.I جملة عدة مبالغ:

يكفي أن نحسب جملة كل مبلغ على حدى ثم نجمعها مع بعضها البعض:

$$\boxed{s = s_1 + s_2 + s_3 + \cdots + s_n}$$

II-1 جملة الدفعات المتساوية :

وهي المبالغ التي تتحول من عون اقتصادي إلى آخر، أو من شخص إلى آخر في نهاية كل سنة فهي دفعات سنوية (annuités) او في فترات متساوية تقل عند السنة (سداسية، ثلاثية، شهرية). وكما سبق الاشارة اليه في محور الفائدة بسيطة، فإن الدفعات تتميز ب:

1- قيمة الدفعات المقدمة دوريا متساوية.
2- الفترات الفاصلة بين دفعة واخرى متساوية.
3- معدل الفائدة ثابت.

كما ان هناك نوعان من الدفعات **من حيث تاريخ الدفع**:

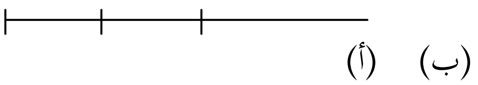
1. **الدفعات العادية**: (**دفعات سداد، دفعات نهاية المدة**): موجهة لتسديد دين او لتغطية التزام سابق.
2. **الدفعات الفورية**: (**دفعات استثمار، دفعات بداية المدة**): وتهدف الى تكوين رأسمال.

ومن جهة اخرى، تنقسم الدفعات **تبعا لوجود فترة السماح** الى قسمين:

1- **دفعات عاجلة**: وهي الدفعات التي يبدأ فيها السداد من بداية الفترة الزمنية الاولى.
2- **دفعات مؤجلة**: وفيها لا يبدأ السداد إلا في الفترة الزمنية التي تلي انقضاء مدة معينة من الزمن تسمى بفترة التأجيل او السماح.

والتخطيط الموالي يوضح الفرق بين هذه الدفعات:

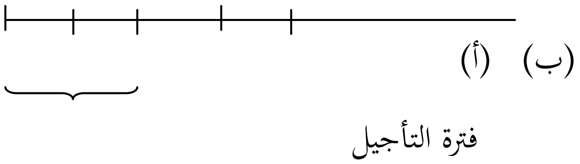
1) حالة الدفعات العاجلة: (دفعات سنوية مثلا)



أ -دفعة فورية عاجلة.

ب-دفعة عادية عاجلة.

2) حالة الدفعات المؤجلة: (دفعات سنوية مثلا)



بافتراض أنه فترة السماح = 2 سنة؛

أ -دفعة فورية مؤجلة بسنتين.

ب–دفعة عادية مؤجلة بسنتين.

II–1–1 جملة الدفعات العادية:

0 1 2 3 n-1 n

c c c c c

أ –العاجلة:

نقوم بحساب جملة كل دفعة على حدى حسب مدة توظيفها كما هو موضح في البيان أعلاه، ثم نقوم بحساب مجموع أو جملة هاته المبالغ أو الدفعات كما في الجدول أدناه:

الدفعات	مدة الايداع	الجملة عند النقطة n
1	n-1	$c(1+i)^{n-1}$
2	n-2	$c(1+i)^{n-2}$
3	n-3	$c(1+i)^{n-3}$
.	.	.
.	.	.
n-1	1	$c(1+i)$
n	0	$c(1+i)^0=c$

اذن جملة الدفعات S هي:

$$s=c(1+i)^{n-1}+c(1+i)^{n-2}+\cdots+c(1+i)+c$$

إن عناصر هذه الجملة تشكل متتالية هندسية حدها الاول $c(1+i)^{n-1}$ وأساسها $(1+\mathrm{i})^{-1}$.

$$s=L_1\frac{r^{-n}-1}{r-1}$$

$$\mathrm{s}=\mathrm{c}(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}-1}\left[\frac{((1+\mathrm{i})^{-1})^{\mathrm{n}}-1}{(1+\mathrm{i})^{-1}-1}\right]$$

$$\mathrm{s}=\mathrm{c}(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}-1}\left[\frac{(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}-1}{\frac{1}{(1+\mathrm{i})}-1}\right]$$

$$S = c\left[\frac{(1+i)^{-1}-(1+i)^{n-1}}{\frac{-i}{1+i}}\right]$$

$$S = c\left[\frac{(1+i)^{-1}-(1+i)^{n-1}}{-i}\right](1+i)$$

$$S = c\left[\frac{1-(1+i)^{n}}{-i}\right]$$

$$\boxed{S = c\left[\frac{(1+i)^{n}-1}{i}\right]}$$

حيث: c= قيمة الدفعة، i=معدل الفائدة، n= عدد الدفعات.

وهي القيمة التي يمكن ايجادها من الجدول المالي رقم 3.

مثال:

✓ احسب جملة 3 دفعات عادية متساوية قيمة كل منها 1.000 دج على ان t=5%. وهذا بطريقتين :

ط1:

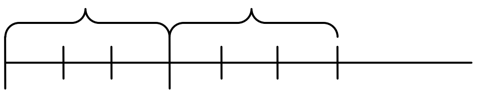
$$s_1 = 1.000(1{,}05)^2 \times 1.000(1{,}05) + 1.000 \Rightarrow S = 3.152{,}50DA$$

ط2:

$$S = 1.000\frac{((1{,}05)^3-1)}{0{,}05} = 3.152{,}50DA$$

ب - **المؤجلة:**

m n



نفترض أن عدد الدفعات: n.

نفترض أن مدة التأجيل: m.

المدة الاجمالية هي: (n+m).

اذن:

❖ مدة استثمار الدفعة الاولى هي: (m+n)-(m+1)= n-1

❖ مدة استثمار الدفعة الثانية هي: (m+n)-(m+2)= n-2

❖ مدة استثمار الدفعة الاخيرة هي: (m+n)-(m+n)= 0 ، إذن:

$$S = c(1+i)^{n-1} + c(1+i)^{n-2} + \cdots + c(1+i)^{0}$$

$$\boxed{s = c\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right)}$$

وهي نفس العلاقة التي تعطينا جملة الدفعات العادية العاجلة. اذن:

- ✓ جملة الدفعات العاجلة او المؤجلة تحسب بنفس العلاقة المذكورة اعلاه.

II–1–2 جملة الدفعات الفورية:

أ –العاجلة :

الدفعات	مدة الايداع	الجملة عند النقطة n
1	n	$c(1+i)^n$
2	n-1	$c(1+i)^{n-1}$
n-1	2	$c(1+i)^2$
n	1	$c(1+i)$

$$S = c(1+i)^n + c(1+i)^{n-1} + \cdots + c(1+i)^2 + c(1+i)$$

وهي مجموع حدود متتالية هندسية حدها الاول $c(1+i)^n$ وأساسها $(1+i)^{-1}$

$$S = c(1+i)^n \left[\frac{((1+i)^{-1})^n - 1}{(1+i)^{-1} - 1}\right]$$

$$S = c\left[\frac{1-(1+i)^n}{\frac{-i}{1+i}}\right]$$

$$S = c(1+i)\left[\frac{1-(1+i)^n}{-i}\right]$$

$$\boxed{S = c(1+i)\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right)}$$

أو

$$\boxed{S = c\left(\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1\right)}$$

ب – المؤجلة:

كما رأينا في الدفعات العادية، فإن التعجيل والتأجيل لا يؤثر في حساب الجملة. هاته الملاحظة تنسحب على الدفعات الفورية، فنحصل على العلاقات التالية :

$$\boxed{S = c\left(\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}-1\right)}$$

مثال:

اودع شخص مبلغ 10.000دج في البنك في أول كل سنة، ابتداء من سنة 1988 وذلك لمدة 10 سنوات ثم توقف عن الايداع.

- ✓ ما هو رصيد هذا الشخص في اخر ديسمبر 2002 علما ان i=3%.

الحل:

الجملة في تاريخ 97/12/31 هي:

$$S = 10.000\left(\frac{(1{,}03)^{11}-1}{0{,}03}-1\right) = 118.077{,}96DA$$

الرصيد في 2002/12/31 هو:

$$118.077{,}96(1{,}03)^5 = 136.884{,}7DA$$

II– 2 جملة الدفعات المتغيرة :

في حالة عدم تساوي المبالغ، تظل القاعدة العامة هي حساب جملة كل مبلغ على حدى ثم حساب المجموع. لكن إذا كانت هذه المبالغ تشكل متتالية حسابية أو هندسية فيمكن إستخدام القوانين التالية :

II–2–1 جملة دفعات تشكل متتالية حسابية:

تحسب الجملة من خلال العلاقة التالية:

$$\boxed{s = \left(a+\frac{r}{i}\right)\left(\frac{(1+i)^n-1}{i}\right)-\frac{n.r}{i}}$$

a : الحد أو المبلغ الأول.

r : الأساس.

n: عدد الحدود.

$i=\frac{t}{100}$

مثال :

- ✓ أحسب جملة 3 مبالغ متغيرة تشكل فيما بينها متتالية حسابية أساسها 2000، والمبلغ الأول يقدر ب 5.000 دج علما أن معدل الفائدة يساوي 5%.

الحل:

$$s = \left(5.000 + \frac{2000}{0,05}\right)\left(\frac{(1+0,05)^3 - 1}{0,05}\right) - \frac{3x2000}{0,05}$$

$$S = 21.862,50\ DA$$

ويمكن حساب جملة كل مبلغ على حدى كما يلي :

$$S = 5.000(1,05)^2 + 7.000(1,05)^1 + 9.000$$

$$S = 21.862,50\ DA$$

2-2-*II* جملة دفعات تشكل متتالية هندسية:

وتحسب الجملة من خلال العلاقة التالية:

$$\boxed{s = a\frac{r^n - (1+i)^n}{r - (1+i)}}$$

a : الحد أو المبلغ الأول، r : الأساس، n: عدد الحدود، $i=\frac{t}{100}$

مثال :

- ✓ أحسب جملة 3 مبالغ متغيرة تشكل فيما بينها متتالية هندسية أساسها 2، والمبلغ الأول يقدر ب 5.000 دج علما أن معدل الفائدة يساوي 5%.

الحل:

$$s = 5.000\frac{2^3-(1+0,05)^3}{2-(1+0,05)}$$

$$S= 36.012,50DA$$

ويمكن حساب جملة كل مبلغ على حدى كما يلي :

$$S = 5.000(1,05)^2 + 10.000(1,05)^1 + 20.000$$

$$S = 36.012,50\ DA$$