**المحاضرة الثانية**

**نموذج الانحدار الخطي البسيط**

**أولا: مفهوم تحليل الانحدار**

تحليل الانحدار هو أسلوب إحصائي يختص بدراسة العلاقة بين متغيرين أو أكثر، وكيفية إيجاد

معادلة جبرية تمثل هذه العلاقة رياضيا أفضل تمثيل، وذلك بغية استخدامها في التقدير او التنبؤ بمتوسط

احد المتغيرات، ويسمى المتغير التابع بدلالة بقية المتغيرات التي تؤثر فيه وتسمى المتغيرات المستقلة.

وفي هذا الفصل سيتم التركيز على دراسة الانحدار الخطي البسيط، وكيفية قياسه العلاقة بين متغيرين

كميين، وكذلك اختبار معنوية العلاقة الارتباطية بين المتغيرين، كما سيتم تسليط الضوء بشكل مفصل

على دراسة الانحدار الخطي البسيط، وتوضيح أهم المؤشرات الإحصائية التي يمكن استخدامها في قياس كفاءة نموذج الانحدار الخطي البسيط.

**ثانيا: نموذج الانحدار الخطي البسيط**

**2-1: مفهومه:**

يعتبر هذا النموذج من أكثر النماذج شيوعا في الممارسات القياسية، وذلك لسهولة استخدامه وحساب معالمه وتطبيقاته، الى جانب ذلك فان هناك العديد من العلاقات الاقتصادية تأخذ هذا الشكل من النماذج . ونموذج الانحدار الخطي البسيط هو نموذج قياسي يعبر عن وجود علاقة خطية بين متغيرين احدها المتغير التابع **(Yi)** والثاني المتغير المستقل**( (xi**وسنفرض ان المتغير المستقل**(Xi)**لا يفسر الا جزءا فقط من تغيرات المتغير التابع **(Yi)** وان الجزء الأخر من التغيرات يعتمد على متغير عشوائي نرمز له بالرمز(**ԑ )**وبهذا فان هذا النموذج ياخذ الشكل الجبري التالي:

1

B0+B1Xi+ԑI= Y i

حيث رمزنا **B0+B1Xi** للجزء المحدد، لأنه يتحدد بالكامل من خلال قيمة المتغير (X i)، وهذا الجزء يطلق عليه خط انحدار المجتمع، أماB0 وB1 يمثلان معلمتي المجتمع المجهولتين وهما قيمتين ثابتتين مجهولتين نود تقدير قيمة كل منهما.

أما الجزء ԑI فهو يرمز لعنصر الخطأ، ويطلق عليه الجزء العشوائي لان قيمته لأي قيمة فردية في المجتمع يفترض أن تختلف بطريقة غير متوقعة لجميع مفردات المجتمع والتي لها نفس قيم Xi))، ولهذا السبب فانه يشار إليه كخطأ عشوائي Random Error.

بالإضافة الى ذلك، فان الخطأ العشوائي لقيم X يقاس عن طريق تباين الخطأ Error Variance ، والذي نرمز له بالرمز **ԑ**2Ϭ وهذا أيضا هو نفس تباين أخطاء التنبؤ و التي تصاحب مفردات المجتمع، أي أن **ԑ**2Ϭ عبارة عن تباين Y لجميع مفردات المجتمع والتي تأخذ قيمة عامة (Xi (ويلاحظ انه مثل قيم B0و B1 فان **ԑ**2Ϭ عبارة عن معلمة غير معلومة والتي لابد من تقديرها باستخدام بيانات العينة محل الدراسة.

**2-2: لوحة الانتشار**

تعد لوحة الانتشار من ابسط الطرق لعرض بيانات متغيرين يفترض ان بينهما علاقة ارتباط، اذ يتم من خلاله تكوين فكرة أولية حول اتجاه وقوة العلاقة بين المتغيرين.

وبافتراض انه لدينا متغيرين هماXi)) وyi)) على أساس عينة عشوائية من المشاهدات حجمها n ، فان أزواج القيم لهذين المتغيرين تكتب على الشكل التالي:

)]X1,Y1 ( ,)X2,Y2(,…….,)Xn,Yn([

وعند تمثيل أزواج قيم المتغيرين بواسطة لوحة الانتشار، فإننا نتحصل على احد الأشكال التالية، والتي من خلالها سيتم التعرف على طبيعة العلاقة وقوتها بين المتغيرين.

**الشكل (01) Y الشكل (02)** Y

X X

الارتباط السالب الارتباط الموجب

Y Y

**الشكل (03) الشكل (04)**

Xارتباط غير خطي (علاقة منحنية) X عدم وجود ارتباط بين المتغيرين

يظهر من الشكلين الأول والثاني أن البيانات يمكن تقريبها بصورة جيدة بخط مستقيم وعليه في هذه الحالة نقول أن العلاقة بين المتغيرين **X** و**Y** هي **علاقة خطية**.

أما بخصوص الشكل الثالث فهو يوضح بان هناك علاقة بين المتغيرين **X**و **Y** ولكن هذه العلاقة ليست خطية ( علاقة منحنية)، نظرا لتعذر تقريبها إلى خط مستقيم.

وإذا كان شكل الانتشار كما هو موضح في الشكل الرابع، فهذا يعني عدم وجود علاقة بين المتغيرين  **X**و **Y** وبالتالي عدم وجود ارتباط بينهما.

**2-3: تقدير معالم نموذج الانحدار الخطي البسيط**

من أجل تقدير قيمتي الثابتين **B1 وB0** في المعادلة رقم (01) نسحب من المجتمعين عينة عشوائية من قيم (Xi) وعينة مقابلة لها من قيم (Yi)، ونرسم النقاط) Yi،Xi) على مستوى المحورين المتعامدين فنحصل على الشكل التالي:

**الشكل(05)** نموذج الانحدار المفترض بين المتغيرين **X** و **y**

y

خط الانحدار المقدر

b0

X

وعلى العموم، نفترض انه لدينا لوحة الانتشار التالية التي توضح العلاقة بين المتغيرين (Xi) (Yi).

**الشكل (6) خط انحدار مرسوم في مستوى (Yi،Xi)**

yi

**e3. .**10 **2e**

5 . **e1**

xi

2 1

من خلال النظر إلى هذه النقاط يمكننا أن نعتبر أنها تتموقع بالقرب من خط مستقيم واحد، نسمي هذا المستقيم مستقيم الانحدار أو خط الانحدار، وتكتب معادلته كما يلي:

2

**b0+b1xi= iŶ**

حيث :

**b0**: تمثل نقطة تقاطع المستقيم مع المحور الرأسي، وهي تمثل قيمة **Ŷ** لما يكون **X** مساو للصفر ، انظر الشكل الخامس.

**b0** في هذه الحالة تمثل تقدير للثابت **B0** في المعادلة رقم (1).

**b1**: تمثل ميل المستقيم، حيث اذا ازدادت قيمة **X** بمقدار وحدة واحدة تزداد قيمة **Ŷ** بمقدار **b1** وحدة.

**b1** في هذه الحالة تمثل تقدير للثابت **B1** في المعادلة رقم (1).

وما يجب الإشارة إليه هو انه إذا كانت **b1** لديها قيمة سالبة سيكون ميل الخط لأسفل، واذا كانت صفرا يكون **b0 =** **Ŷ** وهو خط أفقي يفسر بان قيمة **x** لا تؤثر على قيمة **Y**.

**Ŷ**: تمثل القيمة المتنبأ بها للمتغير **Y**، كذلك تسمى بالقيمة المتوقعة أو الوسيطية للمتغير **Y**. لأنه مقابل كل قيمة **X**i نجد العديد من القيم الحقيقية **Yi** التي تعبر عنها بقيمة وسيطية واحدة وهي **iŶ** المستخدمة في المعادلة السابقة رقم (2). وعليه فكل القيم **iŶ** الواقعة على الخط المستقيم هي في حقيقة الأمر قيم تقريبية لقيم i Y.

لكن السؤال المطروح هو كيف نحسب قيمتي **b0**، **b1** ؟ للإجابة على هذا السؤال نلجأ الى طريقة نسميها طريقة المربعات الصغرى.