Université de Biskra
Département de Mathématiques
$3^{éme}$ Licence maths

Equations Différentielles Ordinaires
05/02/2019

Examen de Rattrapage

Exercice 1 : (a) Montrer que si y_0 est une solution particulière de l'équation de Riccati

$$y' + a(x)y + b(x)y^2 = c(x)$$

alors la fonction définie par

$$u(x) = y(x) - y_0(x)$$

vérifie une équation de Bernoulli (avec n =2).

(b) Résoudre $x^2(y' + y^2) = xy - 1$ en vérifiant d'abord que $y_0(x) = \frac{1}{x}$ est une solution.

Exercice 2 : On considère l'équation :

$$y'' + 2y' + 4y = xe^x ....(E)$$

1. Résoudre l'équation différentielle homogène associée à (E).
2. Trouver une solution particulière de (E) (expliquer votre démarche), puis donner l'ensemble de toutes les solutions de (E).
3. Déterminer l'unique solution h de (E) vérifiant $h(0) = 1$ et $h(1) = 0$.
4. Soit f :$]0, +\infty[$ une fonction deux fois dérivable sur $]0, +\infty[$ et qui vérifie :

$$t^2 f''(t) + 3tf'(t) + 4f(t) = tln(t)$$

On pose $g(x) = f(e^x)$, vérifier que g est solution de (E).

Exercice 3 : Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

1. Calculer le polynôme caractéristique de A
2. En déduire la valeur de $exp(tA)$
3. Résoudre le système différentiel $X'(t) = AX(t)$.