du condensateur. Maintenant, faisons circuler le champ électrique le long d'une ligne de champ, on aura :

$$-\int_{V_1}^{V_2} dV = \int_{z_1}^{z_2} E \cdot dz = \int_{z_1}^{z_2} \frac{\sigma}{\varepsilon_0} dz \quad (\text{III.20})$$

$$V_1 - V_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} (z_2 - z_1) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot d \quad (\text{III.21})$$

$V_1 > V_2$ car le sens des lignes de champs est dans le sens des potentiels décroissants.

La capacité du condensateur plan est donc :

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{\sigma \cdot S}{\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot d} \quad (\text{III.22})$$

$$C = \frac{\varepsilon_0}{d} \cdot S \quad (\text{III.23})$$

La capacité d'un condensateur plan augmente avec l'augmentation des surfaces des armatures planes et la diminution de l'épaisseur de l'isolant.

III.7.4) Capacité d'un condensateur cylindrique :

Un condensateur cylindrique est l'ensemble de deux plaques cylindriques coaxiales conductrices séparées par un isolant (le vide) (voir la **Figure III.7**).

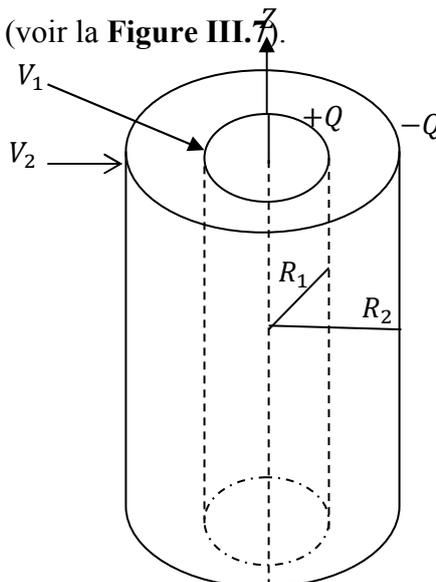


Figure III.7: Schéma d'un condensateur cylindrique

Les charges sont supposées distribuées linéairement et uniformément le long de chaque cylindre.

Appliquons le théorème de Gauss donnant le flux du champ électrique à travers la surface latérale du cylindre, on aura :

$$E \cdot S_{lat} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \quad (\text{III.24})$$

$$E \cdot 2\pi r \cdot h = \frac{\lambda \cdot h}{\epsilon_0} \quad (\text{III.25})$$

Où h est la hauteur de chaque cylindre et λ est la densité de charge linéique.

D'où le champ électrique entre les deux armatures vaut :

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \quad (\text{III.26})$$

on note que le champ est radial et suivant \vec{u}_r .

Faisons circuler le champ suivant une ligne de champ du cylindre intérieur de rayon R_1 jusqu'au le cylindre extérieur de rayon R_2 on pourra écrire :

$$\int_{V_1}^{V_2} dV = - \int_{R_1}^{R_2} E \cdot dr \quad (\text{III.27})$$

$$V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r} \quad (\text{III.28})$$

Donc la forme du potentiel aux bornes du condensateur est :

$$V_1 - V_2 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \quad (\text{III.29})$$

et la capacité d'un condensateur cylindrique est :

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{\lambda \cdot h}{\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \quad (\text{III.30})$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 h}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \quad (\text{III.31})$$

III.7.5) Capacité d'un condensateur sphérique :

Un condensateur sphérique est l'ensemble de deux sphères conductrices de même centre séparées par un isolant ou le vide (**Figure III.8**).

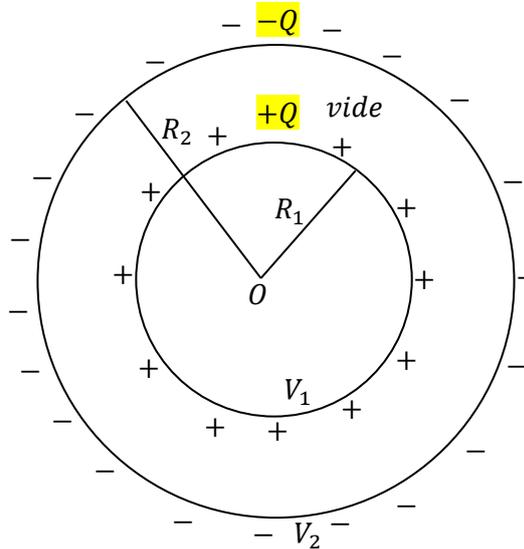


Figure III.8: Schéma d'un condensateur sphérique

Les deux coquilles métalliques sont en influence totale et chaque coquille porte la même charge que celle portée par l'autre mais de signe opposé. Les charges électriques sont supposées réparties d'une façon uniforme sur les surfaces des deux coquilles métalliques.

Le champ électrique \vec{E} à l'intérieur de l'isolant (le vide) est obtenu par application du théorème de Gauss, on aura donc :

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r \quad (\text{III.32})$$

L'intensité du champ est donc :

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad (\text{III.33})$$

Le système de coordonnées approprié pour ce problème est le système des coordonnées sphériques.

Vu que le champ électrique est radial, l'équation liante le champ électrique avec le potentiel électrique et en coordonnées sphériques s'écrit :

$$E = -\frac{dV}{dr} \quad (\text{III.34})$$

Par intégration on aura :

$$\int_{V_1}^{V_2} dV = - \int_{R_1}^{R_2} E \cdot dr \quad (\text{III.35})$$

De l'équation (III.33) et (III.35), la différence de potentiel vaut :

$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} \tag{III.36}$$

Donc la différence de potentiel aux bornes du condensateur sphérique est :

$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right] = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{R_2 - R_1}{R_1 \cdot R_2} \tag{III.37}$$

Finalement, la capacité du condensateur sphérique est :

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = 4\pi\epsilon_0 \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_2 - R_1} \tag{III.38}$$

III.7.6) Association des condensateurs :

III.7.6.1) Association en série :

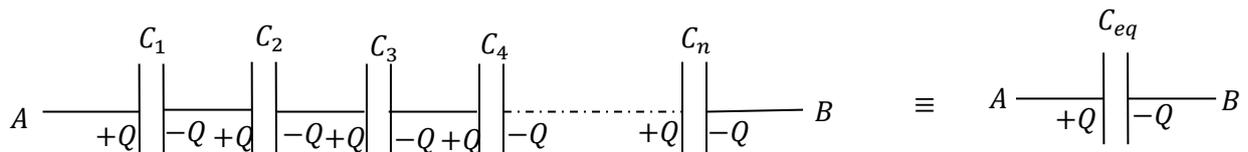


Figure III.9 : Condensateurs en série

A cause du phénomène de l'influence, la charge stockée dans chaque condensateur est la même charge.

La tension aux bornes de la série des condensateurs est la somme des tensions aux bornes des condensateurs.

$$U = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} + \dots + \frac{Q}{C_n} = \frac{Q}{C_{eq}} \tag{III.39}$$

D'où l'inverse de la capacité équivalente est la somme des inverses des capacités C_i .

Soit :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n} \tag{III.40}$$

Sous forme compacte on écrit :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \tag{III.41}$$

III.7.6.2) Association en parallèle :

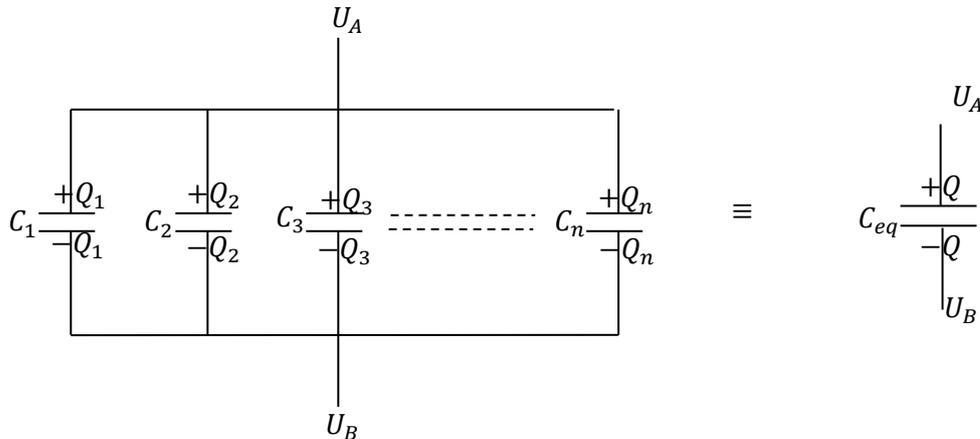


Figure III.10 : Condensateurs en parallèle

Comme la charge électrique est proportionnelle à la capacité du condensateur donc les charges stockées par les condensateurs associés en parallèle ne sont pas les mêmes.

La charge Q du condensateur équivalent est la somme des charges stockées par tous les condensateurs c'est-à-dire :

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_n \quad (\text{III.42})$$

Puisque les condensateurs sont associés en parallèle, chaque condensateur est soumis à la même tension

$U = U_A - U_B$, on peut écrire donc:

$$u_1 = u_2 = u_3 = \dots = u_n = U \quad (\text{III.43})$$

Donc les équations (III.42) et (III.43) donnent :

$$C_{eq} \cdot U = C_1 \cdot U + C_2 \cdot U + C_3 \cdot U + \dots + C_n \cdot U \quad (\text{III.44})$$

D'où la capacité équivalente :

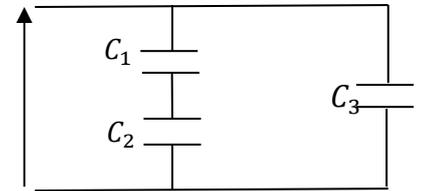
$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i \quad (\text{III.45})$$

On conclut que la capacité équivalente d'un ensemble de condensateurs associés en parallèle est la somme des capacités de ces condensateurs.

Exemple :

1)- Déterminer la capacité équivalente C_{eq} de l'ensemble des condensateurs de la figure ci-dessous.

On donne : $C_1 = 10 \mu F$, $C_2 = 15 \mu F$ et $C_3 = 4 \mu F$

**Solution:**

1)- La capacité équivalente C_{eq} :

C_1 et C_2 en série :

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 \times C_2}$$

$$\text{d'où : } C' = \frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2} = \frac{150}{25} = 6 \mu F$$

III.7.7) Energie stockée par un condensateur :

Lorsqu'on applique une différence de potentiel aux bornes d'un condensateur ce dernier acquiert une quantité de charges qui se dépose sur les armatures du condensateur.

Le condensateur emmagasine de l'énergie électrique.

Expérimentalement, l'énergie stockée par un condensateur est proportionnelle au carré de la différence de potentiel aux bornes de ce condensateur. La relation qui relie l'énergie à la différence de potentiel aux bornes du condensateur est :

$$E = \frac{1}{2} C \cdot U^2 \quad (\text{III.46})$$

Comme la charge Q est liée à la capacité du condensateur C par l'équation :

$$Q = C \cdot U \quad (\text{III.47})$$

L'équation de l'énergie peut s'écrire comme :

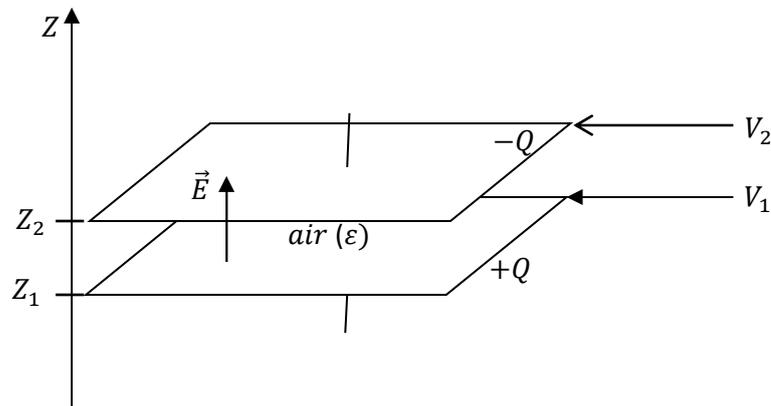
$$E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \left(\frac{Q}{C}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} \quad (\text{III.48})$$

Les unités :

E : en Joule, C : en Farad, U : en volt et Q en Coulomb .

EXERCICES :**Exercice 1 :**

Soit deux plaques métalliques identiques de même surface S séparées par une couche d'air d'épaisseur d (voir figure ci-dessous).



- 1)- Donner l'expression de la capacité C de ce condensateur plan.
- 2)- Le condensateur plan est soumis à une différence de potentiel $V_1 - V_2$. Quelle est la charge électrique Q du condensateur?.

Solution :

1)- Le champ électrique \vec{E} en un point donné M dans le milieu isolant (air) séparant les deux plaques métalliques est la superposition des deux champs électriques créés par chaque plaque c'est à dire :

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Son intensité est égale à :

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

avec :

σ la densité de charge surfacique et ε la permittivité électrique de l'air liée à la permittivité du vide par la relation :

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

où : ε_r est la permittivité électrique relative de l'air.

Puisque le champ dérive d'un potentiel, on écrit :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V$$

et en coordonnées sphériques : $E = -\frac{\partial V}{\partial z}$

Faisons circuler le champ électrique le long d'une ligne de champ on aura donc :

$$-\int_{V_1}^{V_2} dV = \int_{z_1}^{z_2} E \cdot dz = \int_0^d \frac{\sigma}{\epsilon_0} dz$$

Soit:

$$V_1 - V_2 = \frac{\sigma}{\epsilon} d$$

Par conséquent la capacité du condensateur est :

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{\sigma \cdot S}{\frac{\sigma}{\epsilon} \cdot d} = \frac{\epsilon \cdot S}{d}$$

2)- La charge électrique Q portée par chaque plaque est :

$$Q_1 = -Q_2 = Q = C \cdot (V_1 - V_2) = C \cdot \frac{\sigma}{\epsilon} d$$

Exercice 2 : [4]

Un cylindre conducteur de rayon $r_0 = 12 \text{ cm}$ et de longueur infinie porte une charge de densité linéique $\lambda = 3 \text{ nC/m}$. Quel est le module du champ électrique à 10 cm de la surface directement vers l'extérieur ?.

Solution :

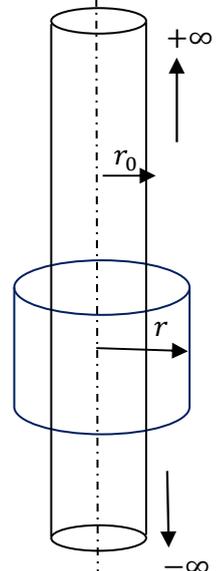
Par application du théorème de Gauss, on considère la surface de Gauss une sphère de hauteur L et de rayon $r = r_0 + x$ avec x est la distance de la surface directement vers l'extérieur.

On écrit donc :

$$\phi = \iint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot S_{lat} = \frac{Q_{tot}}{\epsilon_0}$$

Et comme le flux à travers les surfaces supérieure et inférieure du cylindre (surface de Gauss) est nul.

Le seul flux qui n'est pas nul est celui qui est à travers la surface latérale du cylindre de rayon r .



L'équation précédente devient égale à :

$$E \cdot 2\pi r \cdot L = \frac{\lambda \cdot L}{\epsilon_0}$$

D'où le module champ électrique \vec{E} au point M situé sur la surface latérale de Gauss vaut :

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Avec : $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 SI$, $r = r_0 + x = 12 + 10 = 22cm = 0,22m$

Numériquement :

$$E = 2 \times 3 \times 10^{-9} \times 9 \times 10^9 \times \frac{1}{0,22}$$

$$E = 245 V/m$$

Exercice 3 :

Une sphère de rayon R porte une charge Q et a un potentiel $V = 800 Volts$. La capacité de la sphère vaut $C = 5.5 pF$.

- 1)- Déterminer le rayon de la sphère R .
- 2)- Quelle est la densité surfacique de charge σ de la sphère ?.

Exercice 4 : [4]

Un condensateur plan dont les armatures sont distantes de d est relié à une pile avec une différence de potentiel ΔV . Tout en maintenant le condensateur branché à la pile, on éloigne les armatures l'une de l'autre jusqu'à ce qu'elles soient distantes de $2d$. Quelle est la variation subie par les grandeurs suivantes :

- 1)- La différence de potentiel
- 2)- La charge sur chaque armature
- 3)- L'énergie emmagasinée dans le condensateur.

CHAPITRE IV

Electrocinétique

Electrocinétique

IV.1) Introduction :

L'électrocinétique est l'étude de mouvement des charges électriques (le courant électrique) dans les conducteurs. Autrement dit, c'est l'étude des circuits et des réseaux électriques.

IV.2) Le courant électrique :

Le mouvement collectif des charges électriques dans un conducteur sous l'action d'un champ électrique forme un courant électrique.

Le courant électrique a un sens et une intensité I . Son intensité est définie par la quantité de charge dQ traversant un élément de la section dS du conducteur par unité de temps dt .

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (\text{IV.1})$$

Les unités sont : dQ en Coulomb (C), dt en Seconde et I en Ampère

$$1A = 1C/s$$

Par convention, le sens du courant est contraire au sens de circulation des électrons dans les conducteurs.

IV.3) Densité de Courant électrique :

Les charges électriques se déplacent dans le conducteur avec une vitesse moyenne \vec{v} et traversant un élément de surface dS pendant un temps dt .

Le vecteur densité de courant \vec{J} est lié à la vitesse \vec{v} de déplacement des charges via l'équation :

$$\vec{J} = N \cdot q \cdot \vec{v} \quad (\text{IV.2})$$

Où : N est le nombre de charges traversant l'élément dS pendant un temps dt .

L'élément de surface orienté $d\vec{S}$ est traversé par un courant di tel que :

$$di = \vec{j} \cdot d\vec{S} \quad (\text{IV.3})$$

où \vec{j} est le vecteur densité de courant.

On définit la densité de courant (moyenne) comme étant le courant par unité de surface :

$$J = \frac{I}{S} \quad (\text{IV.4})$$

L'unité SI de la densité de courant est Ampère par mètre au carré (A/m^2).

Pour avoir le courant I traversant une surface S de la section du conducteur on intègre l'équation (IV.3). On aura donc :

$$I = \iint_{\text{section}} \vec{J} \cdot d\vec{S} \quad (\text{IV.5})$$

D'après l'équation (IV.5), on peut définir le courant électrique comme étant le flux du vecteur densité à travers la surface dS .

IV.4) Loi d'Ohm :

Certains conducteurs ont la propriété de s'opposer aux mouvements des charges (le courant électrique) ce qui se traduit par une chute de tension dans ces éléments conducteurs. On les appelle les conducteurs ohmiques ou les résistances.

L'expérience montre que qu'à une température ambiante, le rapport entre la tension aux bornes d'un conducteur ohmique U et le courant passant dans ce conducteur I est une constante.

La loi d'Ohm s'écrit donc :

$$R = \frac{U}{I} = \text{Cste} \quad (\text{IV.6})$$

R : Une constante caractéristique au conducteur ohmique mesurée en Ohm (Ω).

I : Le courant traversant la résistance ohmique en Ampère (A).

U : La tension ou la différence de potentiel aux bornes de la résistance mesurée en Volt (V) .

La résistance d'un conducteur ohmique peut être mesurée directement à l'aide d'un 'Ohmmètre' ou bien indirectement en mesurant la tension aux bornes de cette résistance à l'aide du voltmètre et l'intensité du courant à l'aide de l'Ampèremètre puis on fait appel à la loi d'Ohm (équation IV.6).

Pour une valeur donnée de la résistance, si le courant circulant dans la résistance augmente (diminue) la tension aux bornes de la résistance augmente également (diminue) .

IV.5) Effet Joule :

Lorsqu'un conducteur ohmique est parcouru par un courant I pendant un temps t on remarque qu'une chaleur Q est dégagée et la température du conducteur augmente au fur et à mesure que le courant continue sa circulation dans le conducteur ohmique. La chaleur dégagée n'est autre que la transformation d'une quantité de l'énergie électrique en une énergie calorifique dû à l'agitation thermique du conducteur.

L'équivalent de cette énergie calorifique est :

$$E = P \cdot t = U \cdot I \cdot t \quad (\text{IV.7})$$

avec :

$P = U \cdot I$ est la puissance consommée par le conducteur.

U est la tension aux bornes du conducteur.

I est l'intensité du courant qui traverse le conducteur.

t est le temps de circulation du courant dans le conducteur.

L'énergie dégagée par l'effet de Joule dans la résistance R s'écrit aussi sous la forme :

$$E = \frac{U^2}{R} \cdot t \quad (\text{IV.8})$$

IV.6) Groupement des résistances électriques :

IV.6.1) Association en série :

Soit R_1 , R_2 deux résistances associées en série et parcourues par un courant I (figure IV.1).

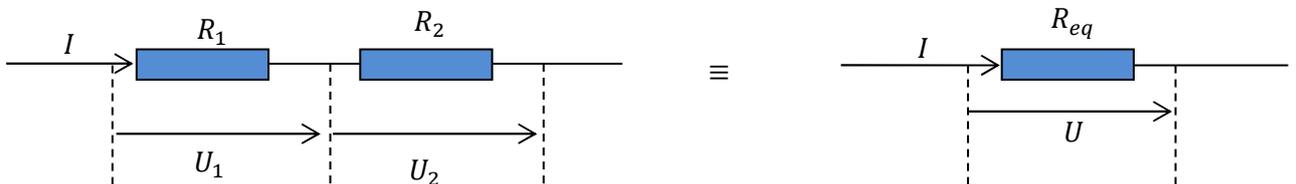


Figure IV.1: Groupement des résistances en série

La différence de potentiel aux bornes des résistances R_1 , R_2 respectivement est déterminée à travers la loi d'Ohm :

$$U_1 = R_1 \cdot I \quad (\text{IV.9})$$

Et

$$U_2 = R_2 \cdot I \quad (\text{IV.10})$$

On cherche une résistance notée R_{eq} qui remplace ces deux résistances en série et parcourue par le même courant.

La différence de potentiel aux bornes de la résistance équivalente vaut :

$$U = R_{eq} \cdot I \quad (\text{IV.11})$$

Et
$$U = U_1 + U_2 \quad (\text{IV.12})$$

Combinons les équations (IV.8), (IV.9), (IV.10) et (IV.11) on aura :

$$R_{eq} \cdot I = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I \quad (\text{IV.13})$$

D'où la résistance équivalente :

$$R_{eq} = R_1 + R_2 \quad (\text{IV.14})$$

Pour n résistances associées en série, la résistance équivalente R_{eq} est égale à :

$$R_{eq} = \sum_{k=1}^n R_k, \quad k = 0, 1, \dots, n \quad (\text{IV.15})$$

IV.6.2) Association en parallèle :

Soient R_1, R_2 deux résistances associées en parallèle et parcourues par les courants I_1 et I_2 respectivement (figure ci-dessous)

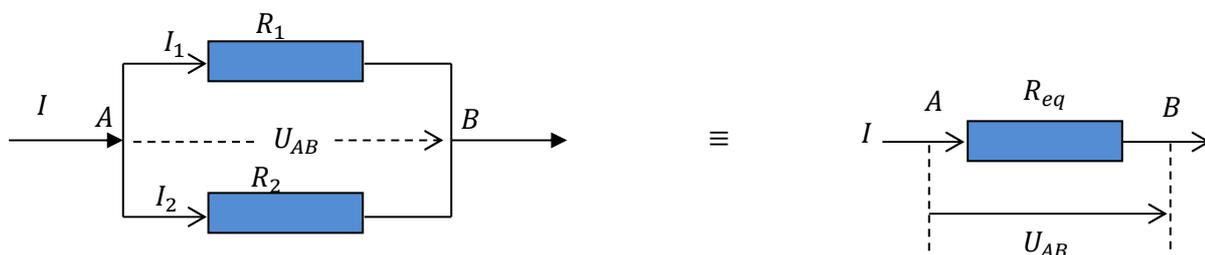


Figure IV.2 : Groupement des résistances en parallèle

À la nœud A on écrit :

$$I = I_1 + I_2 \quad (\text{IV.16})$$

D'après la loi d'Ohm et aux bornes de la résistance équivalente on a :

$$U = R_{eq} \cdot I \quad (\text{IV.17})$$

Comme la tension U est égale à la tension aux bornes de chaque résistance R_1 et R_2 on écrit :

$$U = U_1 = U_2 \quad (\text{IV.18})$$

Soit :

$$R_{eq} \cdot I = R_1 \cdot I_1 = R_2 \cdot I_2 \quad (\text{IV.19})$$

Des équations (IV.16), (IV.18) et (V.19):

$$\frac{U}{R_{eq}} = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} \quad (\text{IV.20})$$

Par combinaison des trois équations (IV.18), (IV.20) on aura :

$$\frac{U}{R_{eq}} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} \quad (\text{IV.21})$$

D'où :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (\text{IV.22})$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad (\text{IV.23})$$

Dans le cas général et pour un circuit de n résistances associées en parallèle, la résistance équivalente vaut:

$$R_{eq} = \frac{1}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}} \quad (\text{IV.24})$$

$k = 0, 1, 2, \dots, n . n \in \mathbb{N}$

IV.7) Sources de tension et sources de courant :

IV.7.1) Source de tension (générateur de tension) : C'est est une source qui garde la tension entre ses bornes constantes quel que soit la variation du courant débité par cette source. Ce genre de source est caractérisée par une force électromotrice e et une résistance interne r .

Le schéma d'une source de tension continue est selon la figure ci-dessous :

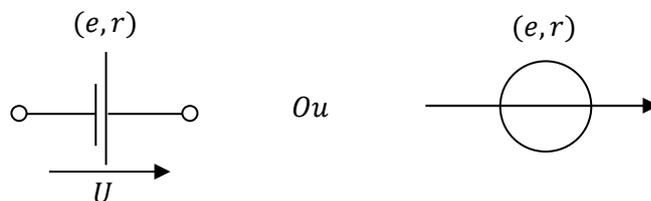


Figure IV.3: Source de tension

Dans les circuits on représente un générateur (source) de tension continue par un générateur de tension idéale ($f.e.m = e$) monté en série avec une résistance r .

La tension aux bornes du générateur U est :

$$U = e + r.I \quad (\text{IV.25})$$

Lorsque le générateur ne débite aucun courant $I = 0 \text{ A}$, la tension aux bornes du générateur est égale à la force électromotrice e .

IV.7.2) Source de courant (générateur de courant) :

C'est un dipôle qui délivre un courant constant quel que soit la variation de tension entre ses bornes.

Son schéma dans les circuits électriques est :

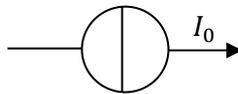


Figure IV.4 : Source de courant

On représente une source de courant par une source de courant idéale montée en parallèle avec une résistance r (Figure IV.5).

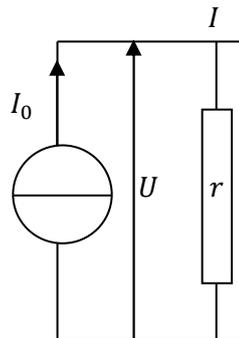


Figure IV.5 : Schéma équivalent d'une source de courant

IV.8) Les récepteurs :

IV.8.1) Définition :

Un récepteur est un dipôle électrique passif qui consomme de l'énergie électrique et la transforme en une énergie mécanique et une énergie thermique par effet Joule. Le moteur électrique est un bon exemple du récepteur. Les récepteurs sont des dipôles non polarisés contrairement aux générateurs.

Un récepteur est caractérisé par une force contre électromotrice (*f.c.e.m*) dû au phénomène d'induction magnétique qui génère un courant induit et s'oppose au courant délivré par le générateur dans le circuit. Le symbole d'un récepteur est :

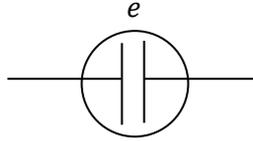


Figure IV.6 : Schéma équivalent d'un récepteur

En convention récepteur, le courant et la tension sont de même sens.

$$\begin{cases} u = e & \text{si } i > 0 \\ u = -e & \text{si } i < 0 \end{cases}$$

IV.9) Les circuits électriques :

IV.9.1) Quelques concepts de base:

Un circuit électrique est un ensemble d'éléments électriques (résistances, générateurs, récepteurs, etc..) appelés dipôles reliés par des fils conducteurs.

Dans un circuit fermé c'est le générateur qui assure l'alimentation du circuit et ses éléments passifs. Le générateur est considéré comme dipôle actif.

L'ensemble des circuits électriques forment un réseau électrique.

Définissons d'abord quelques notions de base souvent rencontrées en électricité :

Le nœud : un point commun entre plus de deux branches.

La maille : une boucle fermée qui contient des éléments passifs (résistances, récepteurs,..) et/ou actifs (générateurs).

La branche : un ensemble d'éléments (résistances, récepteurs, générateurs, etc) compris entre deux nœuds consécutifs.

Le dipôle : un élément électrique placé dans le circuit et caractérisé par deux pôles. Il peut être actif (génère le courant électrique ex : un générateur) ou passif (consomme de l'énergie comme la résistance).

Le réseau : c'est un ensemble de circuits électriques reliés entre eux par des fils conducteurs.

IV.9.2) Lois de Kirchhoff :**IV.9.2.1) Loi des nœuds :**

Avec la supposition qu'il y'a pas de perte de charges ou accumulation de charges aux nœuds, la loi des nœuds énonce que la somme des courants entrants à un nœud donné dans un circuit électrique est égale à la somme des courants sortants du nœud.

On écrit alors :

$$\sum I_e = \sum I_s \quad (\text{IV.26})$$

Ou bien la somme algébrique des courants entrants et sortants d'un nœud est égale à zéro.

Par convention si le courant entre à un nœud il est considéré comme un courant positif si le courant sort du nœud il est considéré négatif.

$$\pm \sum_k I_k = 0 \quad (\text{IV.27})$$

$I_k > 0$ si le courant entre au nœud considéré.

$I_k < 0$ si le courant sort du nœud considéré.

IV.9.2.2) Loi des mailles :

Sur une boucle fermée (une maille) la somme des tensions est nulle.

$$\sum_k U_k = 0 \quad (\text{IV.28})$$

Si la maille contient des générateurs de forces électromotrices e_k et des conducteurs ohmiques R_k , la loi des mailles s'écrit :

$$\pm \sum_k e_k \pm \sum_k R_k I_k = 0 \quad (\text{IV.29})$$

Règle :

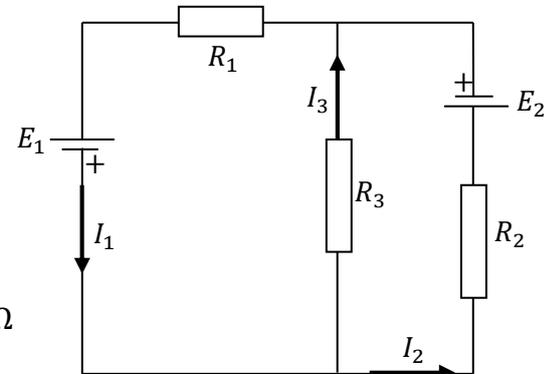
On choisit d'abord un sens arbitraire au courant I dans la maille considérée. Si ce courant est de même sens que celui traversant le conducteur ohmique R_k on met un signe plus sinon on met un signe moins. Pour un générateur de force électromotrice e_k on met un signe plus (+) si le courant entre par le pôle positif du générateur et si le courant choisi entre par le pôle négatif du générateur on met un signe moins (-).

Pour un récepteur dans la maille, on donne arbitrairement des polarités au récepteur puis on applique la même règle que celle appliquée au générateur.

Exercices:

Exercice 1 :

Soit le circuit sur la figure ci-contre.



- 1- Ecrire les lois de Kirchhoff de ce circuit.
- 2- Calculer les intensités des courants I_1 , I_2 et I_3 circulant dans le circuit.

A.: $E_1 = 9\text{ V}$, $E_2 = 6\text{ V}$, $R_1 = 200\ \Omega$, $R_2 = 100\ \Omega$, $R_3 = 500\ \Omega$

Solution :

1)- Les lois de Kirchhoff de ce circuit sont :

a)- Loi des Nœuds : On choisit le nœud N indiqué sur le schéma.

$$I_1 = I_2 + I_3$$

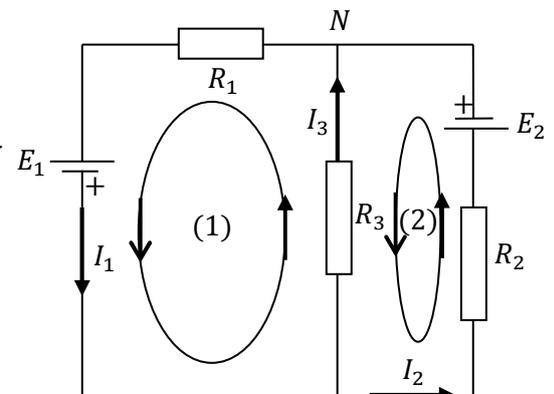
b)- Loi des mailles :

On choisit d'abord un sens arbitraire au courant dans les mailles.

Supposons que le sens du courant choisi est le sens antihoraire.

Maille (1) :

$$-E_1 + R_3 I_3 + R_1 I_1 = 0$$



Maille (2) :

$$-E_2 - R_3 I_3 + R_2 I_2 = 0$$

2) – Les intensités des courants I_1 , I_2 et I_3 :

Les trois équations précédentes forment un système d'équations à trois inconnus I_1 , I_2 et I_3 . Pour résoudre ce système d'équations on utilise la méthode de Cramer :

Réarrangeant les termes des équations :

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ R_1 I_1 + R_3 I_3 = E_1 \\ R_2 I_2 - R_3 I_3 = E_2 \end{cases}$$

Le déterminant global se calcule en faisant appel à la règle de Sarrus (en retranchant la somme des produits des éléments diagonaux entre eux) :

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ R_1 & 0 & R_3 \\ 0 & R_2 & -R_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 200 & 0 & 500 \\ 0 & 100 & -500 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 200 & 0 & 500 & 200 & 0 \\ 0 & 100 & -500 & 0 & 100 \end{vmatrix}$$

$$= (-2 \times 10^4) - (5 \times 10^4 + 10^5) = -17 \times 10^4$$

Par conséquent les courants I_1 , I_2 et I_3 valent :

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ E_1 & 0 & R_3 \\ E_2 & R_2 & -R_3 \end{vmatrix}}{\Delta} = -\frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 9 & 0 & 500 \\ 6 & 100 & -500 \end{vmatrix}}{17 \times 10^4} \approx 0,34 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ R_1 & E_1 & R_3 \\ R_2 & E_2 & -R_3 \end{vmatrix}}{\Delta} = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 200 & 9 & 500 \\ 100 & 6 & -500 \end{vmatrix}}{17 \times 10^4} = \frac{-5700}{-17 \times 10^4} \approx 0,03 \text{ A}$$

Pour le courant I_3 on peut le déduire de la loi des nœuds après avoir calculé les courants I_1 et I_2 .

$$I_3 = I_1 - I_2 = 0,34 - 0,03 = 0,31 \text{ A}$$

Exercice 2 : [5]

La différence de potentiel entre les bornes d'une batterie est de 9 V lorsqu'un courant d'intensité 3A la traverse du pôle négatif au pôle positif. Quand un courant de 2A la traverse en sens inverse, la différence de potentiel devient égale à 11 V.

- 1- Calculer la résistance interne de la batterie r ?.
- 2- Calculer la force électromotrice $f.e.m$?.

Exercice 3 : [3]

Deux résistances sont montées en parallèles avec un générateur idéal dont la tension entre ses bornes est U .

Montrer que les intensités du courant qui traversent les résistances R_1 , R_2 sont respectivement :

$$I_1 = I\left(\frac{R_2}{R_1+R_2}\right) \text{ et } I_2 = I\left(\frac{R_1}{R_1+R_2}\right)$$

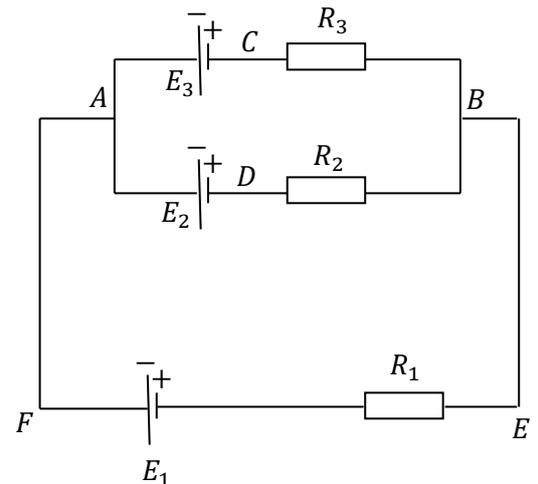
Exercice 4 :

Soit le circuit de la figure ci-contre.

- 1)- Ecrire les lois de Kirchhoff pour ce circuit.
- 2)- Calculer les intensités des courants qui circulent dans les branches ACB et ADB.

On donne :

$$E_1 = 12 \text{ V} , E_2 = 2 \text{ V} , E_3 = 4 \text{ V} , R_1 = 100 \Omega , R_2 = 10 \Omega , R_3 = 50 \Omega$$



CHAPITRE V

Magnétisme

Magnétisme

V.1) Introduction :

Historiquement, le mot 'magnétisme' tire son nom d'une région « Magnésie » située sur les côtes de la Turquie où le premier phénomène magnétique a été observé. Le phénomène d'attraction de certains corps métalliques par une matière magnétique (aimant) n'a pu être expliqué qu'au 19^{ème} siècle.

H. Oersted avait remarqué la déviation d'une boussole placée au-dessous d'un fil conducteur parcouru par un courant électrique. Ce qui traduit que le courant électrique génère un champ magnétique dans l'espace entourant. Plusieurs physiciens ont travaillé sur le magnétisme pour comprendre les phénomènes liés à ce sujet, on cite par exemple Faraday, Ampère, Laplace, etc.

Un fil conducteur peut générer un champ magnétique comme un aimant qui est une source de champ magnétique permanent.

V.2) Le champ magnétique :

V.2.1) Définition :

C'est une région dans l'espace où l'aiguille d'une boussole est soumise à une force magnétique. Le champ magnétique comme le champ électrique est une grandeur vectorielle caractérisée par un sens et une intensité. Une charge électrique q animée d'une vitesse \vec{v} crée dans l'espace entourant un champ magnétique \vec{B} . De même, le courant électrique est un mouvement collectif de charges dans les conducteurs ce qui traduit la présence d'un champ magnétique au voisinage d'un conducteur parcouru par un courant électrique. Un aimant crée dans l'espace un champ magnétique permanent. L'aimant est caractérisé par deux pôles Nord et Sud. Les lignes de champ quittent l'aimant par le pôle Nord et se renferment sur le pôle Sud. Le champ magnétique est tangent à la ligne de champ en chaque point.

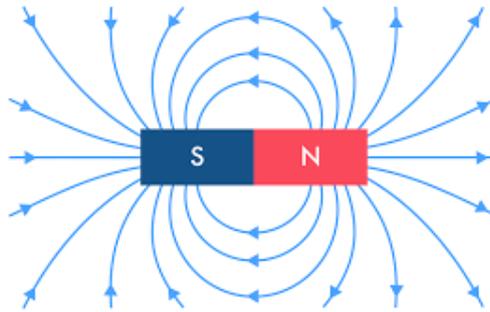


Figure V.1 : Lignes de champ autour d'un aimant

V.3) La Force de Lorentz :

Soit q une charge électrique animée d'une vitesse \vec{v} . Si la charge entre dans une région où le champ magnétique est non nul, cette dernière sera soumise à une force électromagnétique dite *Force de Lorentz*.

L'expression de la force de Lorentz est :

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (\text{V.1})$$

La force est perpendiculaire au plan des vecteurs vitesse et champ magnétique. C'est-à-dire :

$$\vec{F} \perp \vec{v} \text{ et } \vec{F} \perp \vec{B}$$

Une charge électrique au repos ($\vec{v} = \vec{0}$) immergée dans un champ magnétique \vec{B} n'est soumise à aucune force.

Le sens de la force magnétique est déterminé par la règle de la main droite. Le pouce indique le sens de la force \vec{F} .

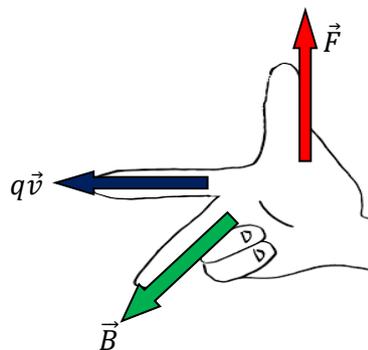


Figure V.2 : Règle de la main droite pour déterminer le sens de la force magnétique

Il faut noter qu'en présence simultanée de deux champs électrique \vec{E} et magnétique \vec{B} , la charge q en mouvement est soumise à une force électromagnétique définie par l'équation :

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \quad (\text{V.2})$$

V.4) La force de Laplace :

V.4.1) Expérience :

On place entre les pôles d'un aimant en U un fil conducteur qui a la possibilité de se déplacer horizontalement sur deux rails liés à un accumulateur de force électromotrice E .

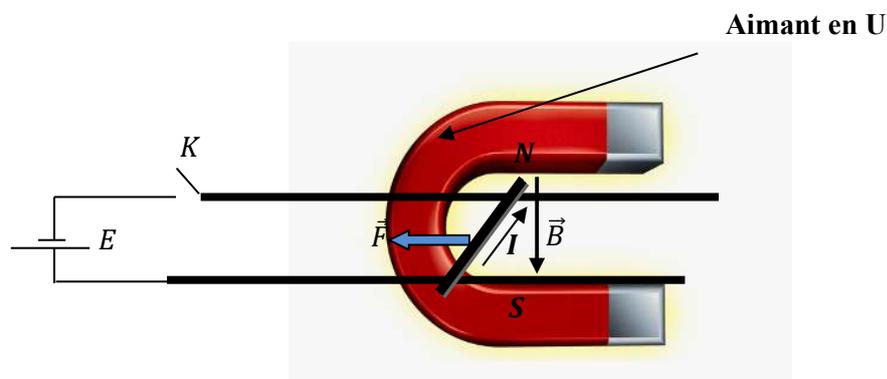


Figure V.3 : Mise en évidence de la force de Laplace

V.4.2) Observation :

Lorsqu'on ferme l'interrupteur K , un courant passe dans le fil conducteur mobile et on remarque que le fil se déplace vers la droite ou la gauche à savoir le sens du courant dans le circuit et l'orientation des pôles de l'aimant.

V.4.3) Interprétation :

Chaque électron libre circulant dans le conducteur en présence d'un champ magnétique est soumis à une force de Lorentz, et comme le courant électrique est constitué d'un très grand nombre d'électrons libres, la force agissante sur la partie du conducteur immergée dans le champ magnétique est la résultante de l'ensemble des forces microscopiques.

Pour déterminer le sens de la force résultante \vec{F} , on applique la règle des trois doigts de la main droite où le pouce indique le sens du courant électrique I , l'index : le sens du champ magnétique \vec{B} , et le majeur indique le sens de la force \vec{F} .

L'expression théorique de la force de Laplace est :

$$F = I \cdot B \cdot L \cdot \sin \theta \quad (\text{V.3})$$

Avec : L est longueur de la partie du conducteur immergée dans le champ magnétique.

θ : est l'angle entre le vecteur champ magnétique \vec{B} et le courant \vec{I} .

B est la norme du vecteur champ magnétique.

V.5) L'induction magnétique :

V.5.1) Introduction :

Ce phénomène a été découvert par les physiciens J. Henry et M. Faraday. Lorsqu'un conducteur est placé dans un champ magnétique variable, un courant induit se circule dans le conducteur. C'est l'induction magnétique. L'induction magnétique est à la base dans le fonctionnement des moteurs électriques, des transformateurs, etc.

V.5.2) Expérience :

On relie une bobine sans noyau à un galvanomètre très sensible. Lorsqu'on approche rapidement et suivant l'axe de la bobine, un barreau aimanté on remarque la déviation rapide de l'aiguille du galvanomètre ce qui indique un passage de courant dans le circuit fermé (Bobine + Galvanomètre). Lorsqu'on éloigne l'aimant l'aiguille du galvanomètre change le sens de variation.

Ce courant est dit *courant induit* et le phénomène est appelé l'*induction magnétique*.

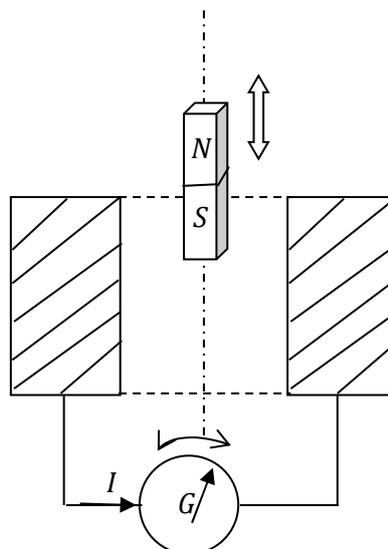


Figure V.4 : L'induction magnétique et le courant induit

V.5.3) Loi de Faraday : « Enoncé »

Un circuit fermé qui se baigne dans un champ magnétique est le siège d'une force électromotrice d'induction e égale à la dérivée du flux magnétique à travers ce circuit par rapport au temps.

$$e = - \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (\text{V.4})$$

D'une autre manière, la *f.e.m* induite est égale et opposé à la vitesse de variation du flux ϕ travers le contour du circuit.

V.6) Loi de Biot et Savart (1820) :**V.6.1) Enoncé de la loi :**

Cette loi a été établie par les deux physiciens français Jean Baptiste Biot et Savart Félix en 1820. Il nous permet de calculer le champ magnétique \vec{B} par un fil conducteur de forme quelconque en un point de l'espace.

Soit un fil conducteur de forme quelconque parcouru par un courant d'intensité I supposée constante.

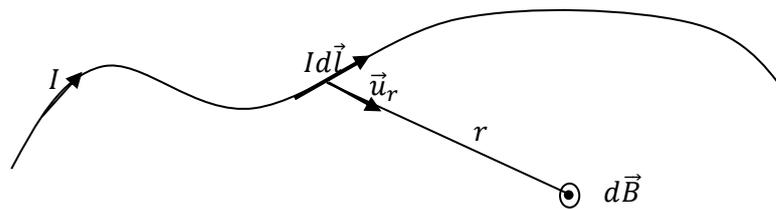


Figure V.5 : Champ magnétique élémentaire créé par un élément de courant $I d\vec{l}$

L'élément de courant $I \cdot d\vec{l}$ créé au point M un champ magnétique élémentaire $d\vec{B}$ telle que :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2} \quad (\text{V.5})$$

Avec :

μ_0 : la perméabilité magnétique du vide. $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} T \cdot m \cdot A^{-1}$ (le milieu considéré est le vide).

I : intensité du courant électrique circulant dans le conducteur.

r : distance entre l'élément dl du fil et le point où on mesure le champ magnétique.

\vec{u}_r : est le vecteur unitaire suivant \vec{r} .

Pour avoir le champ total au point M , on intègre l'équation (V.5) tout au long du fil.

$$\vec{B} = \int_L d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_L \frac{d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2} \quad (\text{V.6})$$

V.6.2) Champ magnétique créé par une boucle de courant (une spire) :

Cherchons par application de la loi de Biot et Savart l'expression du champ magnétique créé par une boucle (une spire) de rayon a en un point M de l'axe (Ox) situé à une distance D de l'origine de la spire.

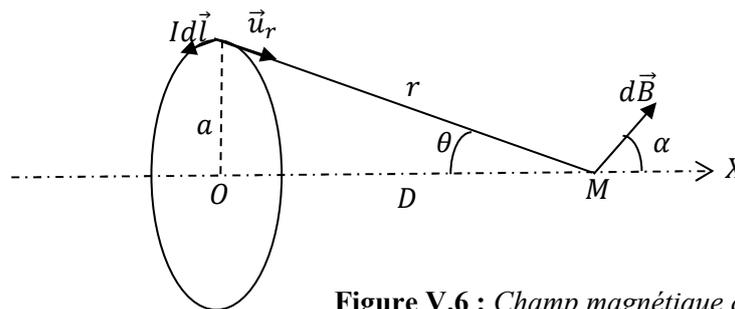


Figure V.6 : Champ magnétique créé par une spire

$d\vec{B}$ est perpendiculaire aux vecteurs $d\vec{l}$ et \vec{u}_r .

Par raison de symétrie, le champ magnétique total \vec{B} créé par la spire est porté par l'axe (Ox) .

La contribution du champ magnétique qui a un sens est celle qui suivant l'axe (Ox) . Les composantes du champ magnétique sur l'axe (Oy) s'annulent mutuellement.

$$dB_x = dB \cos \alpha \quad (\text{V.7})$$

L'élément du champ dB est déduit par application de la loi de Biot et Savart, on aura donc :

$$dB = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2} \quad (\text{V.8})$$

De la figure (V.6), on a :

$$\alpha + \theta = \frac{\pi}{2} \quad (\text{V.9})$$

D'où :

$$\cos \alpha = \sin \theta = \frac{a}{r} \quad (\text{V.10})$$

La combinaison des équations (V.7), (V.8) et (V.10) donne :

$$dB = \frac{\mu_0 I dl a}{4\pi r^2 r} = \frac{\mu_0 a I dl}{4\pi r^3} \quad (\text{V.11})$$

D'après la règle de Pythagore on a :

$$a^2 + D^2 = r^2 \quad (\text{V.12})$$

Or
$$r^3 = (a^2 + D^2)^{\frac{3}{2}} \quad (\text{V.13})$$

Par substitution de l'équation (V.13) dans l'équation (V.11) on aura :

$$dB = \frac{\mu_0 a I}{4\pi} \frac{dl}{(a^2 + D^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{V.14})$$

Finalement, le champ magnétique total \vec{B} créé par la spire au point M s'obtient par intégration le long de de la spire :

$$B = \frac{\mu_0 a I}{4\pi(a^2 + D^2)^{\frac{3}{2}}} \int_{(C)} dl = \frac{\mu_0 a I}{4\pi(a^2 + D^2)^{\frac{3}{2}}} 2\pi a \quad (\text{V.15})$$

L'expression finale du champ magnétique \vec{B} au point considéré est :

$$\vec{B} = B_x \vec{i} \quad \text{avec} \quad B_x = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{(a^2 + D^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{V.16})$$

On peut déduire de cette dernière équation du champ qu'au centre de la spire O le champ magnétique a pour expression :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2a} \quad (\text{V.17})$$

Pour une bobine plate de N spires , le champ au centre de la bobine vaut :

$$B = N \cdot \frac{\mu_0 I}{2a} \quad (\text{V.18})$$

V.7) La circulation du champ magnétique :

V.7.1) Théorème d'Ampère :

Ce théorème est l'équivalent du théorème de Gauss en électrostatique car elle relie le champ magnétique \vec{B} à ses sources (les courants) dans le vide.

Enoncé du théorème :

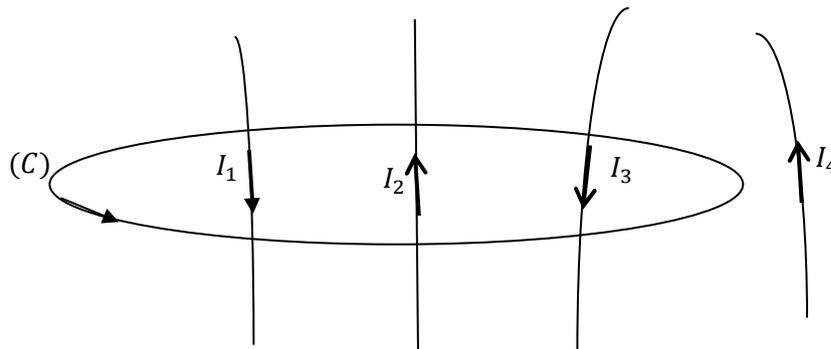
La circulation du champ magnétique \vec{B} le long d'une contour fermée quelconque (C) orientée arbitrairement est égale au produit de la constante perméabilité magnétique du vide μ_0 par la somme algébrique des courants traversant ce contour (Contour d'Ampère).

$$\oint_{(C)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot \sum_i I_i \quad (\text{V.19})$$

Avec : $\sum_i I_i$ est la somme algébrique des courants traversant la surface du contour (C) .

μ_0 est la perméabilité magnétique du vide.

Exemple :



On ne tient compte que des courants traversant la surface délimitée par la boucle où le théorème d'Ampère s'écrit :

$$\oint_{(C)} \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (-I_1 + I_2 - I_3) \quad (\text{V.20})$$

V.8) Le dipôle magnétique :

On a vu au deuxième chapitre, que le dipôle électrique est constitué de deux charges identiques de signes opposés. En magnétisme, le dipôle magnétique est une boucle fermée parcourue par un courant électrique I . Le dipôle magnétique est caractérisé par un moment magnétique dipolaire noté \vec{M} perpendiculaire à la surface de la boucle (figure V.7).

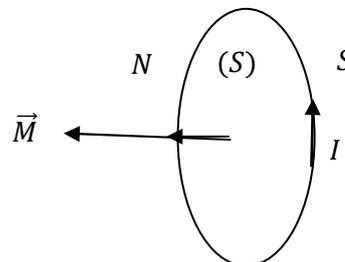


Figure V.7 : Dipôle magnétique

Le moment magnétique dipolaire est égal à :

$$\vec{M} = I \cdot S \cdot \vec{n} \quad (\text{V.21})$$

Avec :

S : est l'aire de la boucle (en m^2)

I : l'intensité du courant traversant la boucle en A.

\vec{n} : vecteur unitaire perpendiculaire à la surface de la boucle.

L'unité du moment magnétique en SI est $A \cdot m^2$.

Le dipôle magnétique est caractérisé par deux pôles : Nord et Sud.

V.8.1) Champ magnétique créé par un dipôle magnétique :

On assimile le dipôle magnétique à une spire circulaire de rayon a parcourue par un courant d'intensité I .

Par analogie avec le dipôle électrique, le champ magnétique \vec{B} en un point M très éloigné par rapport au dipôle magnétique ($r \gg a$) a deux composantes :

$$\begin{cases} B_r = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2M}{r^3} \cos \theta \\ B_\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{M}{r^3} \sin \theta \end{cases} \quad (\text{V.22})$$

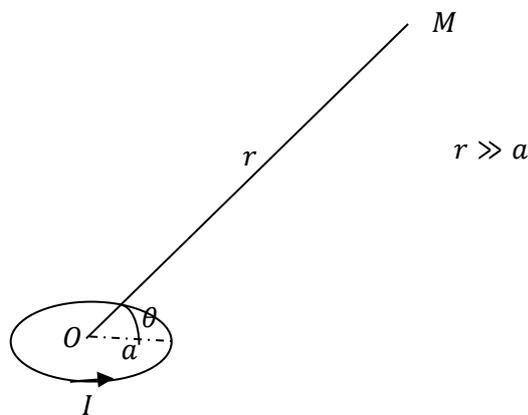


Figure V.8 : Champ créé par un dipôle magnétique

r est la distance entre le centre du dipôle magnétique et le point M .

M est le module du vecteur moment magnétique dipolaire décrit par l'équation (V.21).

EXERCICES :

Exercice 1 : [6]

Un fil AB de masse linéique λ peut coulisser sur deux tiges verticales. Il est placé dans un champ magnétique \vec{B} , et parcouru par un courant I (**Figure A**)

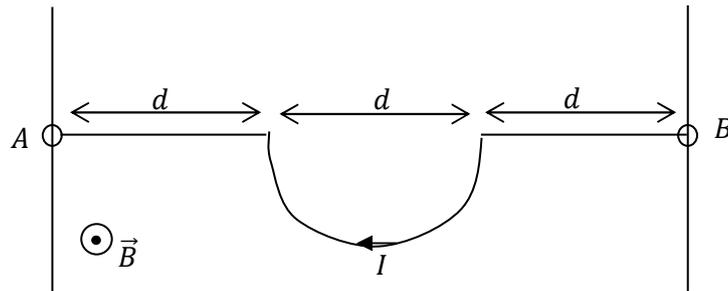


Figure A

- 1)- Faire le bilan des forces qui s'appliquent au système.
- 2)- En déduire l'intensité du courant I circulant dans le fil AB pour que cette portion du circuit soit en équilibre.

A.N.: $\lambda = 0,1 \text{ g/cm}$, $B = 0,12 \text{ T}$, $d = 10 \text{ cm}$

Exercice 2 :

Calculer le champ magnétique créé par un fil rectiligne infini parcouru par un courant I en un point M situé à une distance d par rapport au fil.

Exercice 3 : [5]

Une particule de charge q se déplace dans un champ magnétique \vec{B} . Quand sa vitesse \vec{v}_1 est dans le plan (Oy, Oz) et fait un angle θ par rapport à l'axe (Oy) , la force magnétique \vec{F}_1 est portée par l'axe (Ox) . Lorsque la vitesse \vec{v}_2 de la particule est dirigée suivant l'axe (Ox) , la force \vec{F}_2 est dirigée suivant l'axe (Oy) (voir la **Figure B**).

- 1- Quelles sont la grandeur et la direction du champ magnétique \vec{B} .
- 2- Déterminer la force \vec{F}_1 ?

A.N.: $q_1 = 4 \times 10^{-9} \text{ C}$, $v_1 = 3 \times 10^4 \text{ m/s}$, $v_2 = 2 \times 10^4 \text{ m/s}$,

$F_1 = 4 \times 10^{-5} \text{ N}$

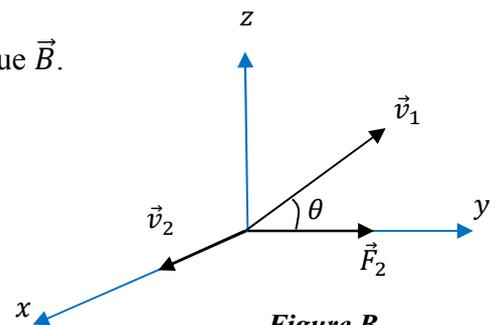


Figure B

Références

Bibliographie :

- 1)- M. Akbi, *Electricité, Cours et exercices corrigés, Tome1, 2004.*
- 2)- J.L.Coubarrere, J. Fourny et H. Ladjouze, *Electricité et ondes, cours, exercices et travaux pratiques, OPU, 2001.*
- 3)- A. Fizazi, *Electricité et magnétisme, rappels de cours et exercices corrigés, OPU, 2011.*
- 4) – Harris Benson, *Physique2, électricité et magnétisme, Tome 1, édition de boeck, 2004.*
- 5)- *Physique 2, électricité, A. Chafa et A. Dib, Pages Bleues, Alger, 2017.*
- 6)- *Problèmes d'électricité, I. Boudouane, I. Grib et Y. Smara, OPU, 2016*