Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mohamed Khider, Biskra
Faculté des sciences et de la technologie
Département d'Architecture

Filière: Métiers de la Ville

Spécialité: Conduite Opérationnelle de Projets

Niveau : 2ième année Licence Professionnalisante

Semestre: 4

RESISTANCE DES MATÉRIAUX (RDM)

HACHEMI Samya

Docteur en génie civil

Université de Biskra

Département de génie civil et hydraulique

Année universitaire : 2021/2022

Sommaire

I. INTRODUCTION À LA RESISTANCE DES MATERIAUX

I.1. IDENTIFICATION DE LA MATIERE

- Intitulé de la matière: Résistance des Matériaux (RDM)
- Unité d'enseignement : Méthodologique 4
- Nombre de Crédits : 3
- Coefficient : 2
- Volume horaire hebdomadaire total : 3h00
- Cours : 1h30 par semaine
- Travaux dirigés : 1 h 30 par semaine
- Modalités d'évaluation :

Nature du contrôle	Pondération en %
Examen	50%
Autres (Mini-projet, Interrogation)	50%
Total	100%

I.2. PROGRAMME DE LA MATIERE

- Forces- Moments- Actions : d'une manière générale, la force est une notion physique qui exprime l'action qu'exerce un corps sur un autre.
- Principes – Représentation des forces, des moments et des déplacements.
- Principes à partir desquels on peut comprendre l'analyse du jeu des forces dans les structures.
- Equilibre. Nous devons considérer l'équilibre dans le plan et l'espace et ce pour assurer la stabilité d'ensemble d'une structure.
- Eléments structuraux. Une structure est un ensemble d'éléments (horizontaux, verticaux …)
- Les appuis
- Calcul des poutres
- Diagrammes des efforts intérieurs (moment fléchissant, efforts tranchants et efforts normaux) dans les Poutres
- Notions de contraintes
- Propriétés mécaniques des matériaux.

I.3. RESISTANCE DES MATERIAUX

La résistance des matériaux (RDM) est une branche de la mécanique des milieux continus (MMC) adaptée aux déformations des structures (machines en génie mécanique, ou bâtiment en génie civil). C’est une science expérimentale concernant les solides réels. Elle permet d’étudier la résistance des pièces mécaniques ainsi que les actions mécaniques qui s’y exercent et leur déformation.

Pour cela il est nécessaire au préalable de bien modéliser les différentes liaisons mécaniques possibles et les actions extérieures agissant sur le système.

I.3.1. Objectifs d’apprentissage

Cette matière (RDM) a pour objectif d’initier les étudiants aux différentes méthodes de calcul de résistance de matériaux et de comprendre les phénomènes physiques en jeu (force, équilibre, contrainte, résistance, déformation, etc.) et leurs conséquences pour la conception.

I.3.2. Hypothèses de la R.D.M

Pour appliquer la théorie de la résistance des matériaux, on considère les hypothèses suivantes :

1- Continuité du matériau ;

2- Le solide est hormogène (constitué du même matériau et de même constitution physique et chimique : fer, cuivre, bois) ;

3- Le solide est supposé isotrope (il a les mêmes propriétés mécaniques en chacun de ses points et dans toutes les directions) ;

4- Les déformations sont petites par comparaison avec les dimensions du corps déformé;

5- Elasticité parfaite du matériau ;

II. FORCES- MOMENTS- ACTIONS

II.1. FORCES EXTERIEURES ET INTERIEURES

II.1.1. FORCES EXTERIEURES

On appelle **Force extérieure**, ou charge, l'ensemble des forces appliquées à l'élément considéré.

Elles sont classées en deux catégories :

- Forces directement appliquées,
- Réactions d'appuis.

A. Forces directement appliquées

Elles comprennent les forces **volumiques** ou **massiques** dues essentiellement au **poids propre** et les forces superficielles représentées par les actions extérieures agissent sur les surfaces des corps.

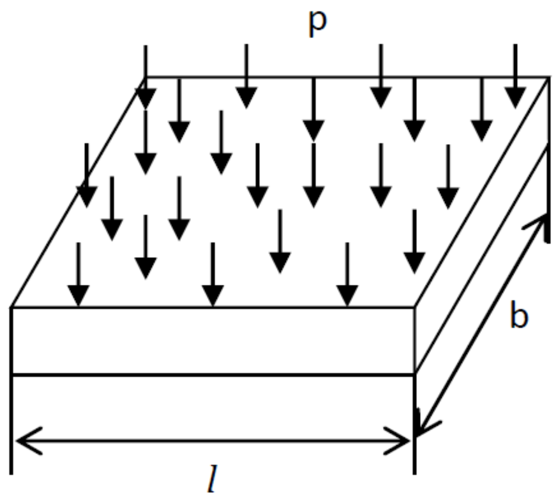
On distingue parmi ces dernières forces : les **forces réparties** et les **forces concentrées**.

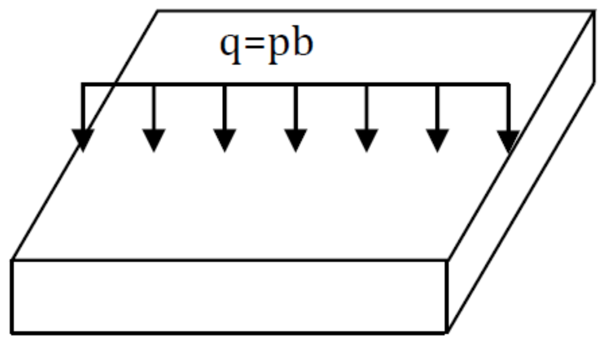
A.1. Forces réparties

Elles sont classées en deux catégories :

A.1.1. Forces uniformément répartie

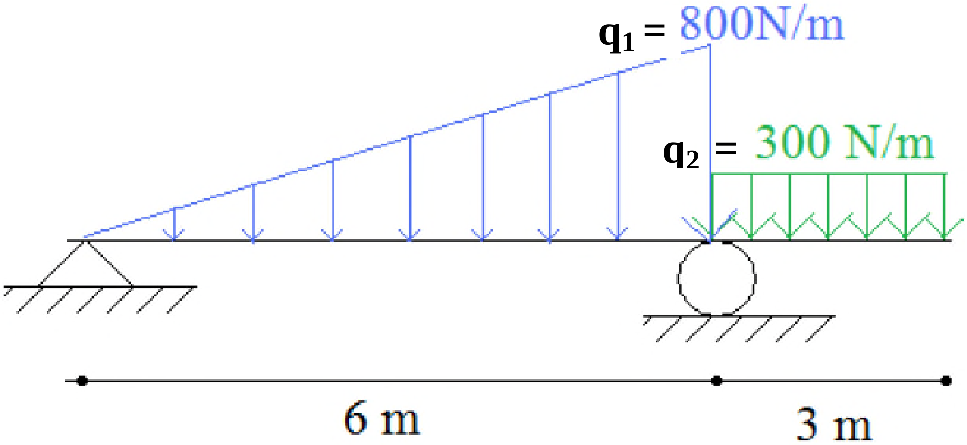
Elles sont représentées symboliquement par une charge uniforme répartie sur une surface par les vecteurs équipollents de forces de longueur ou de surface et dirigées dans le sens des forces.





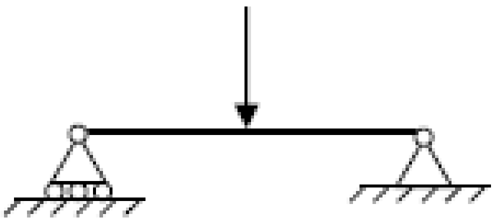
A.1.2. Forces à répartition variable

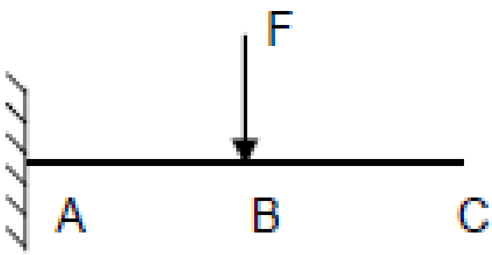
Leur valeur dépend de la surface de l'élément considéré et du plan. Elles peuvent être à variation régulière, à variation brusque, à variation percussive, à variation périodique et à variation non périodique.



A.2. Forces concentrées

Ce sont des **forces appliquées** au solide considéré sur une **faible surface** qu'on peut, en première approximation, assimiler à un point.

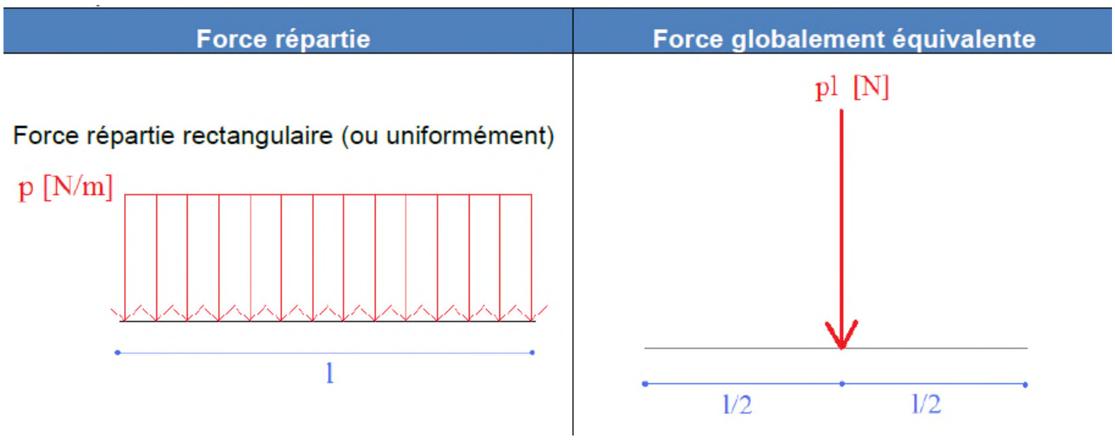


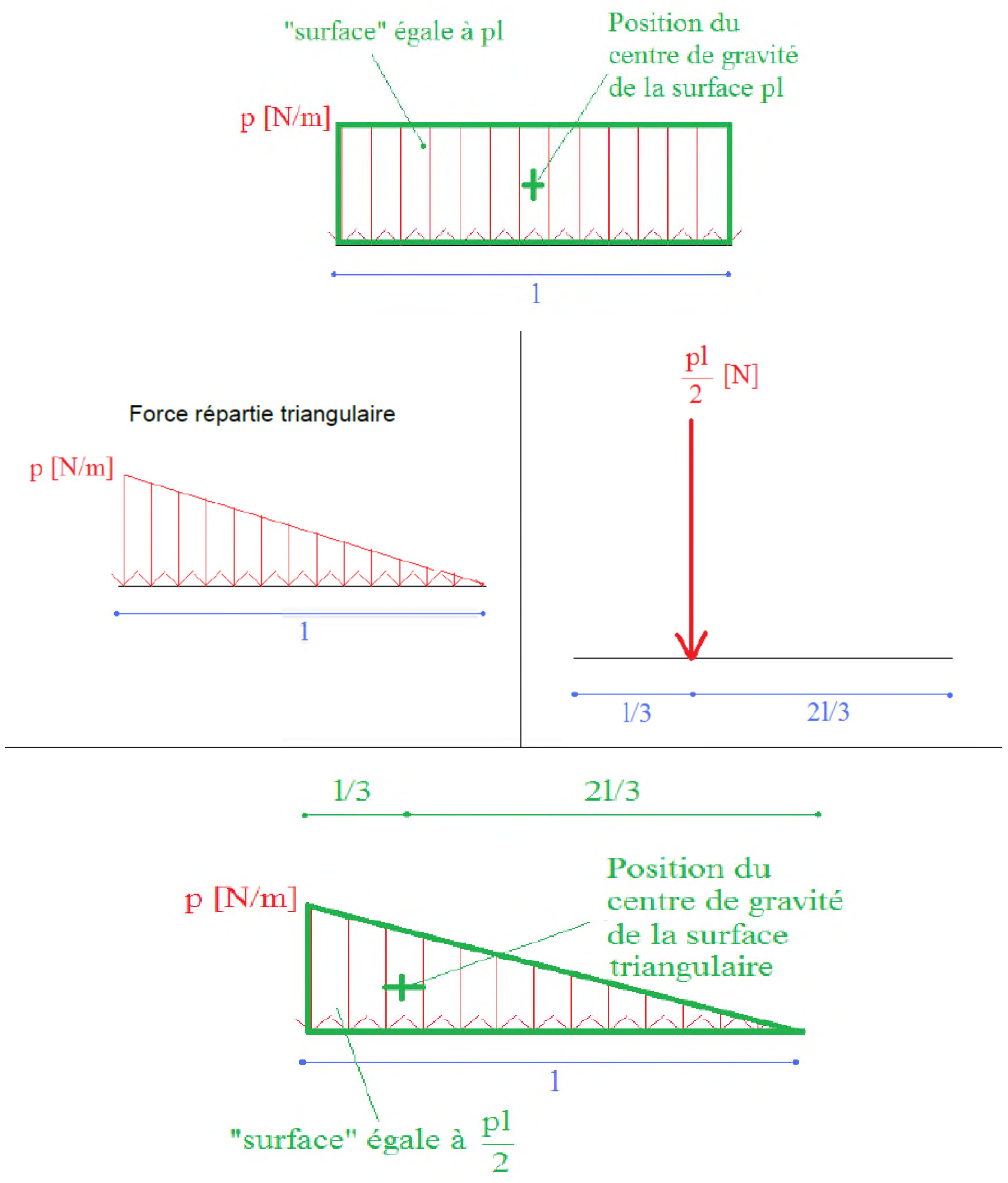


* Force concentrée équivalente à une force répartie

Une **force concentrée équivalente** à une **force répartie** est une force ponctuelle égale à la **résultante** des forces réparties.

Il est facile de retrouver ces résultats puisque la **force ponctuelle** est égale à la **surface équivalente** et est située au niveau du **centre de gravité** de cette même **surface**.

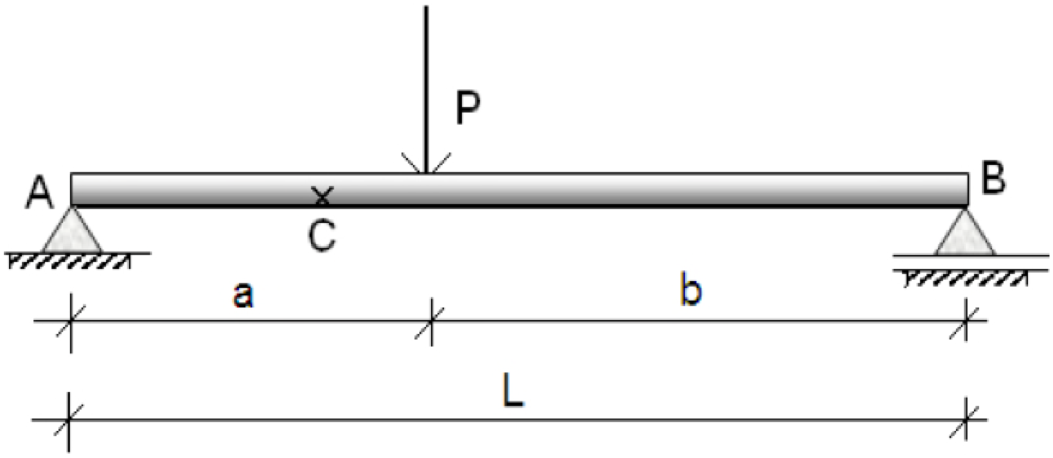


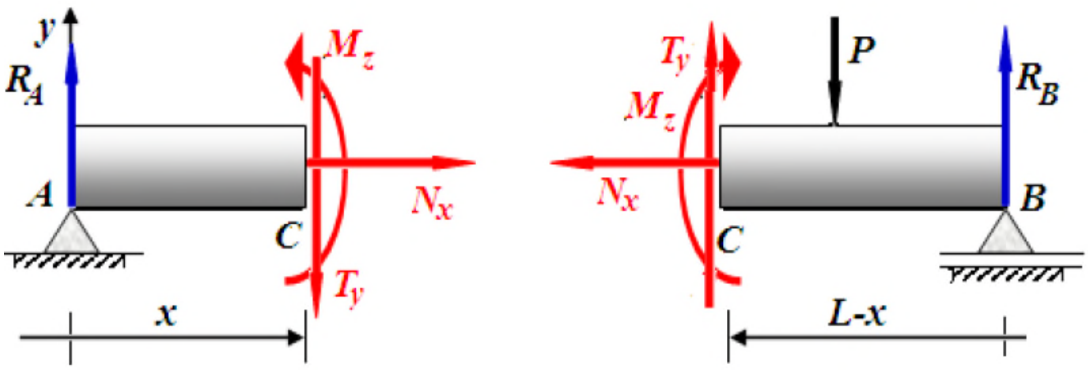


II.1.2. FORCES INTERIEURES

En **RDM**, les **forces intérieures** qui apparaissent lors de l'application d'une **charge** doivent être prises en compte. Ces **forces intérieures** d'interaction qui apparaissent lors de l'application d'une charge s'appellent **Efforts**.

Pour déterminer les **forces intérieures** qui apparaissent dans un corps sollicité on utilise en **RDM** la **méthode des coupures** appelée aussi la **méthode des sections**.





II.2. MOMENT

II.2.1. MOMENT PAR RAPPORT A UN POINT

Le **moment M** d'une **force F** appliquée en **A** par rapport à un point **O** est le produit vectoriel :

$$\mathbf{M = OA \wedge F}$$

Cette grandeur caractérise l'aptitude de la **force F** à tourner autour du **point O**, elle est exprimée en Newton. Mètre (**N.m**)

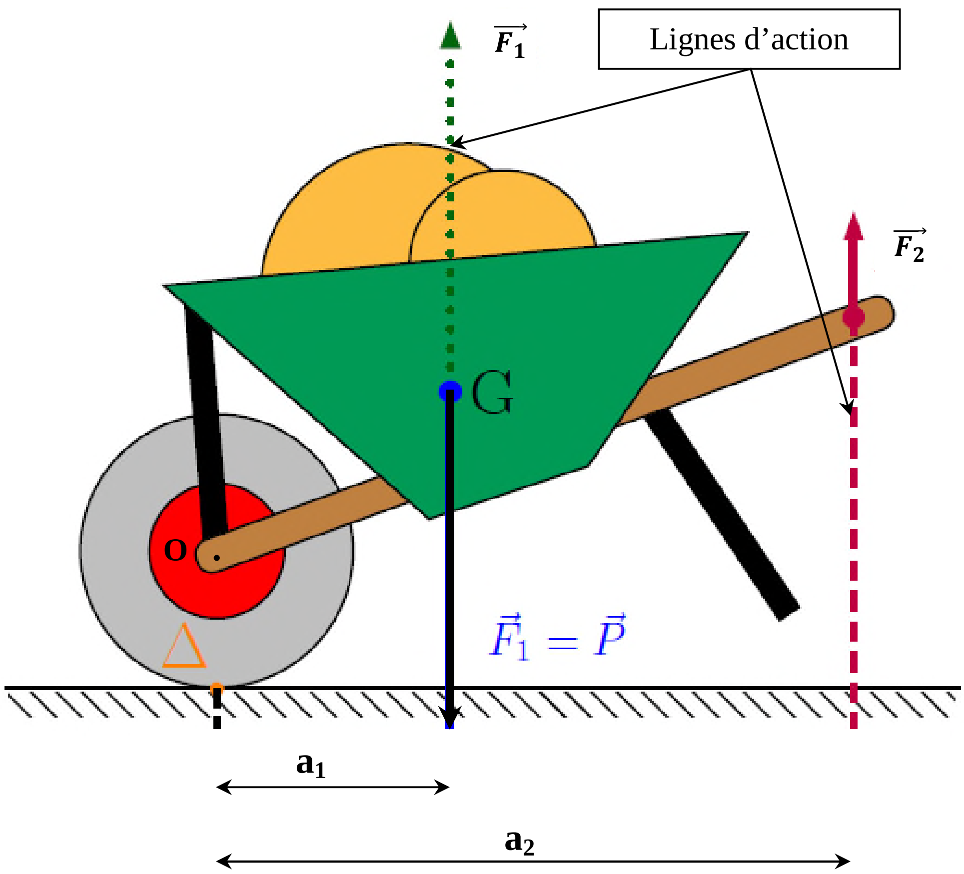
Le **sens** de la **force F** donne le **sens** de la **rotation** du **moment M**.

II.2.2. LE BRAS DE LEVIER

On appelle **Bras de levier** d'une force **F** par rapport à un **axe de rotation** qui passe par le point **O,** la **distance** entre la ligne d'action de la force **F** et l'axe de rotation qui passe par le point **O**.

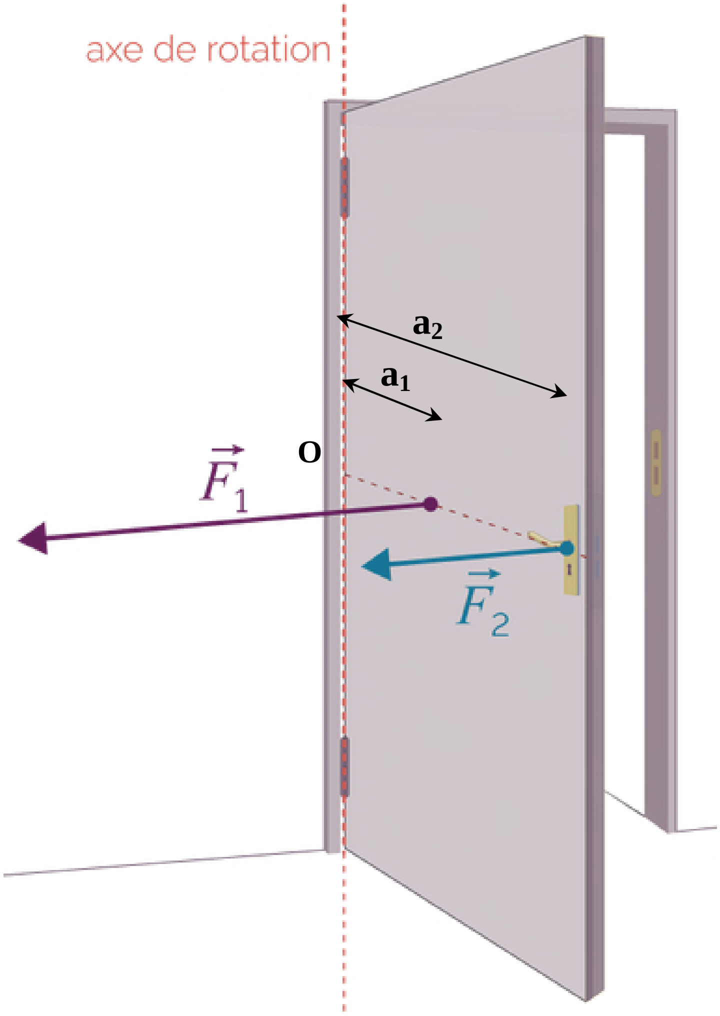
Le **bras de levier** est une **distance**, son unité est le **mètre** (**m**).

II.2.3. EXEMPLES



$$M_{F1/0} = F_1 . a_1$$

$$M_{F2/0} = F_2 . a_2$$



$$M_{F1/0} = F_1.a_1$$

$$M_{F2/0} = F_2.a_2$$

II.3. ACTIONS

On appelle **action** mécanique toute cause susceptible de maintenir un corps au repos, de créer ou de modifier un mouvement ou de créer une déformation.

Deux types d'actions mécaniques peuvent être distingués :

- ***Les actions mécaniques de contact*** (liaisons de contact entre solides, pression,...); c'est une action qui s'applique sur la surface du solide (action surfacique).

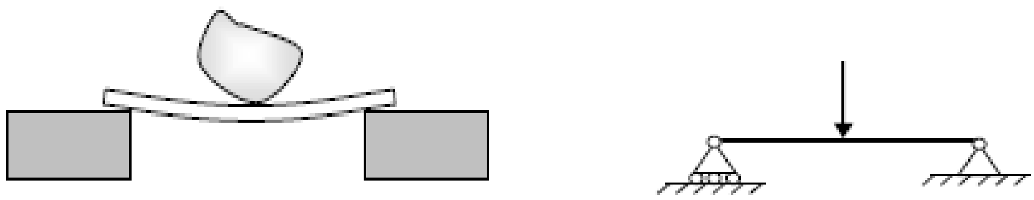


Figure II.1. Forces de contact (Ponctuelles).

- ***Les actions mécaniques à distance*** (champ de pesanteur, force électromagnétique,...), c'est une action qui s'exerce au niveau de son volume (action volumique).

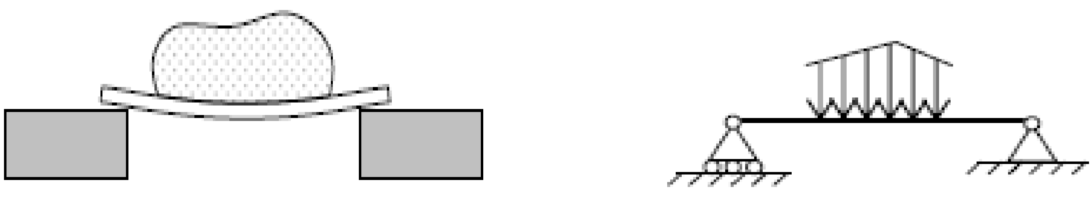


Figure II.2. Forces de volume (réparties).

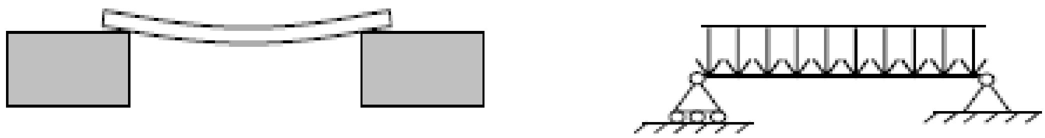


Figure II.3. Forces de volume (la pesanteur).

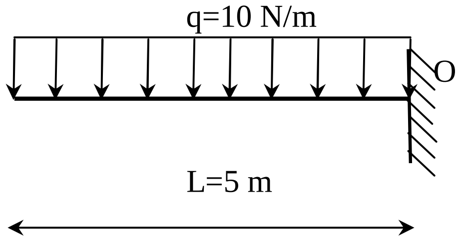
On distingue aussi les actions extérieures et les actions intérieures à un système de solides.

- ***Les actions extérieures*** : on appelle action extérieur appliqué à un système matériel isolé, toutes les actions mécaniques agissant sur ce système, dont l'origine est à l'extérieur du système. Ces actions sont : soit des actions mécaniques de contact ; soit des actions à distances (gravité).
- ***Les actions intérieures*** : ces actions sont les efforts que s'exercent mutuellement les différentes parties du système isolé.

II.4. EXERCICES AVEC SOLUTIONS

II.4.1. Exercice 1

Trouver la résultante de la charge et le point de son application par rapport au point ″O″

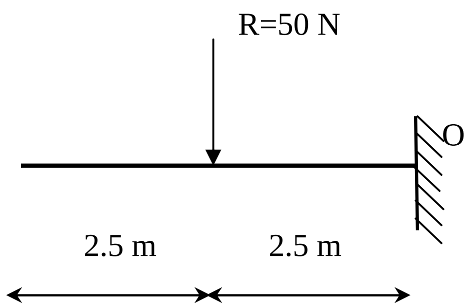


- Calcul de la résultante R

$$R = q \times L = 10\ \text{N/m} \times 5\ \text{m} = 50\ \text{N}$$

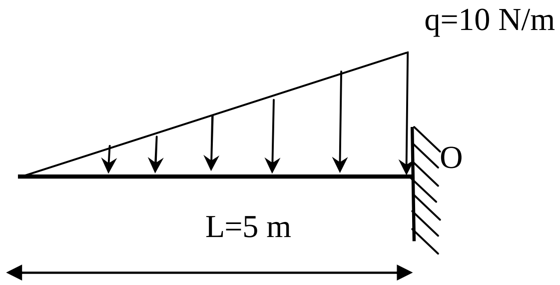
- Point d'application de la charge par rapport au point ″O″

$$\ell = 5\ \text{m} / 2 = 2.5\ \text{m}$$



II.4.2. Exercice 2

Trouver la résultante de la charge et le point de son application par rapport au point ″o″.

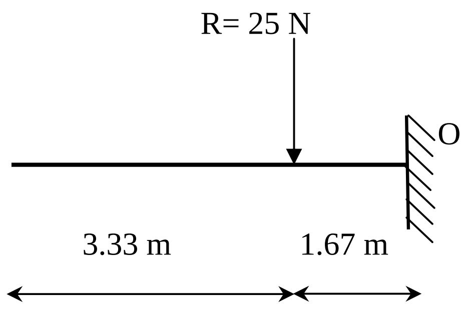


- Calcul de la résultante R

$R = q \times L = 10\ N/m \times 5\ m / 2 = 25\ N$

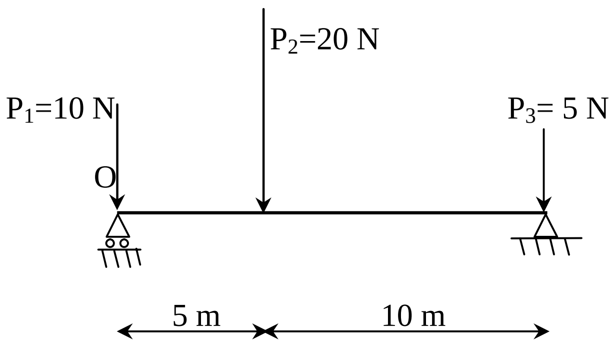
- Point d'application de la charge par rapport au point ″O″

$\ell = 5\ m / 3 = 1.67\ m$



II.4.3. Exercice 3

Trouver la résultante de la charge et le point de son application par rapport au point ″O″



- Détermination de la résultante R

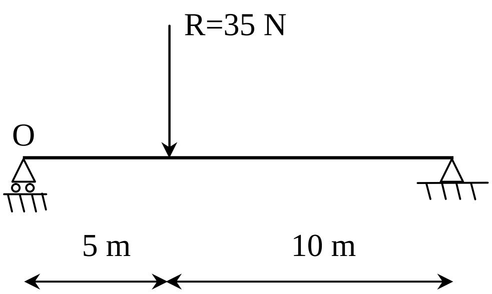
$R = \Sigma$ Fi

R = 10 N + 20 N + 5 N = 35 N

- Détermination de l'abscisse x de la charge équivalente par rapport au point ″O″

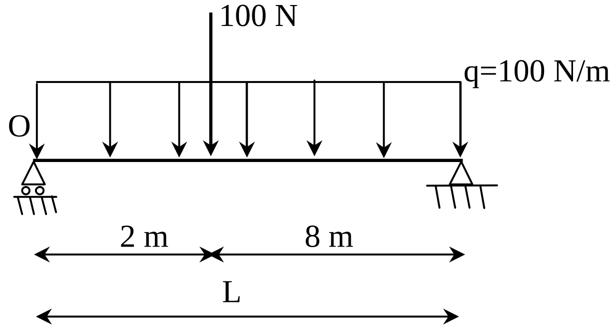
$$x = \frac{\Sigma\, x_i . F_i}{\Sigma F_i}$$

$$x = \frac{(0\times10)+(5\times20)+(15\times5)}{10+20+5} = 5 \text{ m}$$



II.4.4. Exercice 4

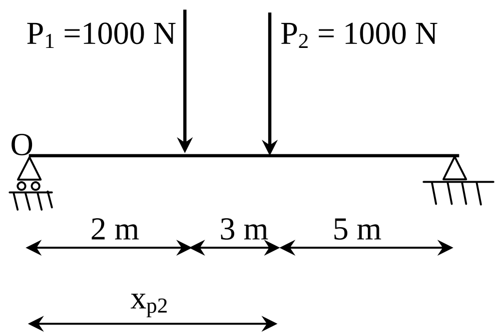
Trouver la résultante de la charge et le point de son application par rapport au point ″O″



- Charge concentrée : $P_1 = 100$ N

- Charge répartie : $P_2 = q \times L = 100$ N/m $\times$ 10 m = 1000 N

$$x_{p2} = (8 \text{ m} + 2 \text{ m})/2 = 5 \text{ m}$$

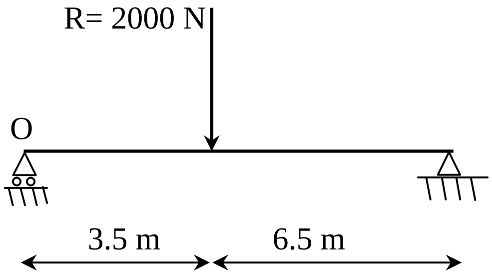


- Détermination de la résultante R

R = 1000 N + 1000 N = 2000 N

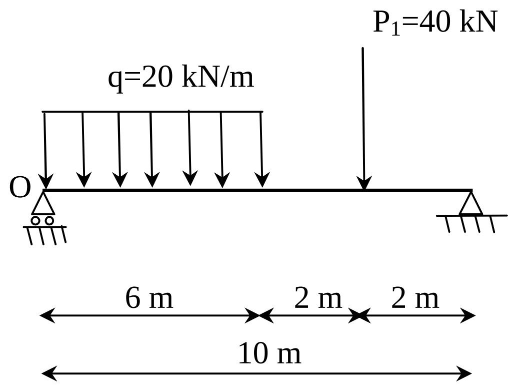
- Détermination de l'abscisse x de la résultante R par rapport au point ″O″

$$x = \frac{(2\times1000)+(5\times20)}{2000} = 3.5 \text{ m}$$



II.4.5. Exercice 5

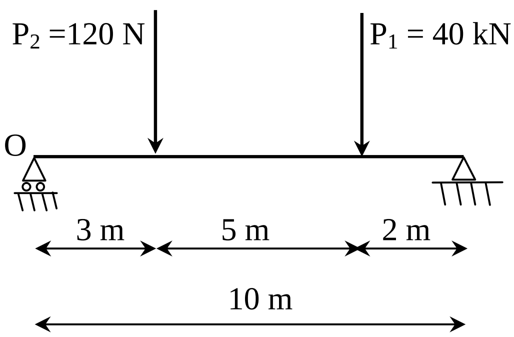
Trouver la résultante de la charge et le point de son application par rapport au point ″O″



- Charge concentrée : $P_1 = 40$ kN

- Charge répartie : $P_2 = q \times \ell = 20$ kN/m $\times$ 6 m $= 120$ kN

$$x_{p2} = 6 \text{ m}/2 = 3 \text{ m}$$

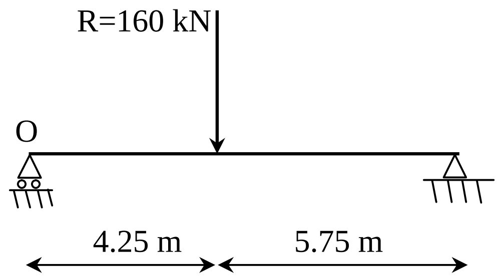


- Détermination de la résultante R

R = 40 kN + 120 kN = 160 kN

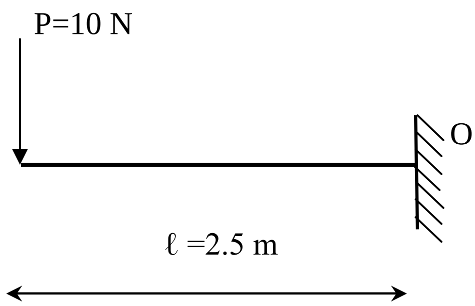
- Détermination de l'abscisse x de la résultante R par rapport au point ″O″

$$x = \frac{(3\times120)+(8\times40)}{120+40} = 4.25 \text{ m}$$

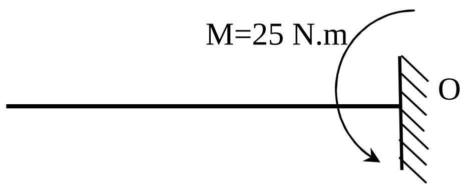


II.4.6. Exercice 6

Calculer le Moment M par rapport au point ″O″

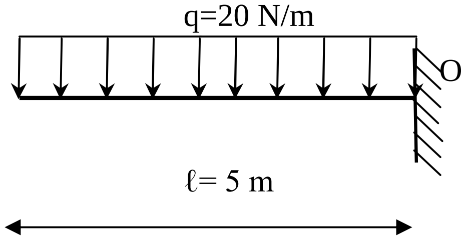


- $M = P \times \ell = 10 \text{ N} \times 2.5 \text{ m} = 25 \text{ N.m}$

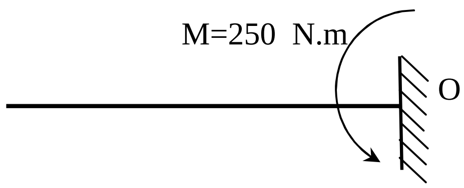


II.4.7. Exercice 7

Calculer le Moment M par rapport au point ″O″

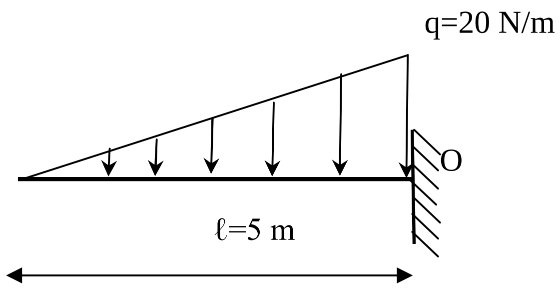


- $M = q \times \ell \times \frac{\ell}{2}$ = 20 N × 5 m × (5 m/2) = 250 N.m

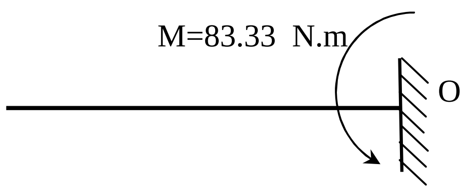


II.4.8. Exercice 8

Trouver la résultante de la charge et le point de son application par rapport au point ″O″



- $M = q \times \frac{\ell}{2} \times \frac{1}{3}\,\ell$ = 20 N × (5 m/2) × (5 m/3) = 83.33 N.m



III. APPUIS ET REACTIONS D'APPUIS

III.1. INTRODUCTION

Pour maintenir une **structure** en **équilibre**, il faut opposer aux **forces extérieures** qui lui sont appliquées. Les réactions que l'on fait apparaitre en disposant des obstacles ou des encrages appelés **Appuis**.

Tous les organes d'appui que l'on rencontre dans les constructions peuvent être schématisés sous forme de **trois types d'appui** principaux suivants : **appui simple**, **appui double** et **appui triple** appelé **encastrement**.

III.2. APPUI SIMPLE

L'appui simple, appelé aussi appui mobile ou à rouleaux, laisse à la structure toute liberté de pivoter (**Rotation**) autour de ***O*** *(extrémité de la poutre)* et de se **déplacer** (**translation** selon l'axe **X**).

La **réaction d'appui :** Force **R** selon l'axe **Y**.

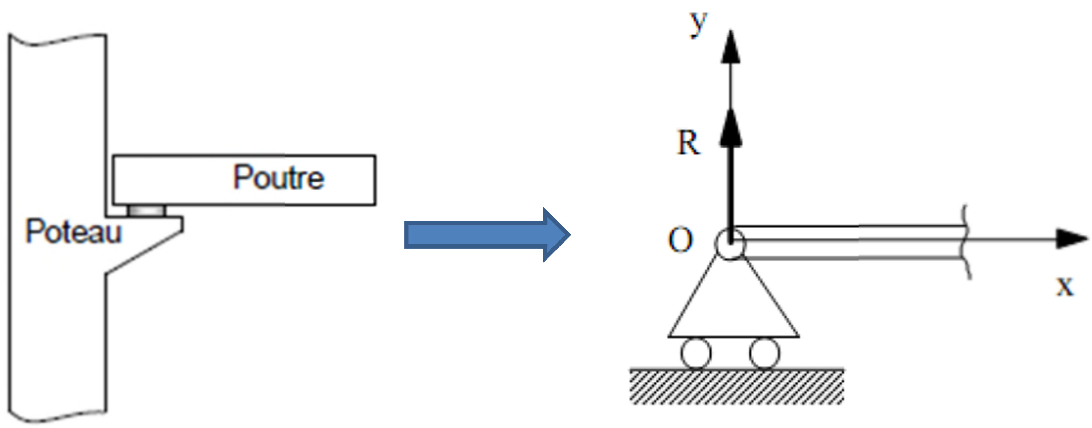


Figure III.1. Schéma de l'appui simple.

III.3. APPUI DOUBLE

L'appui double, appelé aussi appui à rotule, autorise la **rotation** d'une extrémité de la poutre ou d'un des éléments constituant la structure, mais il **interdit** la **translation horizontale** et **verticale**. La **réaction d'appui** admet **deux** composantes: une **réaction horizontale Rx** (selon l'axe **X**) et une **réaction verticale Ry** (selon l'axe **Y**).

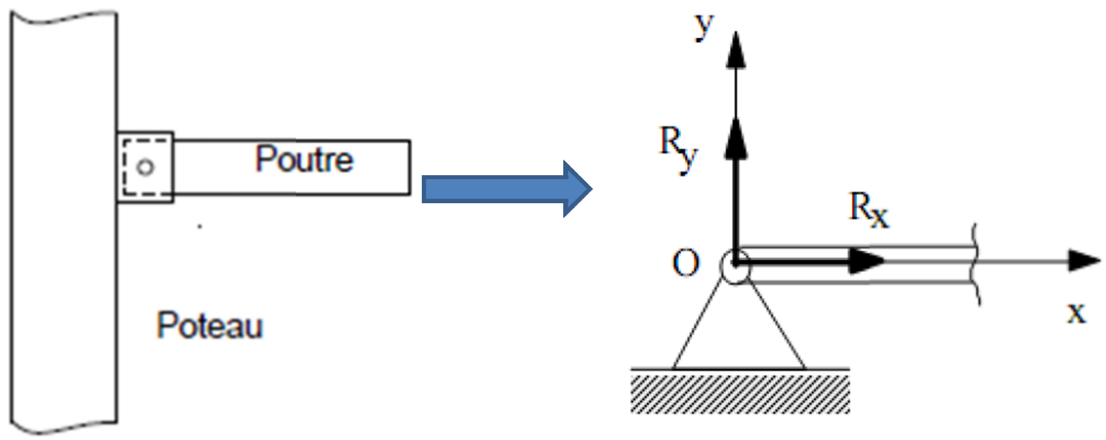


Figure III.2. Schéma de l'appui double.

III.4. ENCASTREMENT

L'**encastrement interdit tout déplacement** de la section droite de l'appui (la **translation horizontale** et **verticale** et la **rotation**). Ce type d'appui introduit donc **3 composantes**: la **réaction horizontale Rx**, la **réaction verticale Ry** et le **moment fléchissant** (**moment d'encastrement**) **M**.

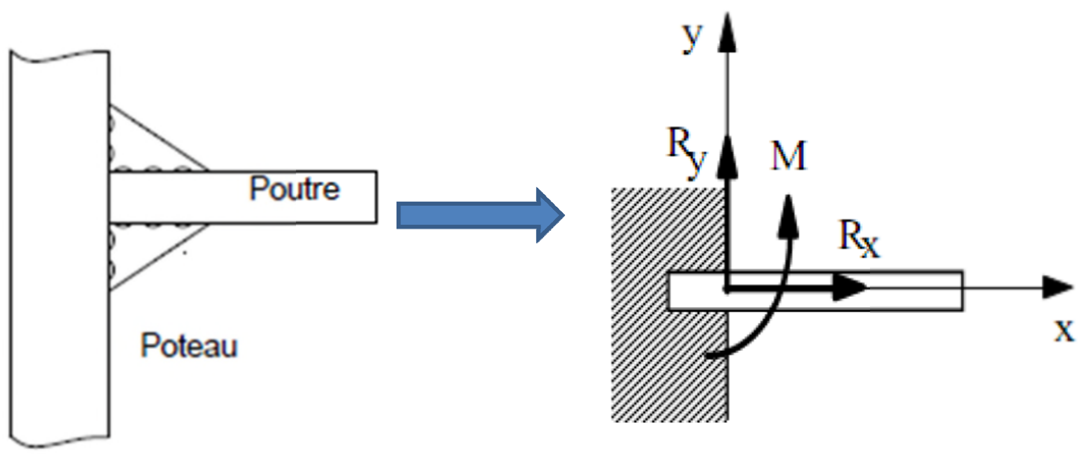
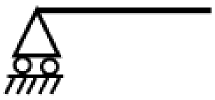
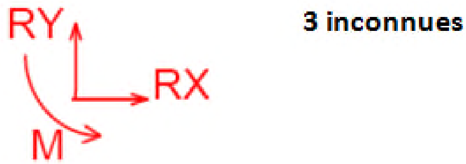


Figure III.3. Schéma de l'encastrement.

III.5. RECAPITULATION

Schéma d’appui	Type d’appui	Nombre des inconnues
	**Appui simple**	
	**Appui double**	
	**Encastrement**	

III.6. Calcul des réactions

Pour calculer les réactions d’appuis, on utilise les **trois équations d’équilibre** suivantes, appelées les équations fondamentales de la statique:

- $\Sigma\, FX = 0$
- $\Sigma\, FY = 0$
- $\Sigma\, M/p = 0$

III.7. DEGRE D’HYPERSTATICITE

Pour calculer le degré d’hyperstaticité d’un système, on utilise l’équation suivante :

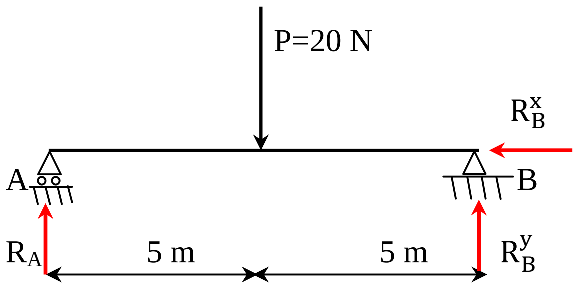
n = Nr – Ne

- **Ne** : nombre d’équations (pour un solide dans le plan, Ne=3) ;
- **Nr** : nombre de composantes de la réaction ;
- **n** : degré d’hyperstaticité ;
- **n < 0 structure hypostatique** (système déformable) ;
- **n = 0 structure isostatique** (système géométriquement invariable) ;
- **n > 0 structure hyperstatique** (système géométriquement invariable).

II.8. EXERCICES AVEC SOLUTIONS

II.8.1. Exercice 1

Déterminer les réactions d'appuis



$\Sigma F_x = 0 \longrightarrow R_B^x = 0$

$\Sigma F_y = 0 \longrightarrow R_B^y + R_A - 20 = 0$

$\longrightarrow R_B^y + R_A = 20$ N

$\Sigma M_{/A} = 0 \longrightarrow (R_B^x \times 10) - (20 \times 5) = 0$

$\longrightarrow R_B^x = (20 \times 5)/10 = 10$ N

$\Sigma M_{/B} = 0 \longrightarrow (R_A \times 10) - (20 \times 5) = 0$

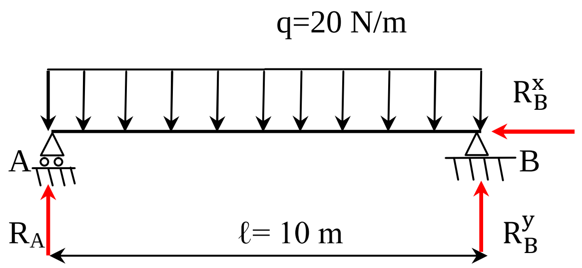
$\longrightarrow R_A = (20 \times 5)/10 = 10$ N

$R_B^y + R_A = 10 + 10 = 20$ N

Ou bien, par raison de symétrie $R_B^y = R_A = \frac{P}{2} = 10$ N

II.8.2. Exercice 2

Déterminer les réactions d'appuis



$\Sigma\, F_x = 0 \rightarrow R_B^x = 0$

$\Sigma\, F_y = 0 \rightarrow R_B^y + R_A - (20 \times 10) = 0$

$\rightarrow R_B^y + R_A = 200\text{ N}$

$\Sigma\, M_{/A} = 0 \rightarrow (R_B^x \times 10) - (20 \times 10 \times 5) = 0$

$\rightarrow R_B^x = (20 \times 10 \times 5)/10 = 100\text{ N}$

$\Sigma\, M_{/B} = 0 \rightarrow (R_A \times 10) - (20 \times 10 \times 5) = 0$

$\rightarrow R_A = (20 \times 10 \times 5)/10 = 100\text{ N}$

$R_B^y + R_A = 100 + 100 = 200\text{ N}$

Ou bien, par raison de symétrie $R_B^y = R_A = q\,\frac{\ell}{2} = 20\,\frac{10}{2} = 10\text{ N}$

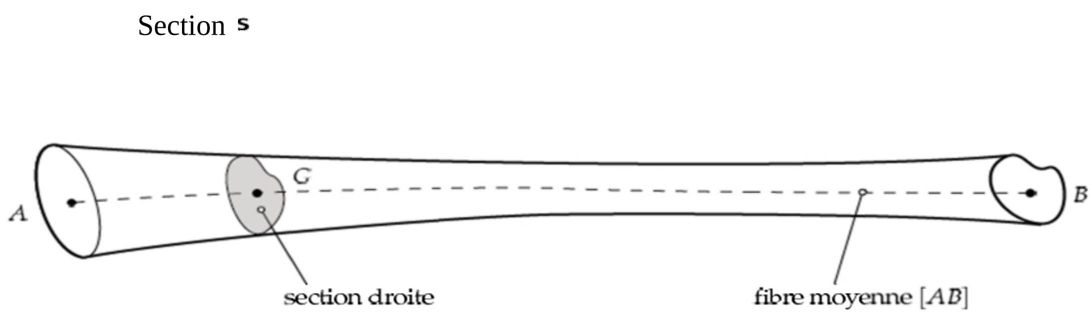
IV. CALCUL DES POUTRES

IV.1. INTRODUCTION

On appelle **Poutre**, une **barre solide** engendré par une **surface** plane **S**, qui peut être **constante** ou **variable**, et dont le **centre de gravité G** décrit un segment (**axe neutre**). La surface plane **S** est supposée **perpendiculaire** à **l'axe neutre**.

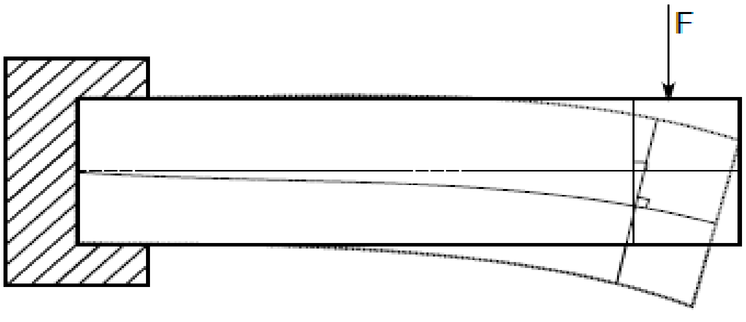
La **longueur** de la **poutre** doit être **grande** par rapport aux **dimensions** de la **section** de la **poutre** (**hauteur** et **largeur**).

La **poutre** est soumise à des **forces** situées dans un **plan** contenant **l'axe longitudinal de la barre**.



IV.2. HYPOTHESES DE LA THEORIE DES POUTRES

1. Les matériaux étudiés sont supposés **continus**, **homogènes** et **isotropes**.
2. Les **sections droites** de la **poutre** restent **droites** après **déformations**, elles restent **planes** et **perpendiculaires** à l'axe de la poutre.
3. Les **déformations** sont **élastiques** et suffisamment **petites** pour ne pas modifier l'intensité des forces ni leurs distances respectives.



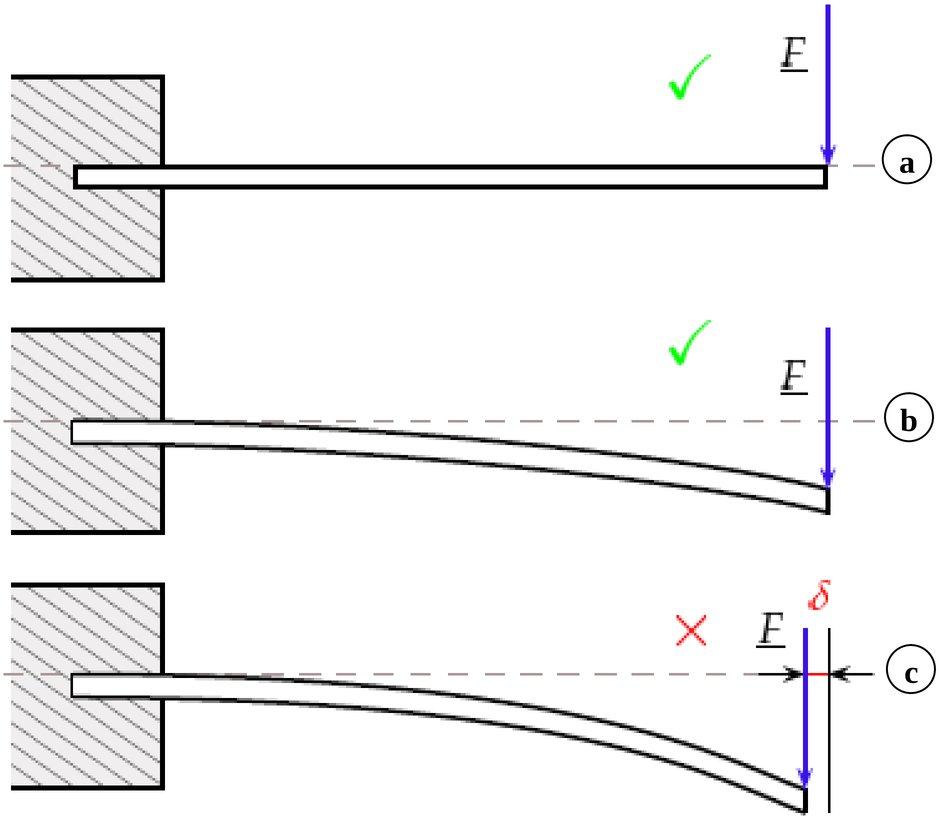


Figure IV.1. Illustration de l'hypothèse de petits déplacements : a- poutre non déformé, b- déformations en petites perturbations, c- limite de validité de l'hypothèse.

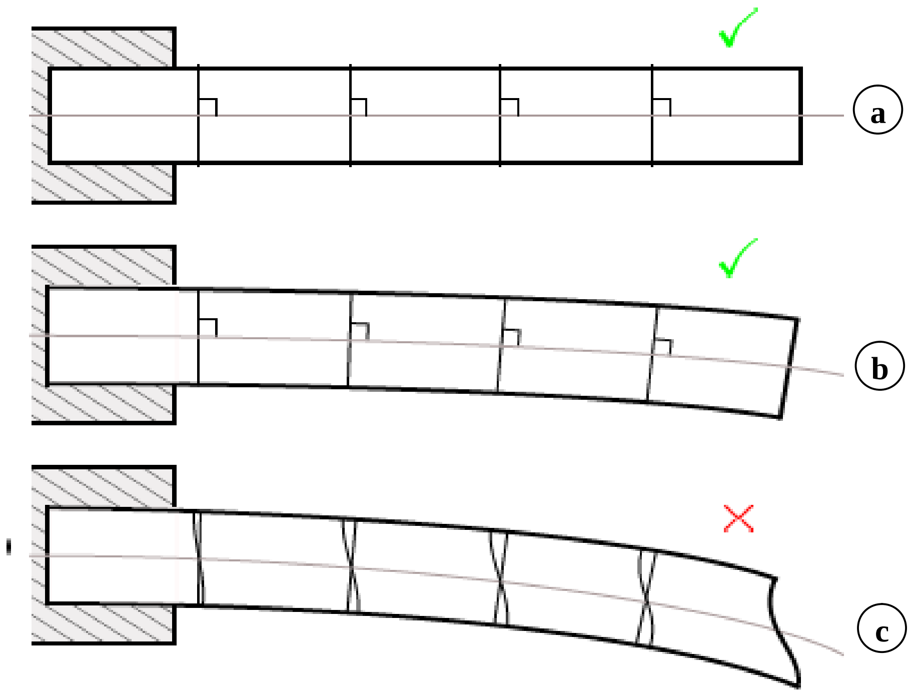
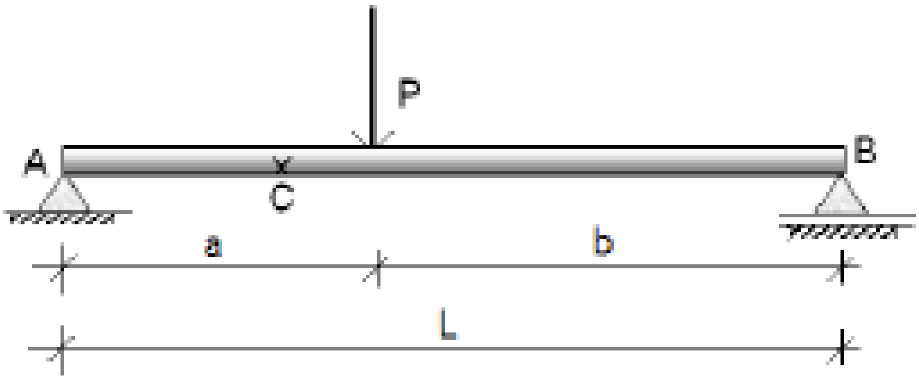


Figure IV.2. Illustration de l'hypothèse de petits déplacements : a- sections initialement droites, b- sections droites non gauchies, c- gauchissement des sections droites.

IV.3. TYPES DE POUTRE

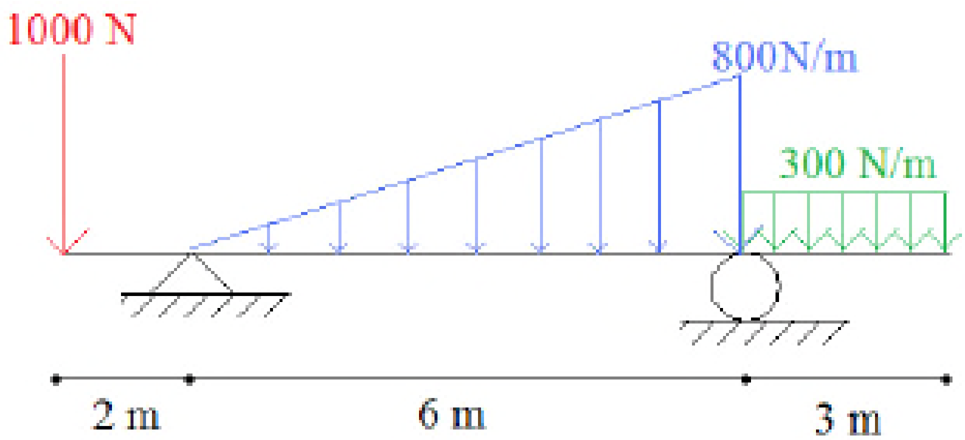
IV.3.1. POUTRE SIMPLE

C'est une **poutre** qui repose sur **deux appuis**.



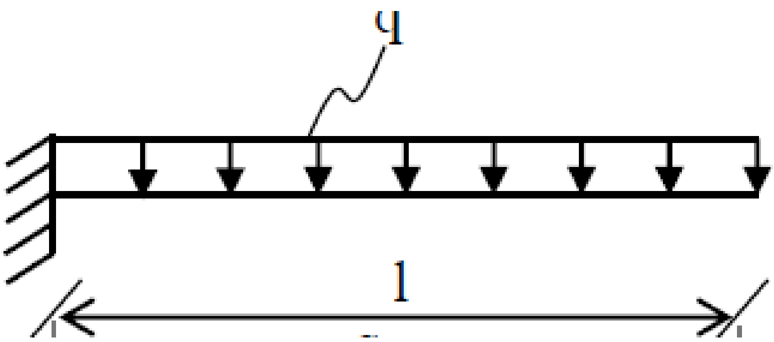
IV.3.2. POUTRE EN PORTE A FAUX

Cette **poutre** est supportée sur **deux appuis** avec **une** ou **deux extrémités** s'étendant au-delà des appuis.



IV.3.3. POUTRE CONSOLE

C'est une **poutre** qui est maintenue en **une seule extrémité**.



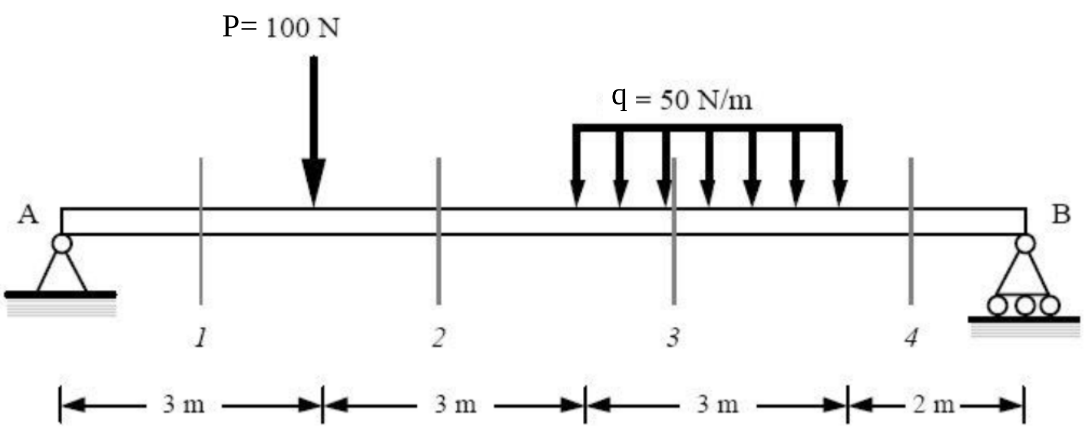
IV.4. DETERMINATION DES EFFORTS INTERIEURS EN FLEXION

La **flexion simple** plane engendre dans les sections droites d'une **poutre deux efforts intérieurs**, le **moment fléchissant *M*** et l'**effort tranchant *T***.

Pour déterminer le **moment fléchissant *M*** et l'**effort tranchant *T***, on utilise la **méthode des coupures** (**méthode de section**).

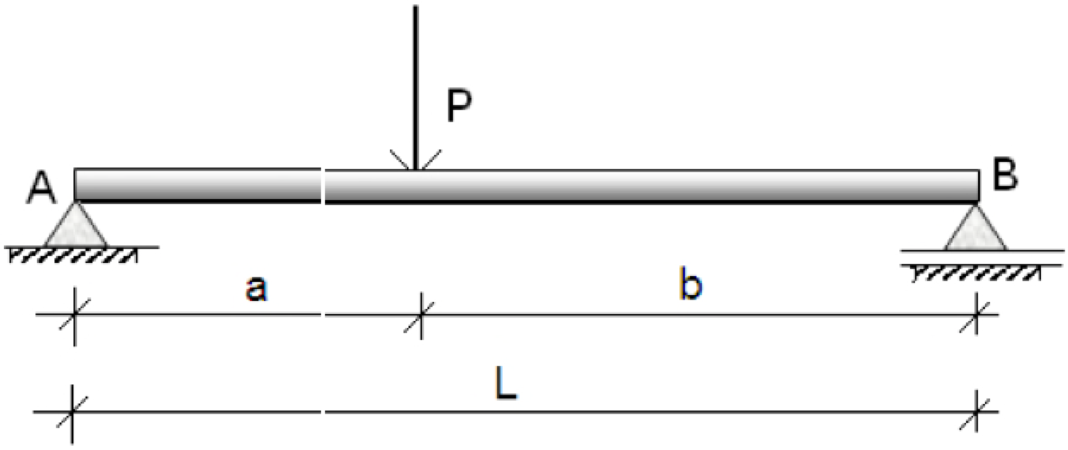
IV.4.1. METHODE DES COUPURES

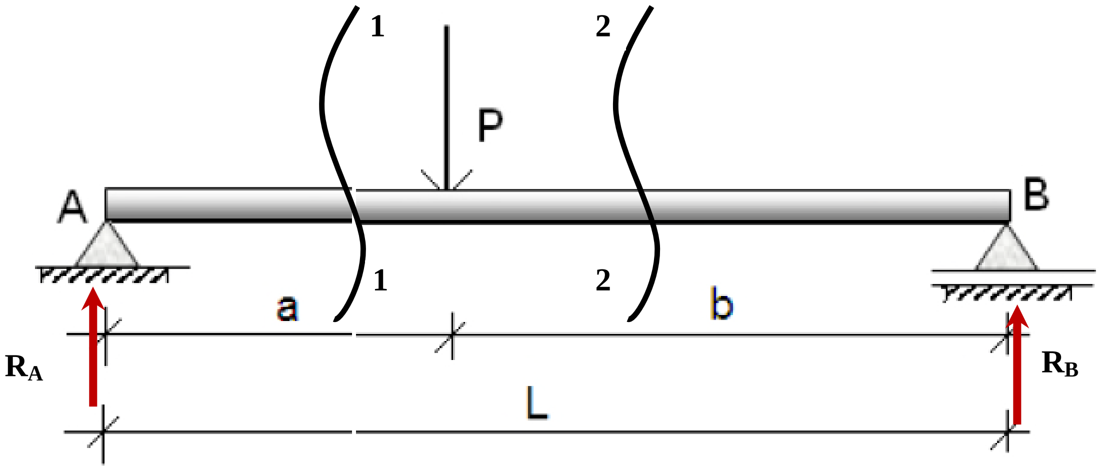
Pour une **section donnée**, il y a **équilibre des forces (N et T)** et des **moments** (**M**) entre la **partie droite** et la **partie gauche** d'une **section** considérée.

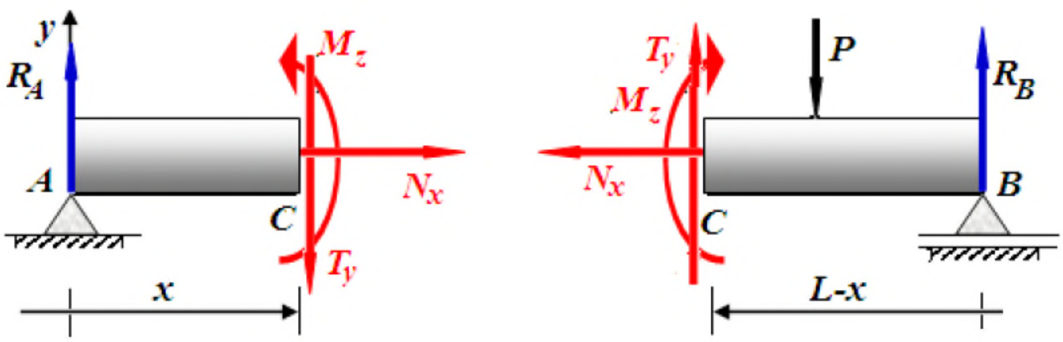


Exemple

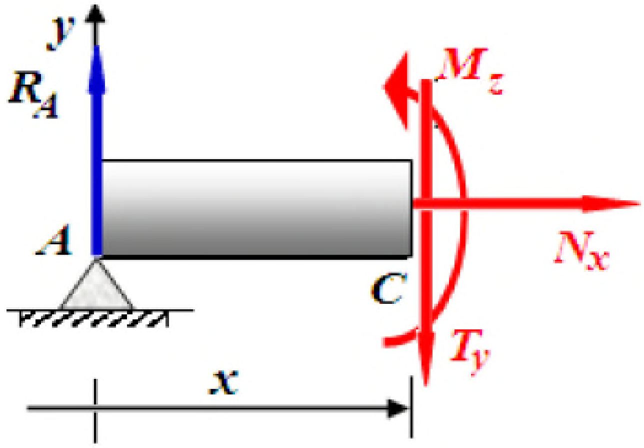
Soit une poutre avec une seule travée et appuyée sur deux appuis. La poutre est soumise à une charge concentrée **P**.





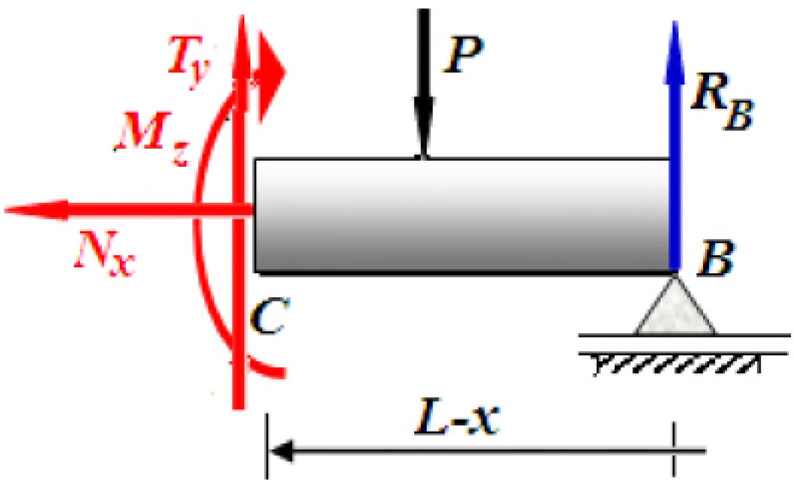


- **Section 1-1 :** **0 ≤ x ≤ a**



- $\sum F_x = 0 \Rightarrow N = 0$
- $\sum F_y = 0 \Rightarrow T_Y = Pb/L$
- $\sum M/_C = 0 \Rightarrow M_Z = (Pb/L\ ).x$

- **Section 2-2 :** **0 ≤ x ≤ b**



- $\sum F_x = 0 \Rightarrow N = 0$
- $\sum F_y = 0 \Rightarrow T_Y = P - Pa/L$

  $\Rightarrow T_Y = Pb/L$
- $\sum M/_C = 0 \Rightarrow M_Z = (Pa/L).(L-x)$

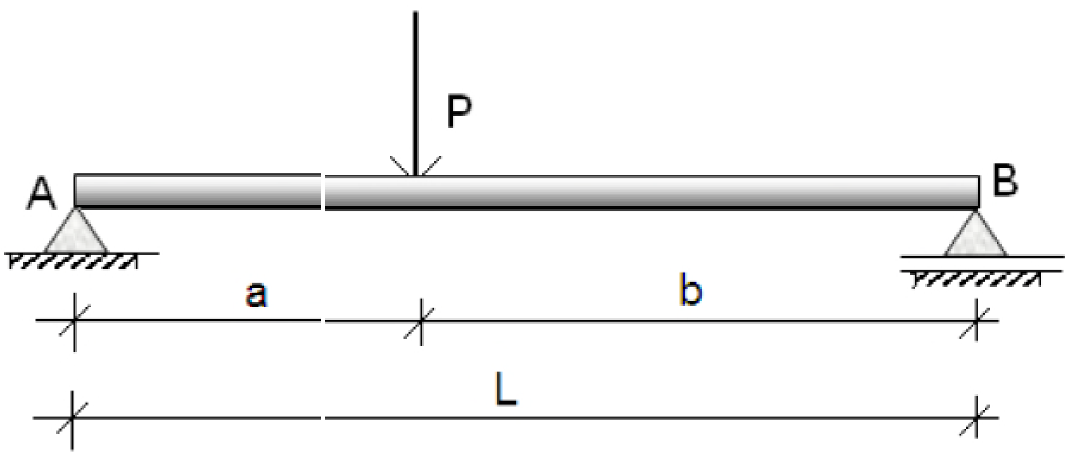
  $- p(L-x-b)$

  $\Rightarrow M_Z = (Pb/L).x$

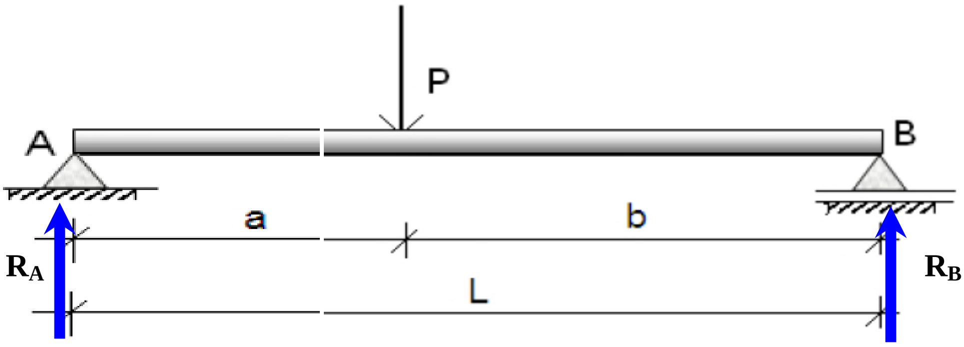
IV.4.2. DIAGRAMME DE M ET T

- Le diagramme des **efforts tranchants T** est la courbe représentative de la fonction **T(x).**
- Le diagramme des **moments fléchissant M** est la courbe représentative de la fonction **M(x)**.
- Où, **x** est l'abscisse de la poutre de l'une de ses extrémités.

IV.4.3. EXEMPLE



- **Calcul des réactions**



$\Sigma\, F_y = 0 \rightarrow\ R_A + R_B - P = 0$

$\rightarrow\ R_A + R_B = P$

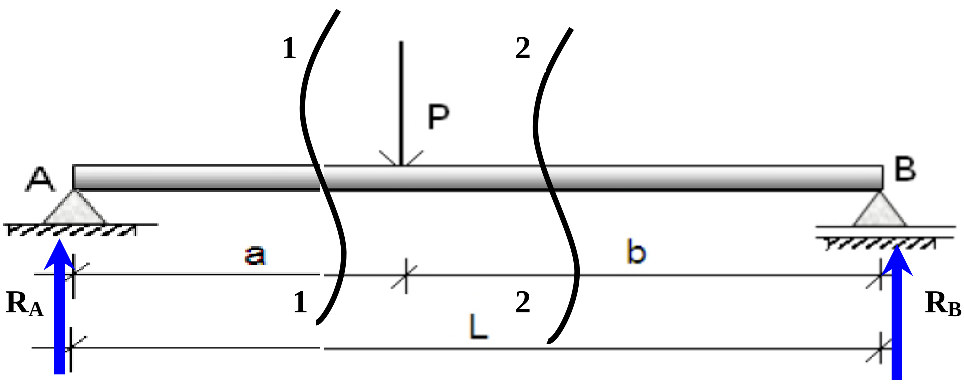
$\Sigma\, M_{/A} = 0 \rightarrow (R_B \times L) - (P \times a) = 0$

$\rightarrow R_B = P.a/L$

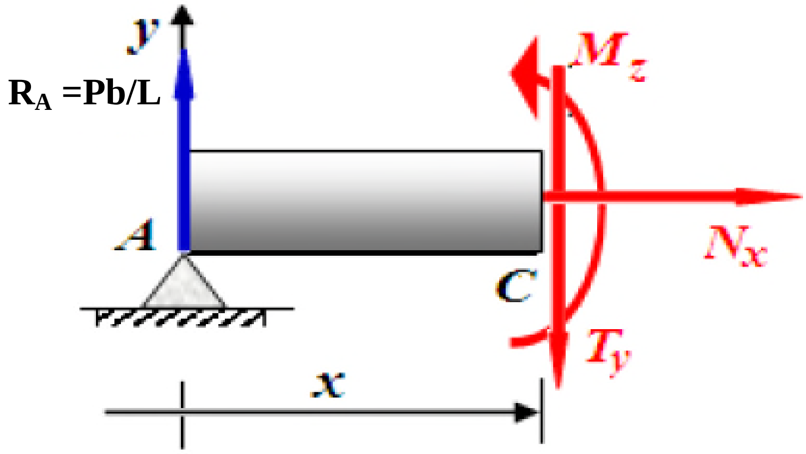
$\Sigma\, M_{/B} = 0 \rightarrow (R_A \times L) - (P \times b) = 0$

$\rightarrow R_A = P.b/L$

- **Calcul des sollicitations N, T et M**



$1^{ère}$ partie : $0 \leq x \leq a$

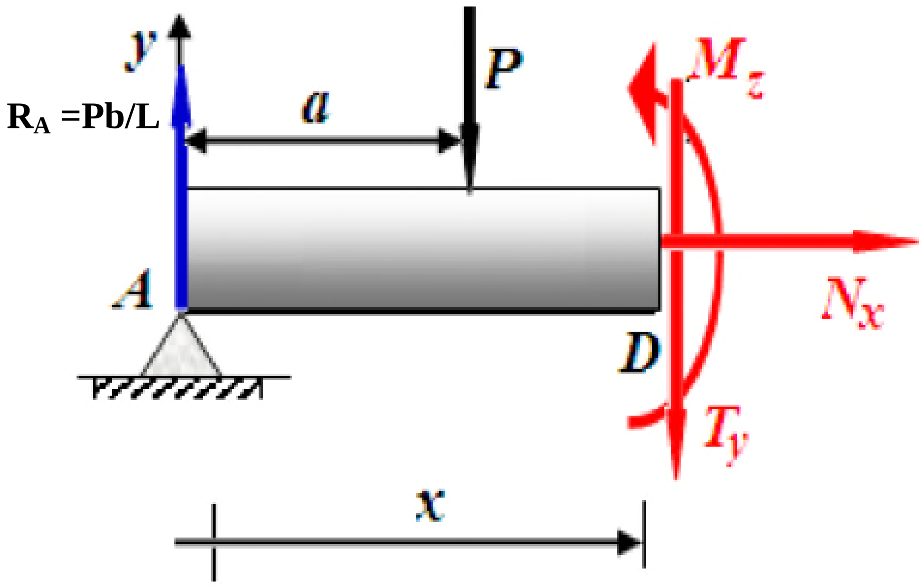


- $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow N = 0$
- $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_Y = Pb/L$
- $\Sigma M/_C = 0 \Rightarrow M_Z = (Pb/L).x$

$$M_Z(x=0) = 0$$

$$M_Z(x=a) = Pab/L$$

2ème partie : $a \leq x \leq L$

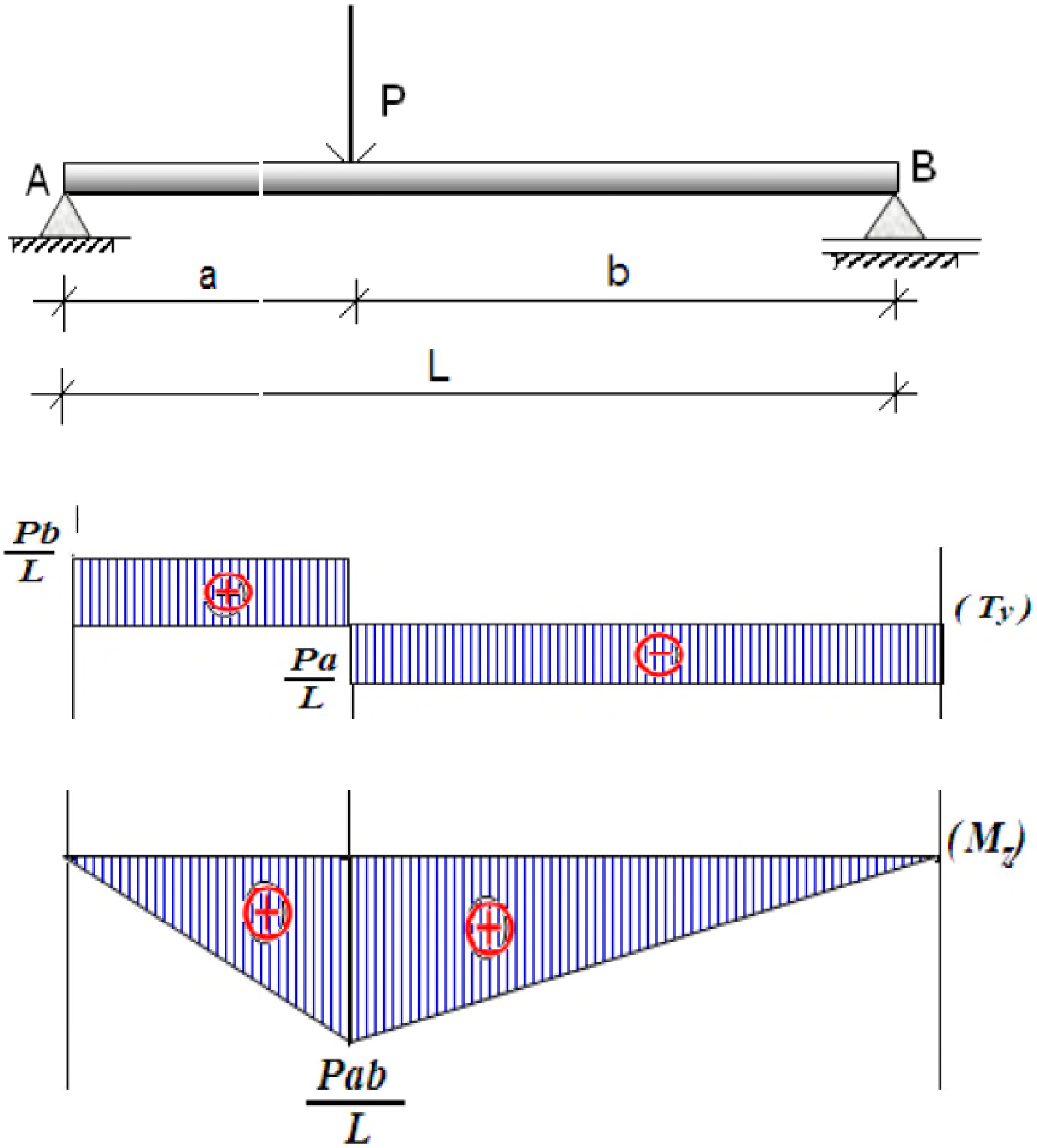


- $\sum F_x = 0 \Rightarrow N = 0$
- $\sum F_y = 0 \Rightarrow T_Y = - Pa/L$
- $\sum M/_C = 0 \Rightarrow M_Z = (Pa/L).(L\text{-}x)$

$$M_Z(x=a) = Pab/L$$

$$M_Z(x=L) = 0$$

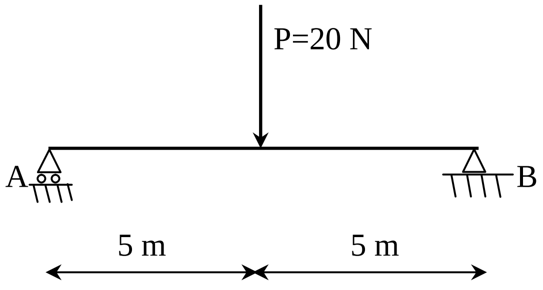
- **Dessin de diagramme de T et M**



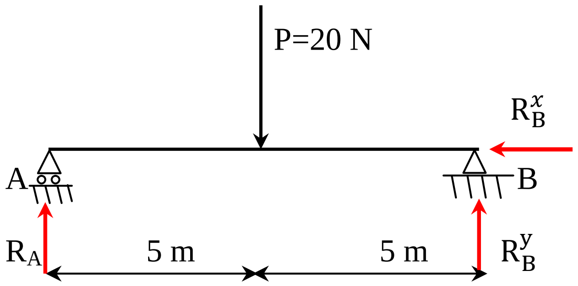
IV.5. EXERCICES AVEC SOLUTIONS

IV.5.1. Exercice 1

Déterminer les sollicitations N, T et M et dessiner leurs diagrammes



- **Calcul des réactions**



$\Sigma F_x = 0 \rightarrow R_B^x = 0$

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow R_B^y + R_A - 20 = 0$

$\rightarrow R_B^y + R_A = 20$ N

$\Sigma M_{/A} = 0 \rightarrow (R_B^x \times 10) - (20 \times 5) = 0$

$\rightarrow R_B^x = (20 \times 5)/10 = 10$ N

$\Sigma M_{/B} = 0 \rightarrow (R_A \times 10) - (20 \times 5) = 0$

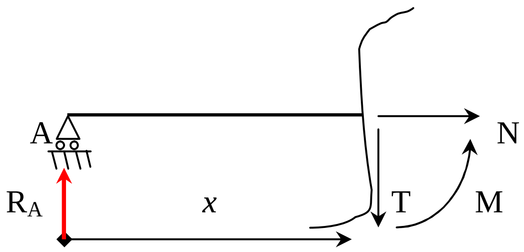
$\rightarrow R_A = (20 \times 5)/10 = 10$ N

$R_B^y + R_A = 10 + 10 = 20$ N

Ou bien par raison de symétrie : $R_B^y = R_A = \frac{P}{2} = 10$ N

- **Calcul des sollicitations N, T et M**

- **Section 1-1 : 0 $\leq x \leq$ 5 m**



$\Sigma F_x = 0 \rightarrow N = 0$

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow -T + R_A = 0$

$\rightarrow T = R_A = 10$ N

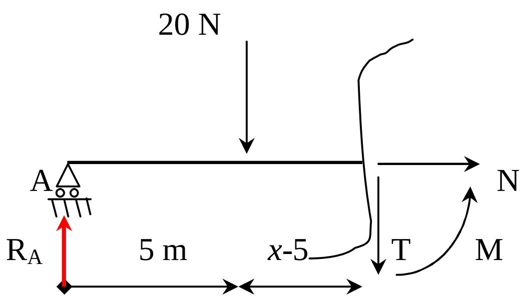
$\Sigma M_{/x} = 0 \rightarrow M - R_A \cdot x = 0$

$\rightarrow M = R_A \cdot x$

M(0) = 0

M(5 m) = 50 N.m

- **Section 2-2 : <u>5 m $\leq x \leq$ 10 m</u>**



$\Sigma F_x = 0 \rightarrow N = 0$

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow - T + R_A - 20 = 0$

$\rightarrow T = R_A - 20 = - 10\ N$

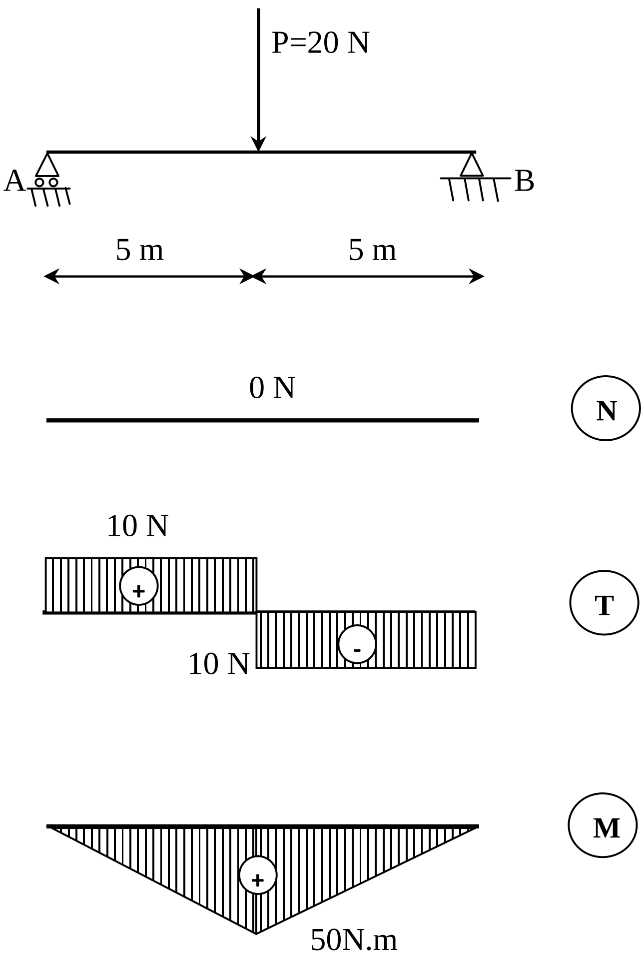
$\Sigma M_{/x} = 0 \rightarrow M - R_A \,.\, x + 20.\,(x - 5) = 0$

$\rightarrow M = R_A \,.\, x - 20.\,(x - 5)$

$M(5\ m) = 50\ N.m$

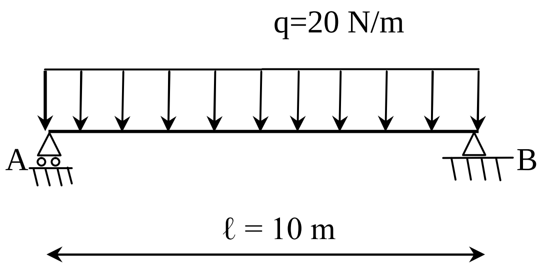
$M(10\ m) = 0\ N.m$

- **Dessin de diagramme de N, T et M**

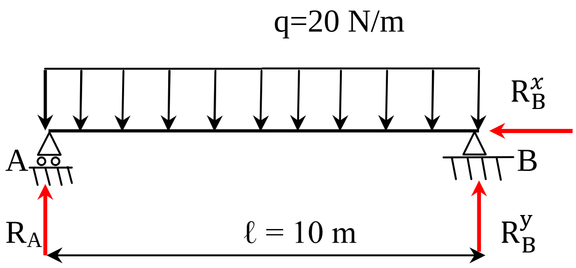


IV.5.2. Exercice 2

Déterminer les sollicitations N, T et M et dessiner leurs diagrammes



- **Calcul des réactions**



$\Sigma\ F_x = 0 \longrightarrow R_B^x = 0$

$\Sigma\ F_y = 0 \longrightarrow R_B^y + R_A - (20 \times 10) = 0$

$\longrightarrow R_B^y + R_A = 200\ N$

$\Sigma\ M_{/A} = 0 \longrightarrow (R_B^x \times 10) - (20 \times 10 \times 5) = 0$

$\longrightarrow R_B^x = (20 \times 10 \times 5)/10 = 100\ N$

$\Sigma\ M_{/B} = 0 \longrightarrow (R_A \times 10) - (20 \times 10 \times 5) = 0$

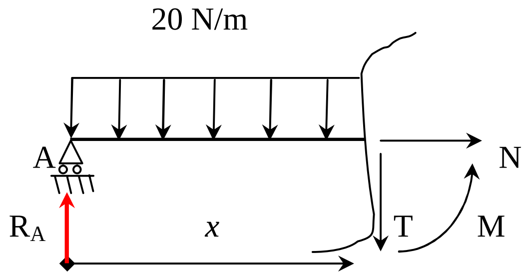
$\longrightarrow R_A = (20 \times 10 \times 5)/10 = 100\ N$

$R_B^y + R_A = 100 + 100 = 200\ N$

Ou bien par raison de symétrie : $R_B^y = R_A = q\,\frac{\ell}{2} = 20 \times \frac{10}{2} = 100$ N

- **Calcul des sollicitations N, T et M**

- **$0 \le x \le 10$ m**



$\Sigma F_x = 0 \rightarrow N = 0$

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow -T + R_A - 20.x = 0$

$\rightarrow T = R_A - 20.x$

$T(0) = 100$ N

$T(10\text{ m}) = -100$ N

$\Sigma M_{/x} = 0 \rightarrow M - R_A\,.\,x + 20.x.x/2 = 0$

$\rightarrow M = R_A\,.\,x - 20.x^2/2$

$M(0) = 0$

$M(10\text{ m}) = 0$

On cherche la valeur maximale de M à une distance x pour $T = 0$

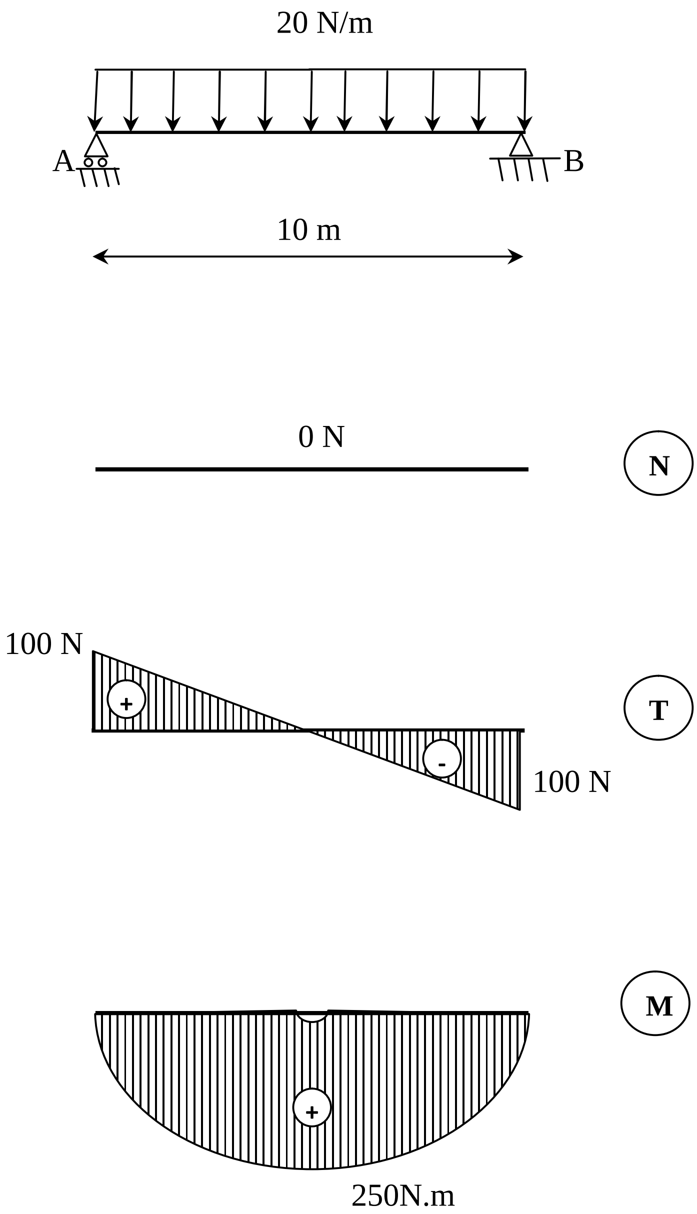
$T = 0 \rightarrow R_A - 20.x = 0$

$\rightarrow 100 - 20.\,x = 0$

$\rightarrow x = 100/20 = 5$ m

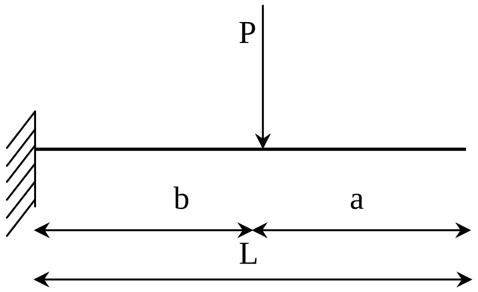
$M_{max} = M(5\ m) = 250$ N.m

- **Dessin de diagramme de N, T et M**

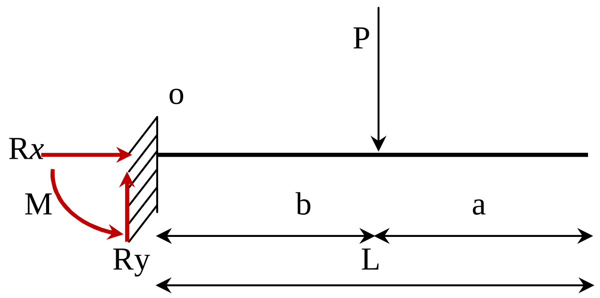


IV.5.3. Exercice 3

Déterminer les sollicitations N, T et M et dessiner les diagrammes



- **Calcul des réactions**



$\Sigma F_x = 0 \rightarrow R_x = 0$

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow R_y - P = 0$

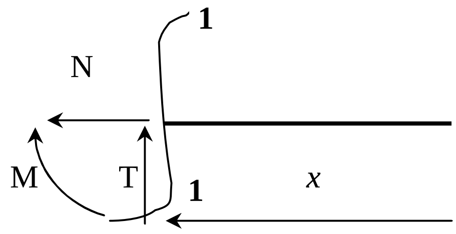
$\rightarrow R_y = P$

$\Sigma M_{/o} = 0 \rightarrow M - P.b = 0$

$\rightarrow M = P.b$

- **Calcul des sollicitations N, T et M**

- **Section 1-1 : 0 $\leq x \leq$ a**

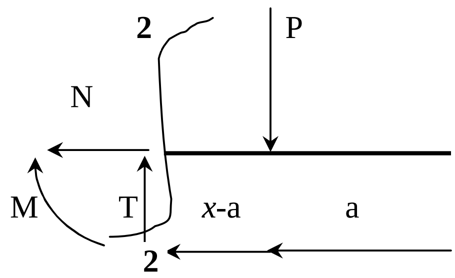


$\Sigma F_x = 0 \rightarrow N = 0$

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow T = 0$

$\Sigma M_{/o} = 0 \rightarrow M = 0$

- **Section 2-2 : a $\leq x \leq$ L**



$\Sigma F_x = 0 \rightarrow N = 0$

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow T - P = 0$

$\rightarrow T = P$

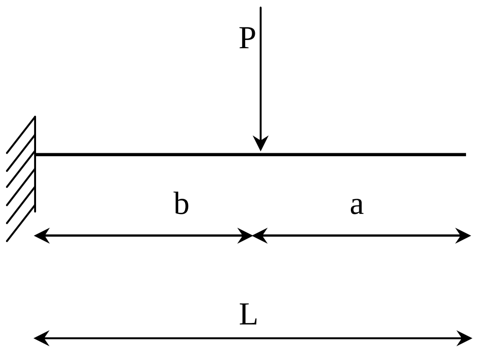
$\Sigma M_{/o} = 0 \rightarrow M + P.(x - a) = 0$

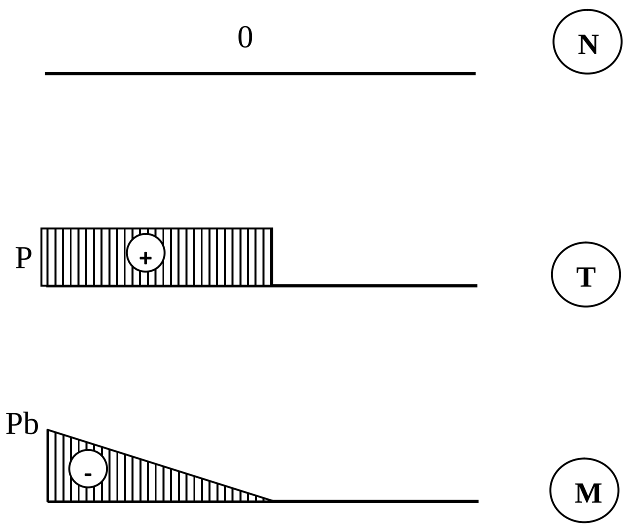
$\rightarrow M = - P.(x - a)$

$M(a) = 0$

$M(L) = - Pb$

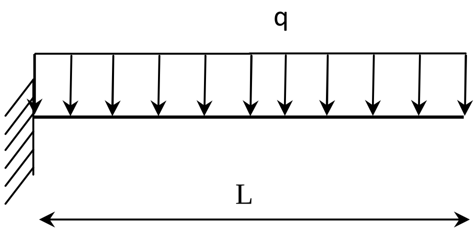
- **Dessin de diagramme de N, T et M**



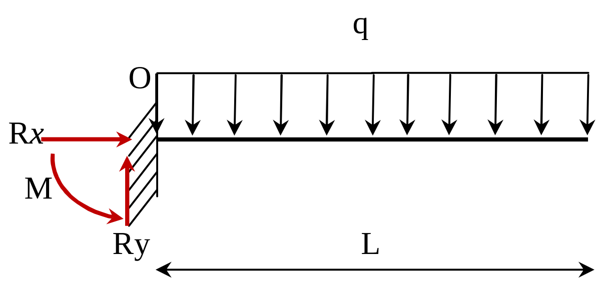


IV.5.4. Exercice 4

Déterminer les sollicitations N, T et M et dessiner les diagrammes



- **Calcul des réactions**



$\Sigma F_x = 0 \rightarrow R_x = 0$

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow R_y - q.L = 0$

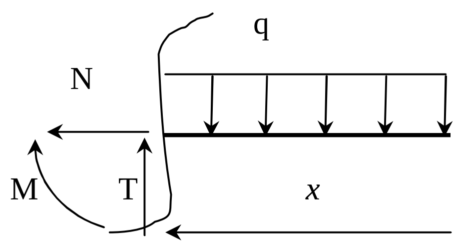
$\rightarrow R_y = q.L$

$\Sigma M_{/o} = 0 \rightarrow M - q.L.L/2 = 0$

$\rightarrow M = qL^2/2$

- **Calcul des sollicitations N, T et M**

- **$0 \leq x \leq a$**



$\Sigma F_x = 0 \rightarrow N = 0$

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow T - q.x = 0$

$\rightarrow T = q.x$

$T(0) = 0$

$T(L) = q.L$

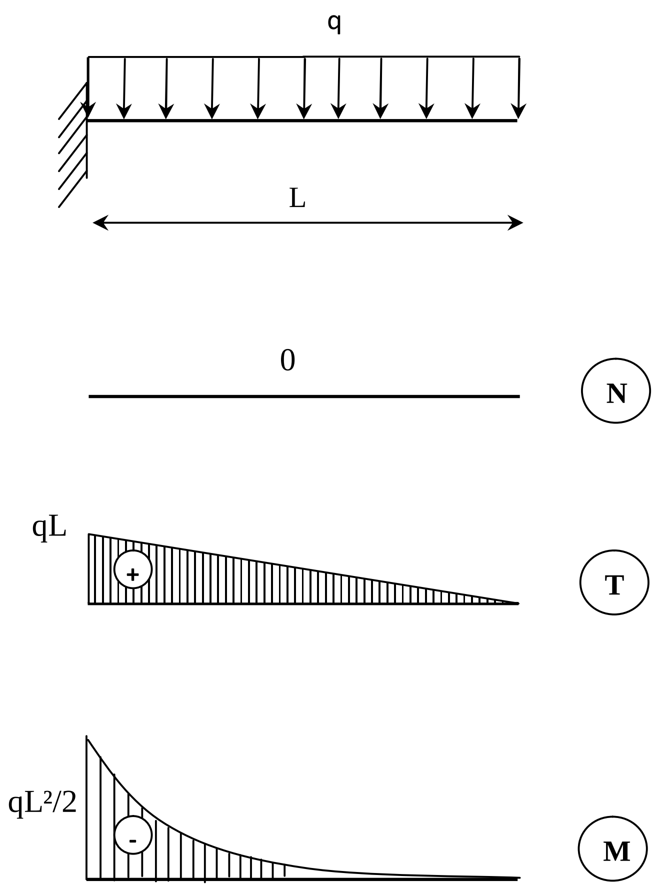
$\Sigma M_{/o} = 0 \rightarrow M + q.x.x/2 = 0$

$\rightarrow M = -q.x^2/2$

$M(0) = 0$

$M(L) = -qL^2/2$

- **Dessin de diagramme de N, T et M**



V. Éléments structuraux et Equilibre global des structures

V.1. INTRODUCTION

Les **éléments structuraux** désignent l'ensemble des **éléments** qui contribuent à la **solidité** et à la **stabilité** d'un bâtiment.

Les **éléments structuraux** doivent donc permettre au **bâtiment** de **résister** aux **forces** qu'il subit en **permanence** (charges liées au bâtiment lui-même) et à celles qu'il subit de manière **temporaire** (intempéries, séismes...).

Dans une **structure porteuse** d'une construction en **béton armé**, qui assure la **stabilité** du **bâtiment**, on retrouve :

- Les **fondations** (semelles),
- Les **dalles pleines** ou les **planchers**,
- Les murs **voiles** ou porteurs et les refends,
- Les **poteaux**,
- Les **poutres**.

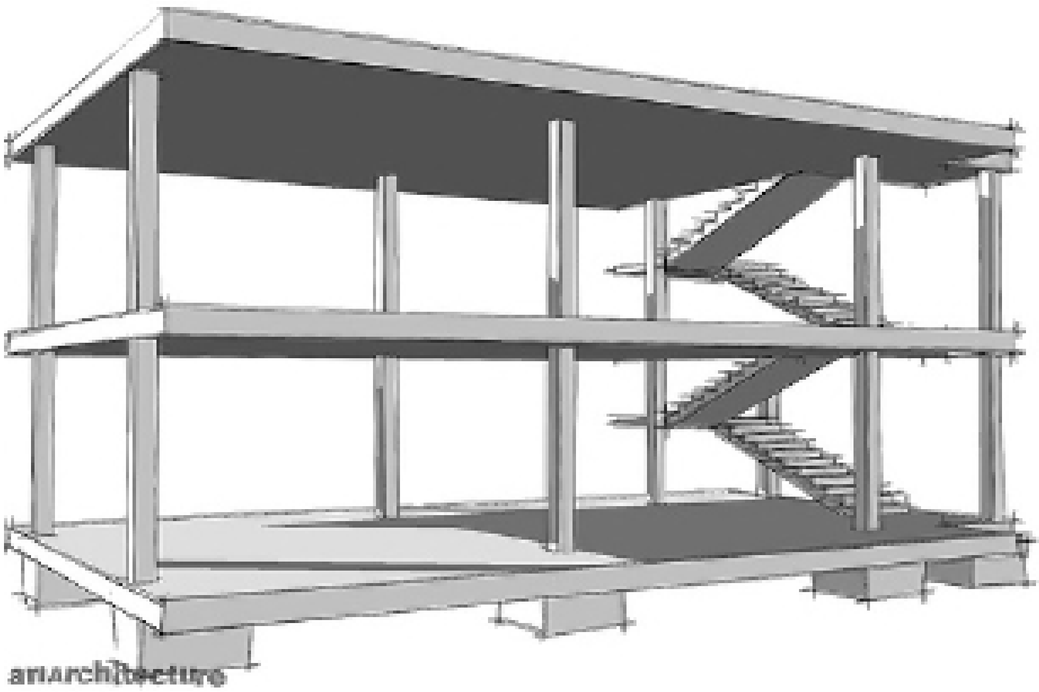


Figure V.1. Bâtiment à ossature en béton armé.

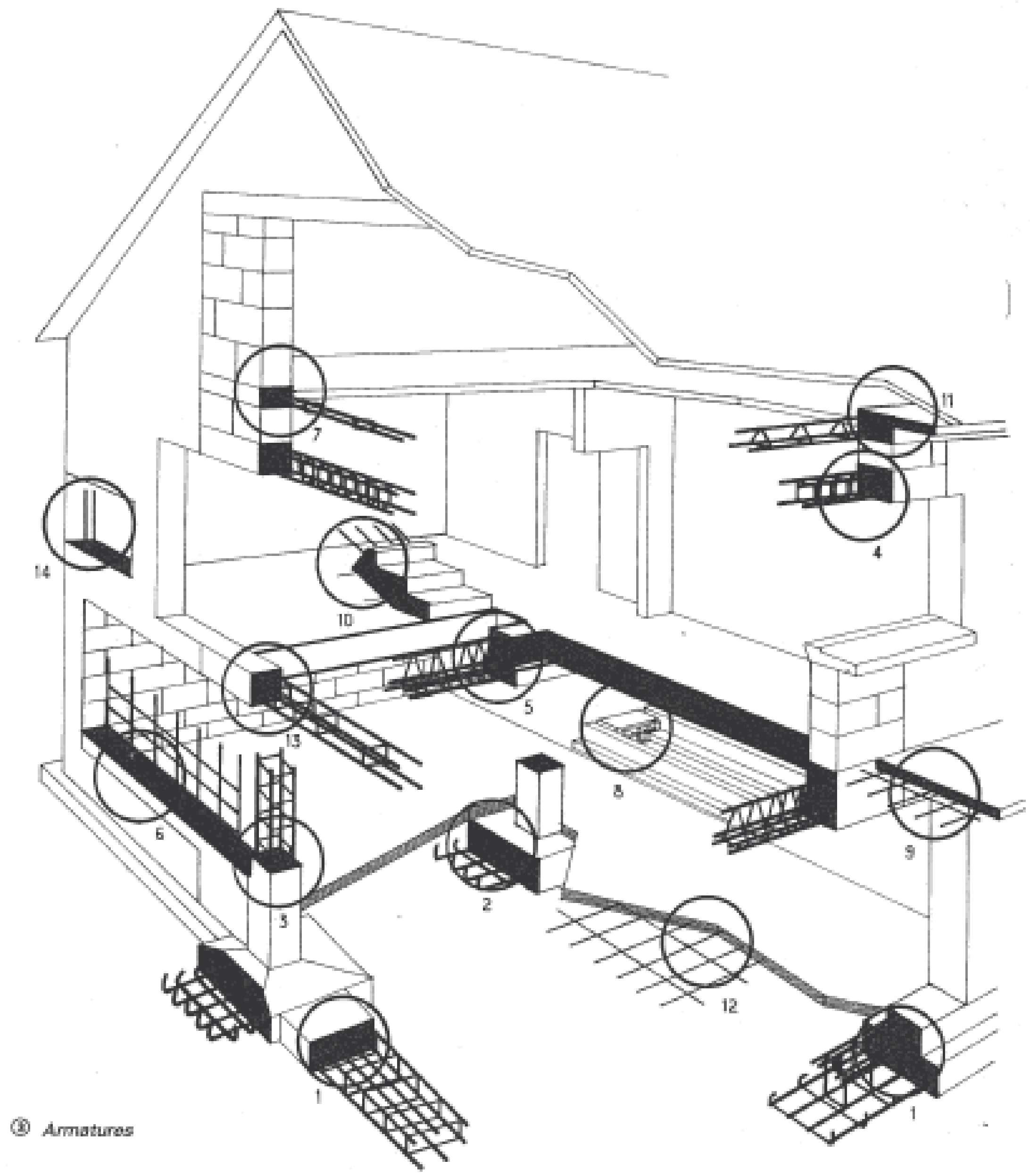


Figure V.2. Armatures des éléments structuraux en béton armé.

V.2. EQUILIBRE GLOBAL DES STRUCTURES

Une **construction** doit être en position d'**équilibre** par rapport au sol.

Les **actions** qui s'exercent sur la **construction** sont :

- **Charges verticales**: les **forces** dues à la **masse** de la **structure** (le poids propre, les surcharges).
- **Charges horizontales**: les **forces** dues au **vent**, **séisme**.

- **Charges obliques**: les **forces** de **contact** du **sol** sur la **partie inférieure** de la **construction** (la **poussée** des **terres**).

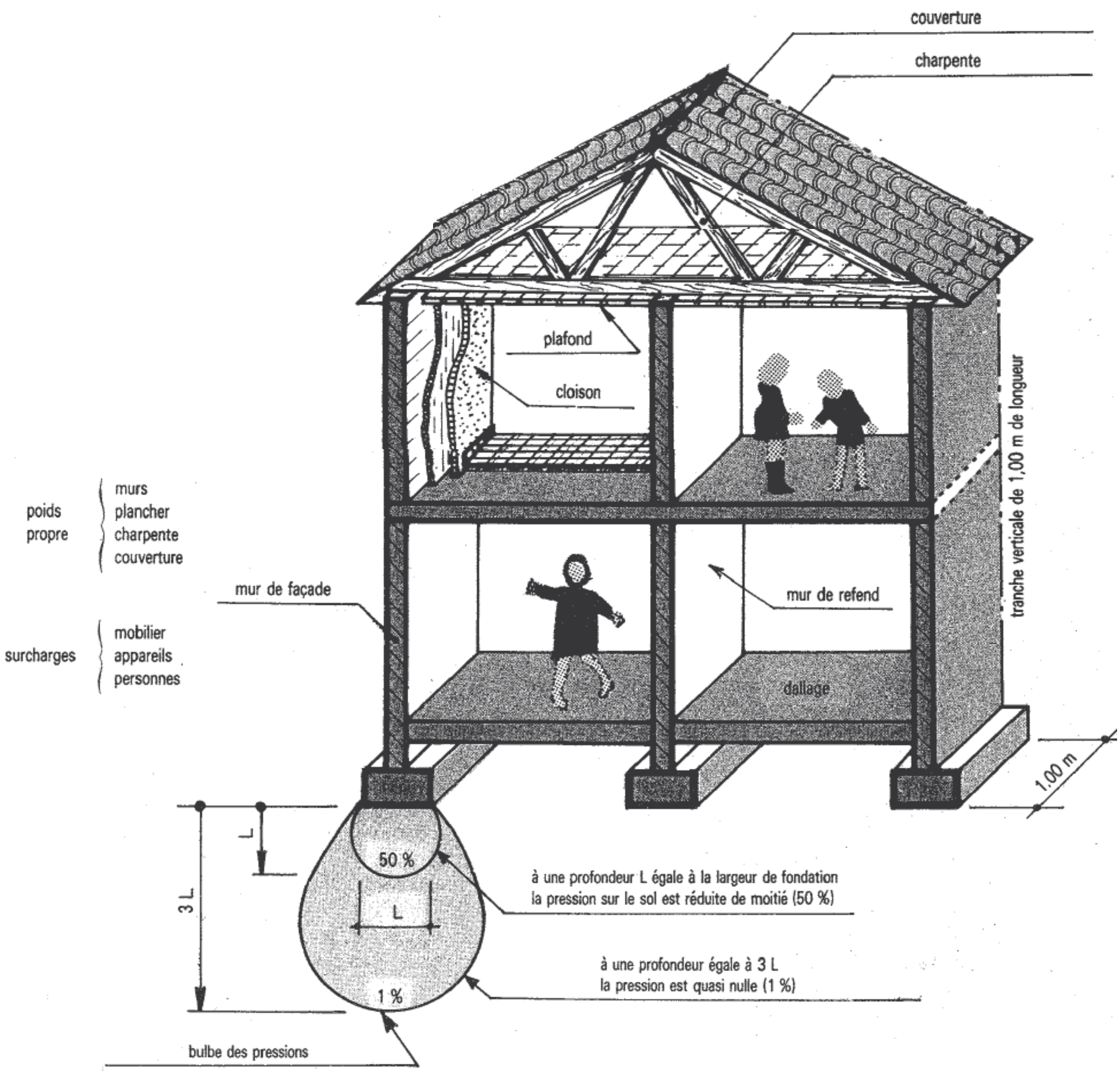


Figure V.3.Transmission des charges de la structure au sol.

V.3. LES FONDATIONS

La **fondation** est un **élément** de **structure** qui a pour objet de **transmettre** au **sol** les **efforts** apportés par la **structure**.

Un **élément** de la **structure** peut **transmettre** à la **fondation** :

- Un **effort normal** (**charge verticale**),
- Une **force horizontale** (résultant de l'action du **vent** ou du **séisme**),

- Un **moment** (exercé dans des **plans différents**).

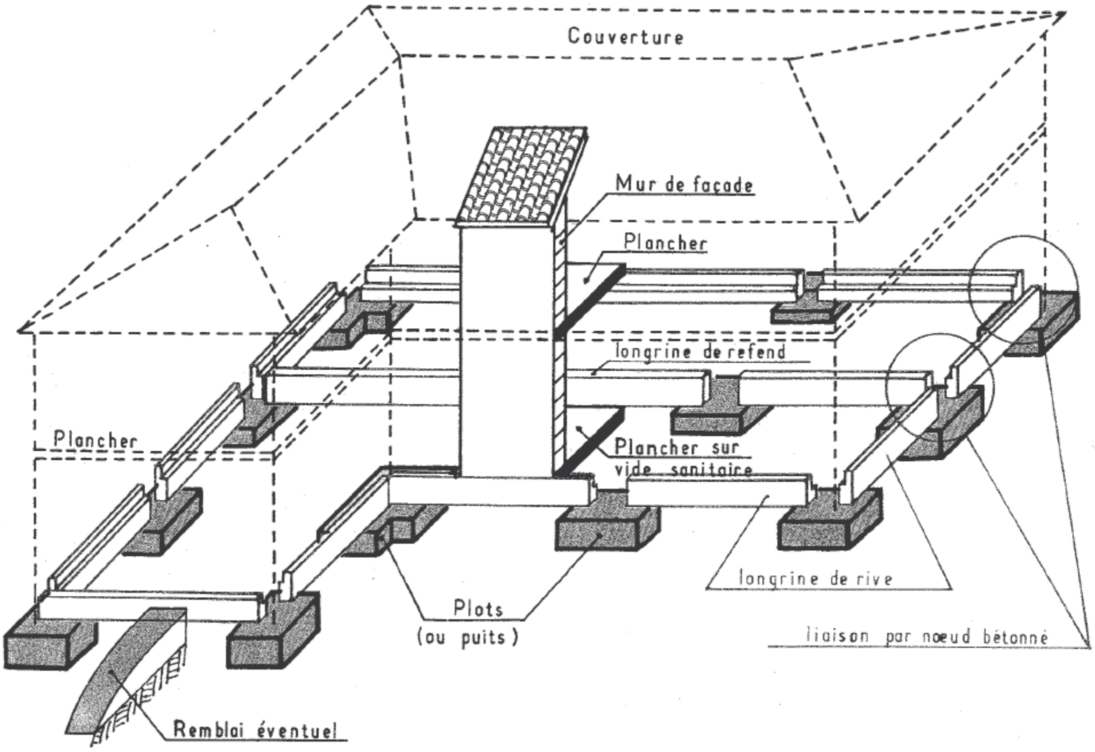


Figure V.4. Semelles isolées recevant les charges de la structure.

V.4. LES POTEAUX

- Les **poteaux** sont des **éléments porteurs verticaux**, ils contribuent à la **stabilité** du **bâtiment**,
- Les **poteaux** constituent des **points d’appui** pour **transmettre** les **charges concentrées**.
- Les **poteaux** supportent les **charges verticales** (**permanentes** et d’**exploitation**) transmises par les **poutres**.

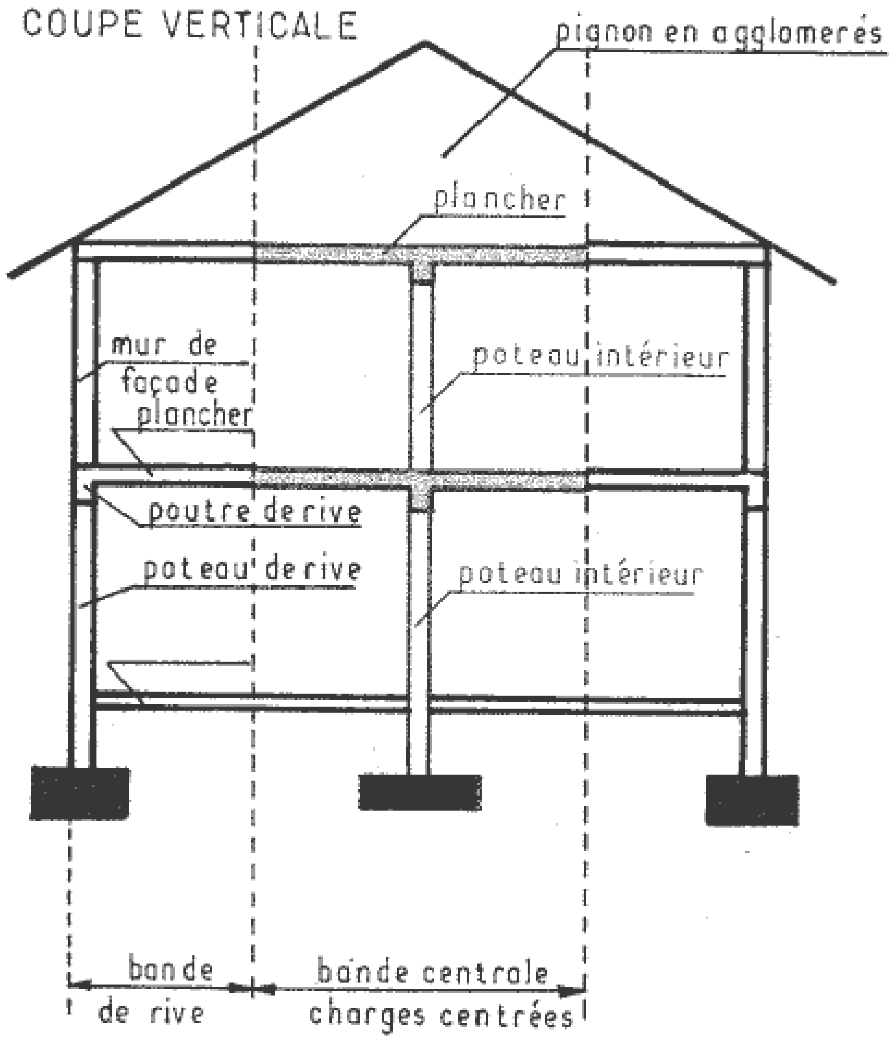


Figure V.5.Coupe schématique d'un bâtiment.

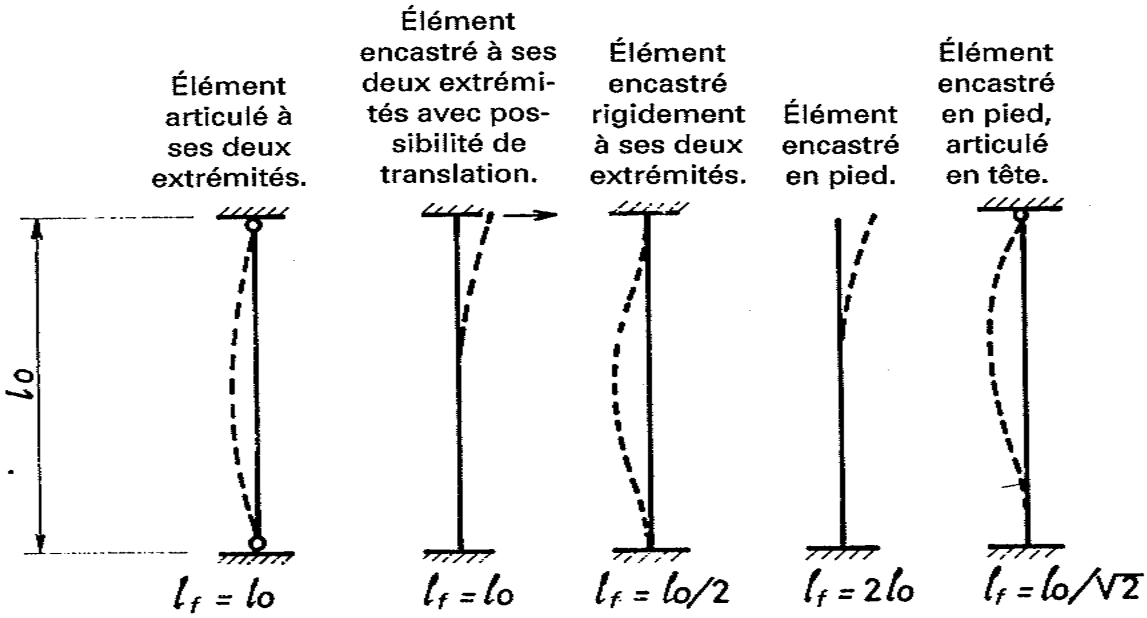
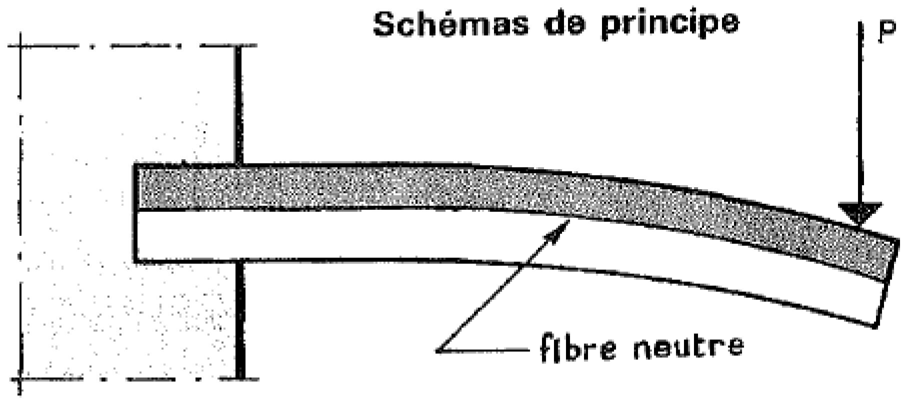


Figure V.6. Longueur de flambement ℓ_f.

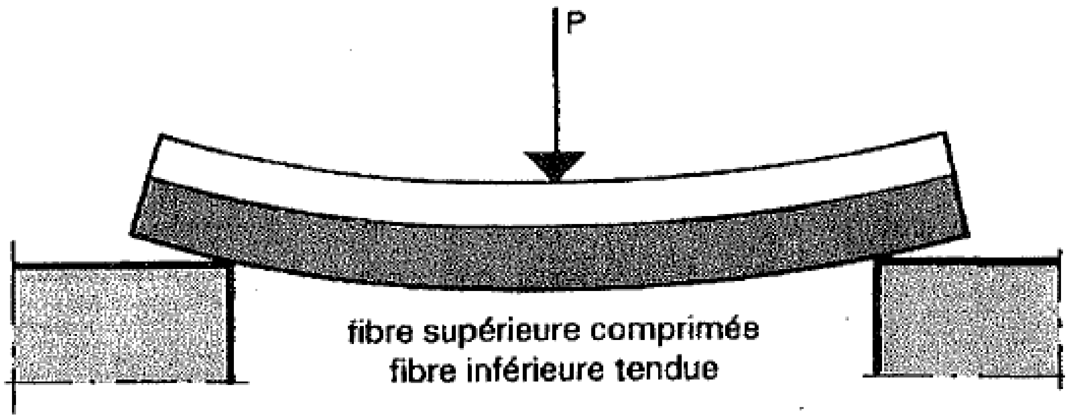
V.5. LES POUTRES

- Les **poutres** en béton armé sont des éléments **horizontaux continus**,
- Les **poutres** jouent un rôle de **liaison horizontale** des **murs** et des **poteaux**,
- Les **poutres** contribuent à la **stabilité** du **bâtiment**,
- Les **poutres** résistent aux **efforts** de **flexion** dus aux **charges verticales** (**permanentes** et d'**exploitation**).

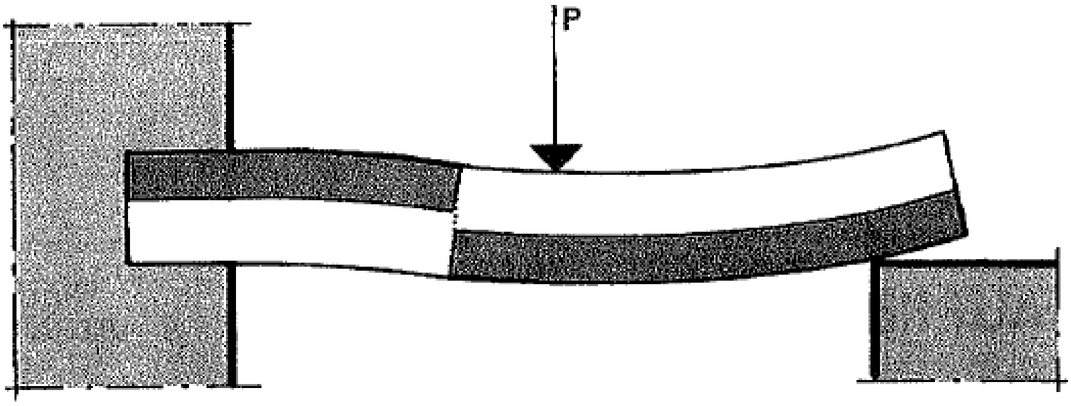
- ***Poutre avec encastrement à une seule extrémité (console)***



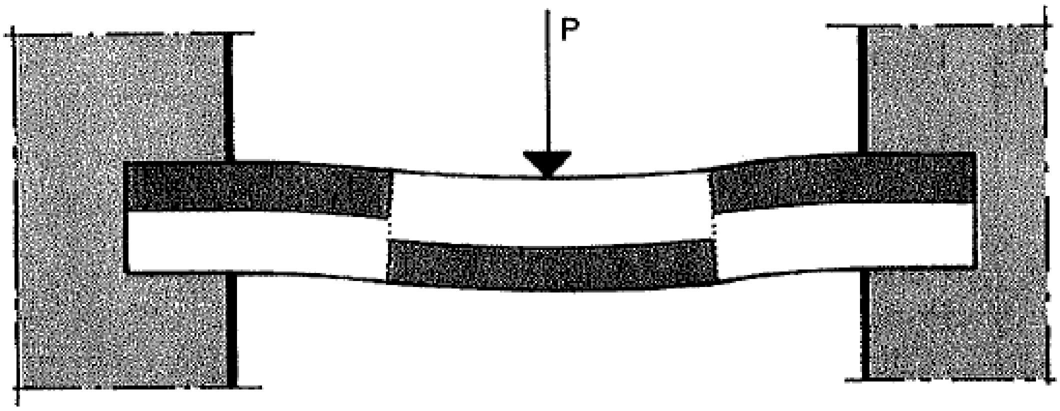
- ***Poutre sur deux appuis simple***



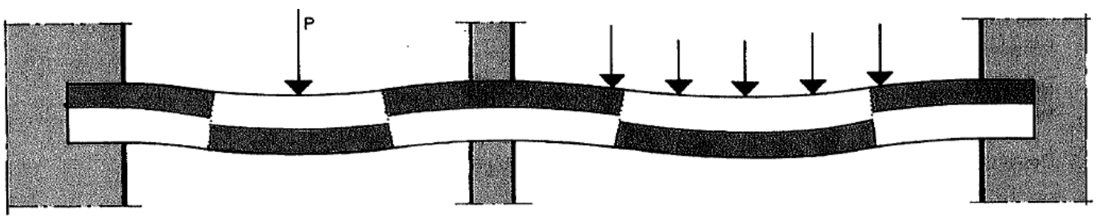
- ***Poutre à une extrémité encastrée, l'autre sur appui simple***



- ***Poutre avec encastrement à chaque extrémité***



- ***Poutre à plusieurs appuis***



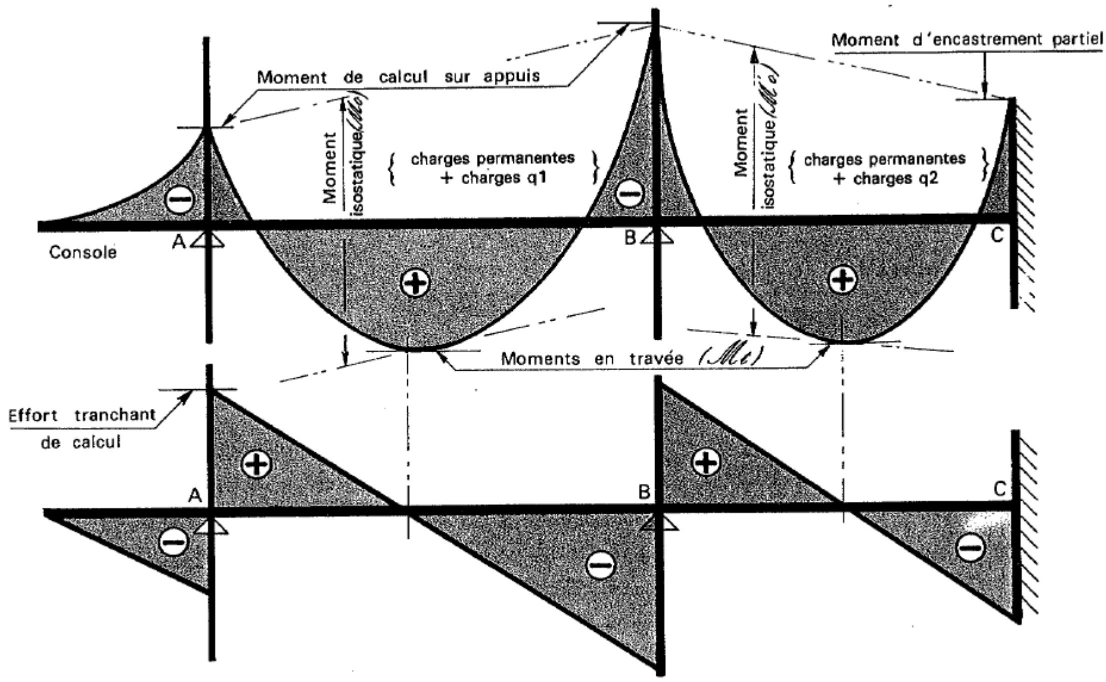


Figure V.7. Diagrammes théoriques des efforts tranchants et des moments fléchissant.

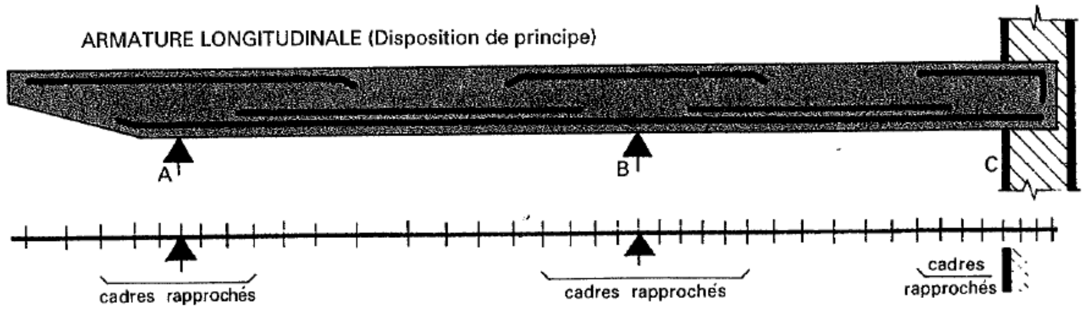
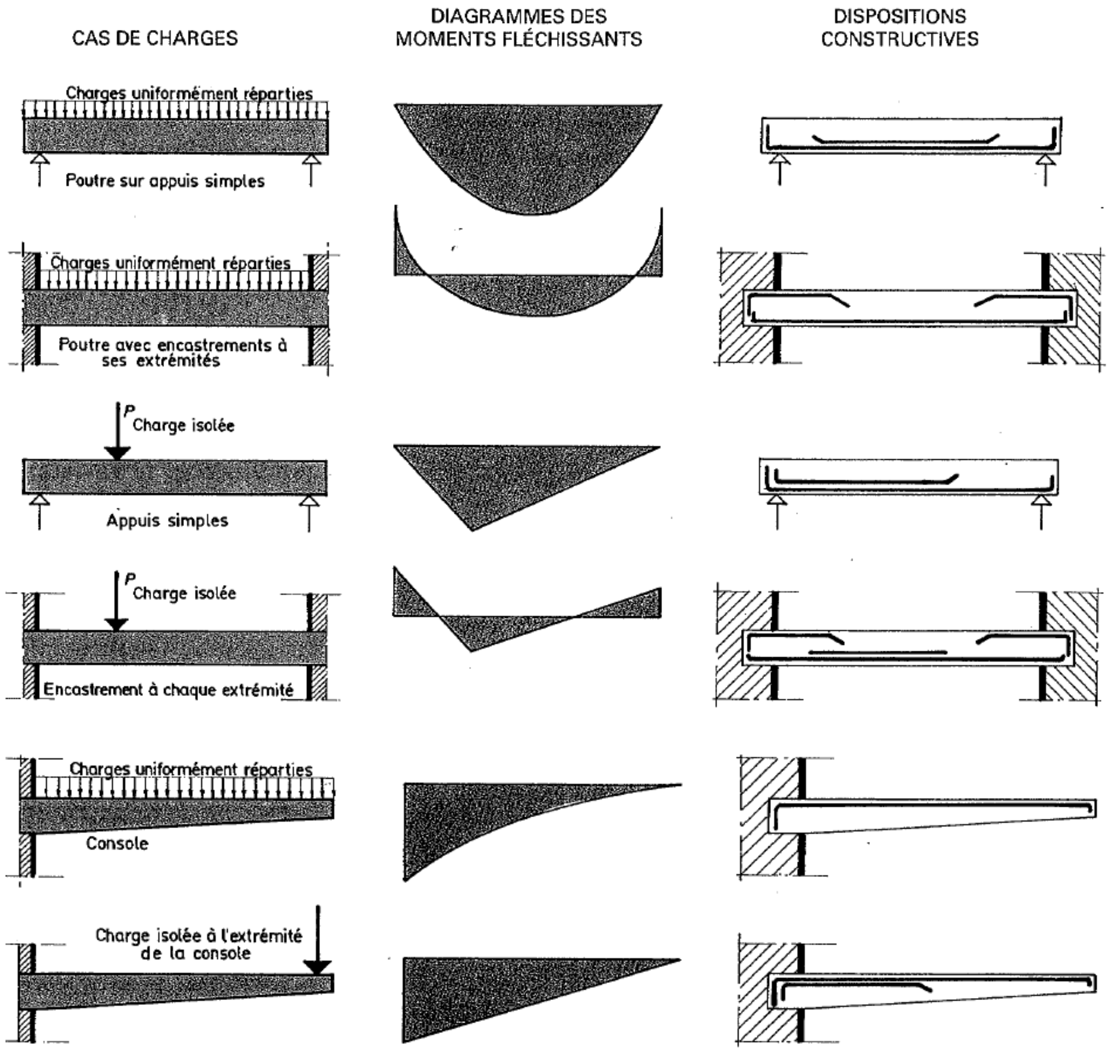
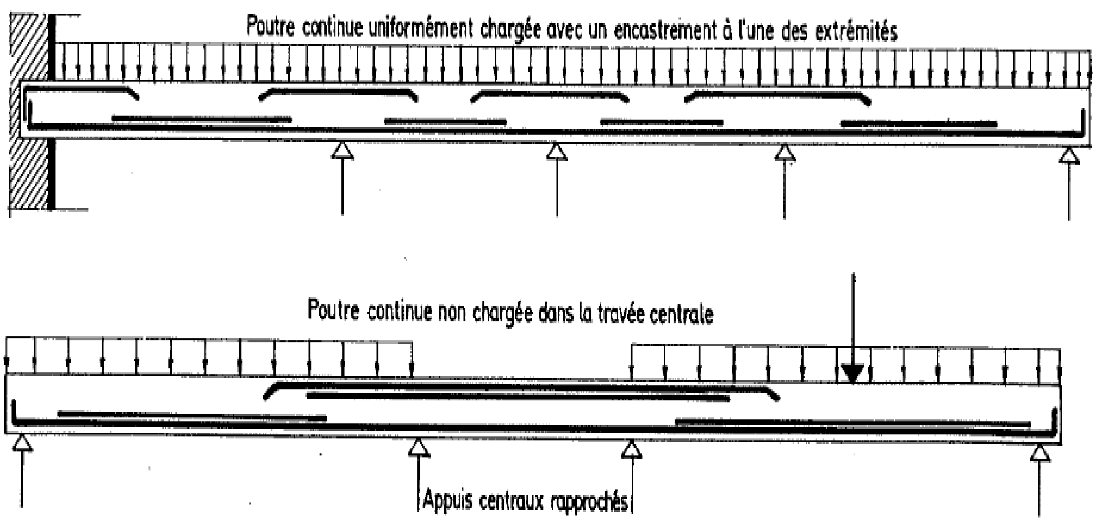


Figure V.8. Armatures longitudinales et transversales.



p

Figure V.9. Influence de type des appuis sur le fonctionnement des poutres.



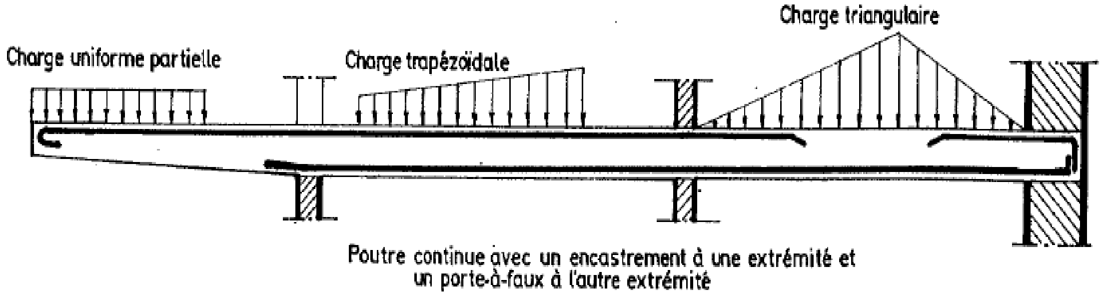


Figure V.10. Position des armatures en acier dans les zones tendues.

V.6. LES PLANCHERS

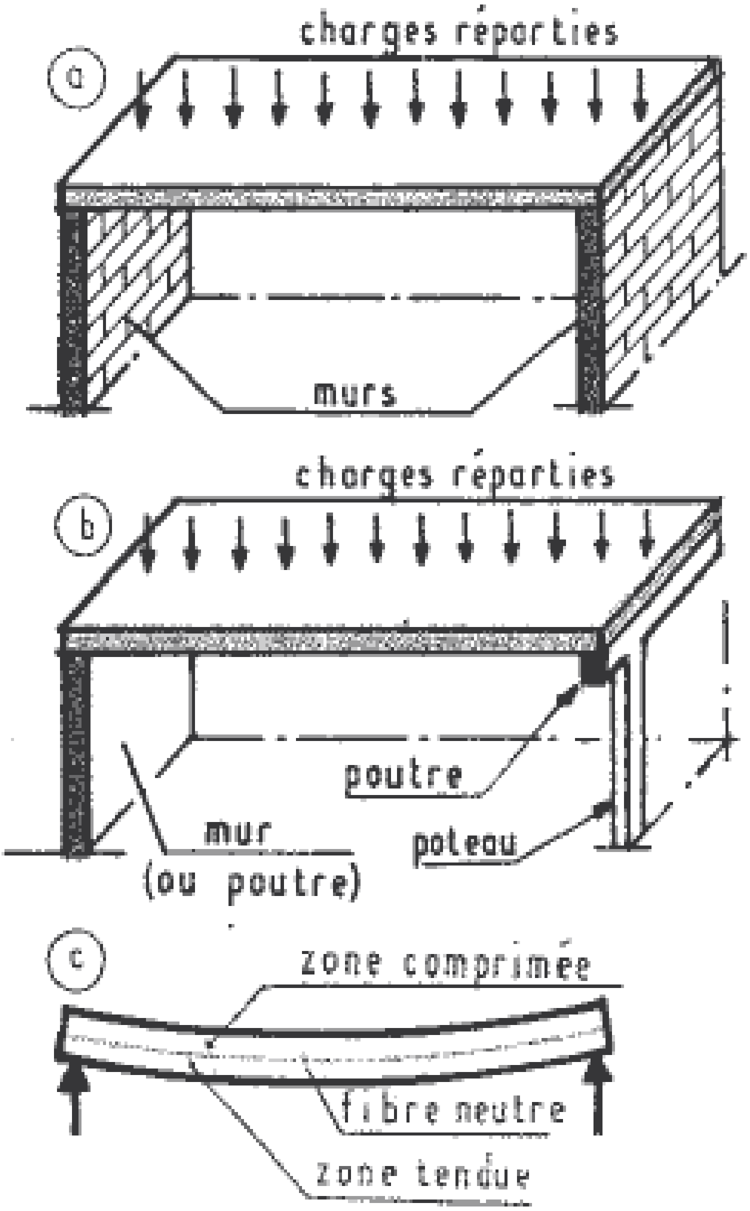
- Les **planchers**, en **béton armé**, sont des éléments **plans horizontaux porteurs**.
- Les **planchers** prennent **appuis** sur les **murs**, les **poutres** et les **poteaux**.
- Les **planchers** déterminent les différents **niveaux** d'une **construction** et **portent** les **charges** d'**exploitation**.

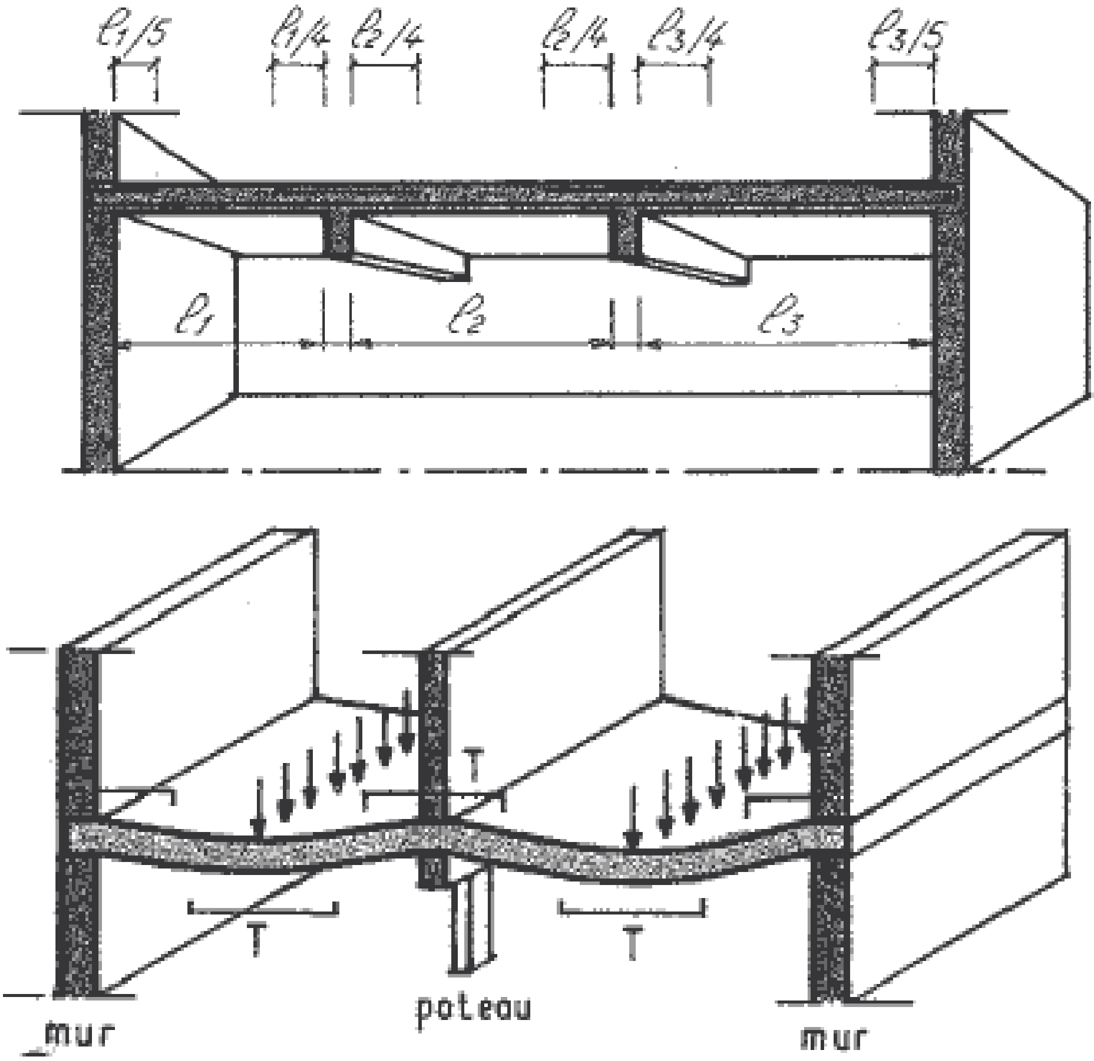
V.6.1. ROLE DES PLANCHERS

Les **planchers** jouent le **rôle** :

- **Rôle porteur**: ils **transmettent** les **charges** et les **surcharges verticales** aux **murs**, **poutres** et **poteaux**. Ils **constituent** un **support rigide** et **stable** pour les **revêtements**.
- **Rôle de protection**: ils **améliorent** l'**isolation thermique**, **acoustique** et l'**isolation contre l'humidité**. Ils participent à la **protection** des locaux **comme les incendies**.
- **Rôle d'écran**: ils **déterminent** les **niveaux** du bâtiment, **constituent** une **aire** de **circulation** et permettent le **passage** des différents **conduits**.

V.6.2. APPUIS DES PLANCHERS




l1/5
l1/4
l2/4
l2/4
l3/4
l3/5
l1
l2
l3
T
T
T
T
mur
poteau
mur

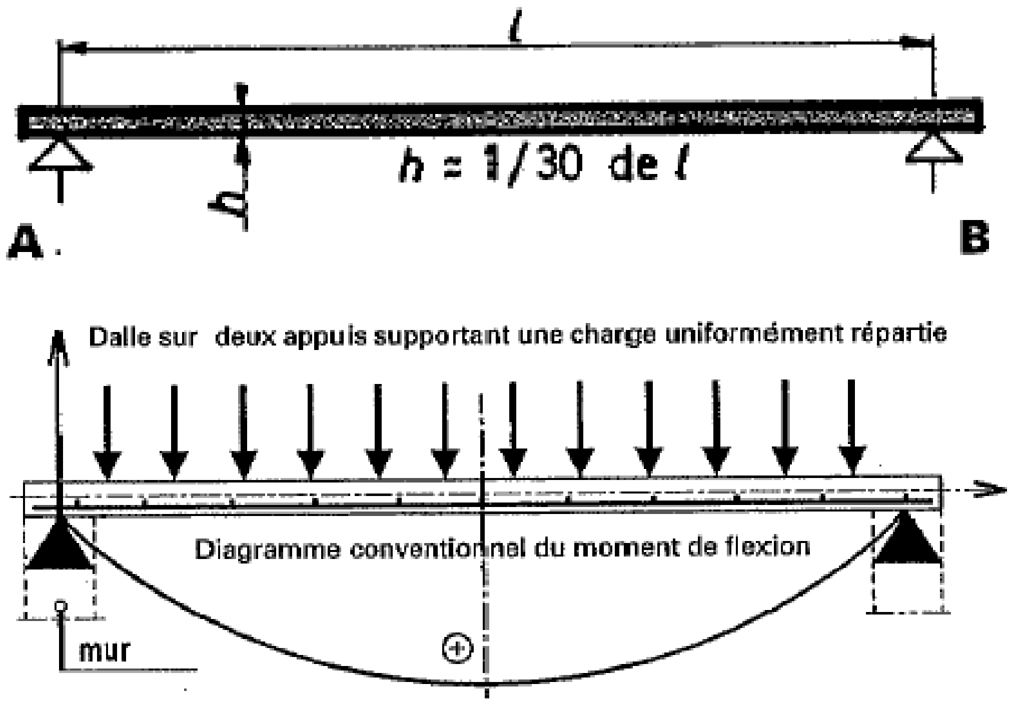


Figure V.11. Dalle reposant sur deux appuis simple à chaque extrémité.

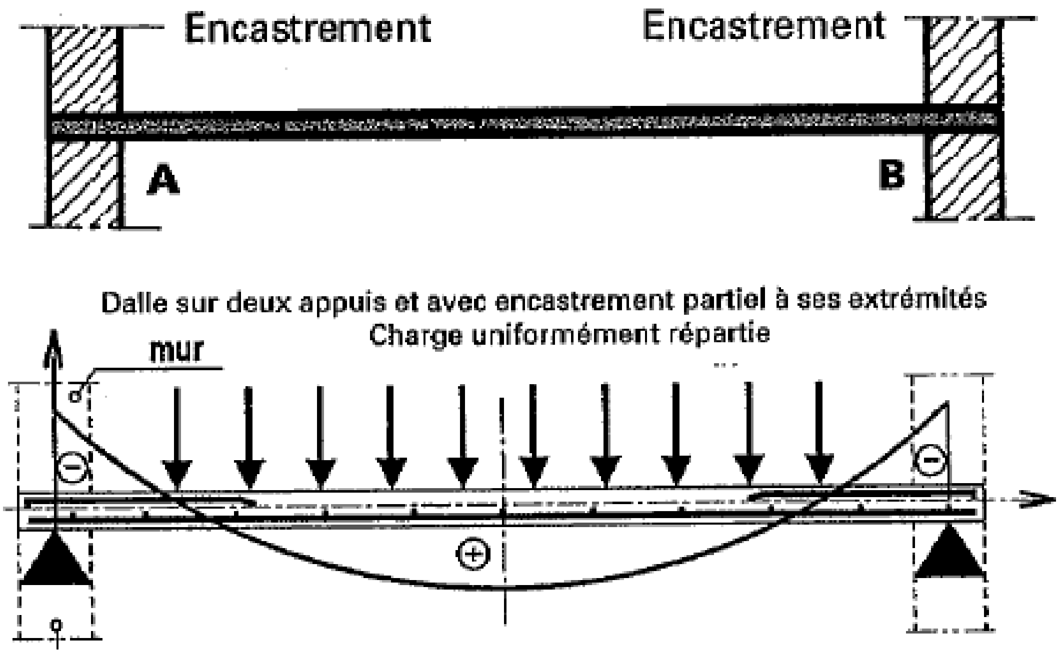


Figure V.12. Dalle reposant sur deux appuis d'encastrement à chaque extrémité.

VI. NOTIONS DE CONTRAINTES

VI.1. NOTIONS DE CONTRAINTES

L'application des forces extérieures sur un solide génère des efforts internes qui s'appel les contraintes, donc, les contraintes sont des efforts internes par unité de surface qui s'exerce dans le solide.

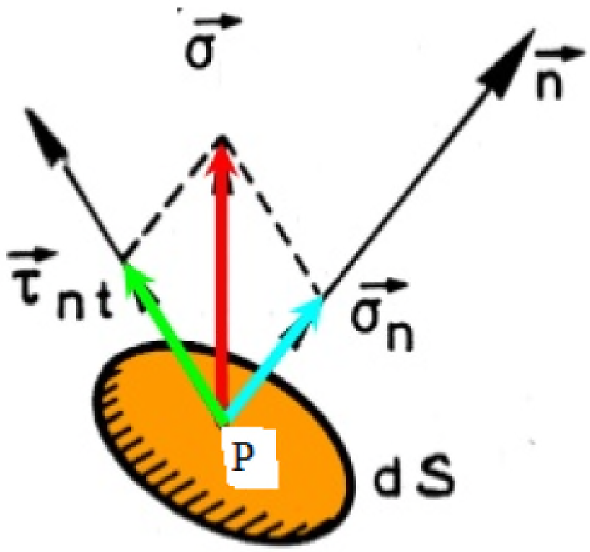


Figure VI.1. Une contrainte σ appliquée a un plan dS, σ_n est la composante normale de la contrainte et τ_n est la composante tangentielle de la contrainte.

Lorsque plusieurs forces sont exercées simultanément sur un matériau, ce dernier peut tendre à se déformer de différentes façons. L'effet de ces forces sur le matériau s'appelle contrainte.

Connaître la contrainte maximale du matériau constituant un élément de la structure, nous permettra donc de la dimensionner, en fonction des contraintes qu'il va subir suite aux charges qui lui sont appliquées. La notion de contrainte est donc fondamentale dans le processus de dimensionnement.

On distingue différentes contraintes en fonction de la quantité et de l'orientation des forces exercées :

- Contraintes de compression,
- Contraintes de traction,
- Contraintes de flexion,
- Contraintes de torsion,
- Contraintes de cisaillement.

VI.1.1. Contrainte de traction

Un essai de traction permet d'obtenir la contrainte de traction d'un matériau, il consiste à soumettre une éprouvette à une charge axiale de traction (figure VI.2).

La contrainte normale de traction est définie par l'équation suivante :

$$\sigma = \frac{N}{S}$$

N : effort de traction (N).

S : surface initiale de l'éprouvette (mm^2).

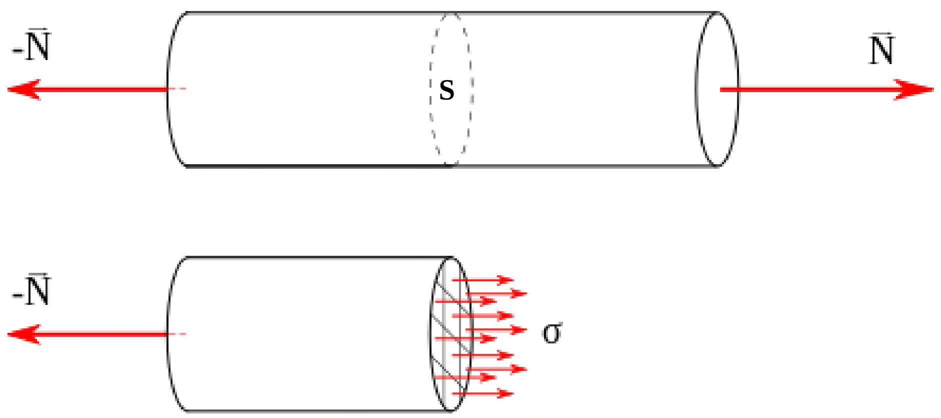


Figure VI.2. Contrainte de traction d'un matériau.

VI.1.2. Contrainte de compression

Les essais de compression sont utiles pour déterminer la contrainte de compression (résistance en compression à la rupture) des matériaux fragiles qui résistent mal à la traction. Pour obtenir cette contrainte, il suffit de soumettre une éprouvette cylindrique à deux forces opposées dans l'axe du cylindre, en la plaçant entre les plateaux d'une presse.

La contrainte normale de compression est définie par l'équation suivante :

$$\sigma = \frac{N}{S}$$

N : effort de compression (N).

S : surface initiale de l'éprouvette (mm²).

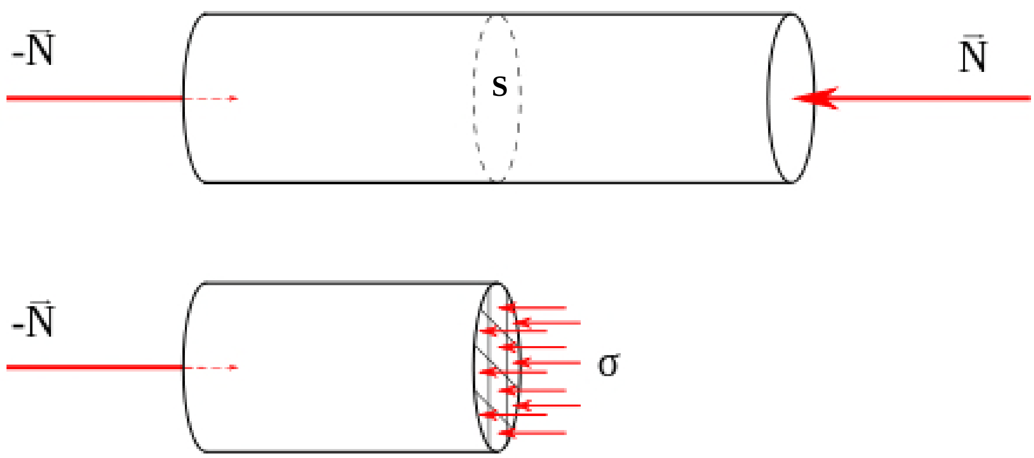


Figure VI.3. Contrainte de compression d'un matériau.

VI.2. LES EFFETS DES CONTRAINTES

Selon la nature du matériau et la grandeur de la force appliquée, la déformation peut être non apparente ou apparente.

Les contraintes peuvent provoquer deux types de déformations, soit la déformation temporaire et la déformation permanente.

VI.2.1. Déformation temporaire (ou élastique)

Le matériau est déformé lorsqu'on applique la contrainte, puis reprend sa forme initiale au moment où la contrainte cesse d'être appliquée.

VI.2.2. Déformation permanente (ou plastique)

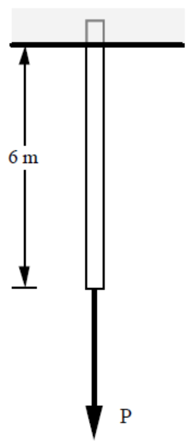
Le matériau est déformé lorsqu'on applique la contrainte, mais ne reprend pas sa forme initiale au moment où la contrainte cesse d'être appliquée. Il conserve sa nouvelle forme.

VI.3. EXERCICES

VI.3.1. Exercice N° 1

On applique une charge de traction P de 300 kN à la tige de la figure ci-dessous. La tige a une section carrée de 15 cm par 15 cm.

Calculer la contrainte en traction en MPa.



Solution

- **Calcul de la surface S**

S = 150 mm × 150 mm = 22500 mm²

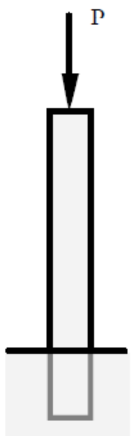
- **Calcul de la contrainte σ**

$$\sigma = \frac{P}{S} = \frac{300\,000}{22500} = 13.33 \text{ MPa}$$

VI.3.2. Exercice N° 2

Un poteau en béton armé de 3 m de longueur et de section circulaire de 30 cm de diamètre est sollicité par une charge de compression P de 500000 N.

Calculer la contrainte en compression en MPa.



Solution

- **Calcul de la surface S**

S = π × r² = 3.14 × 150² mm = 70650 mm²

- **Calcul de la contrainte σ**

$$\sigma = \frac{P}{S} = \frac{500\,000}{70650} = 7.08 \text{ MPa}$$

VIII. Propriétés mécaniques des matériaux

VII.1. INTRODUCTION

Une propriété mécanique d’un matériau est une propriété caractéristique qui décrit son comportement lorsqu’il est soumis à une ou plusieurs contraintes mécaniques. Elle concerne la déformation d’un matériau soumis à une force

La connaissance des propriétés mécaniques des matériaux est essentielle à la conception et à la fabrication d’objets techniques. Afin que l’objet technique remplisse sa fonction globale et résiste aux différentes contraintes qu’il subit, il est important de sélectionner les matériaux adéquats.

VII.2. PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DES MATÉRIAUX

Tous les matériaux possèdent des propriétés mécaniques. Les principales propriétés mécaniques d’un matériau sont :

- La résistance : caractérise la contrainte maximale que peut supporter un matériau avant de se rompre,
- La dureté : capacité d’un matériau de résister à la pénétration,
- La ductilité : capacité du matériau à se déformer de manière irréversible avant de rompre,
- La rigidité : capacité d’un matériau de résister à la déformation,
- La ténacité : capacité d’un matériau à emmagasiner de l’énergie avant sa rupture,
- La résilience : capacité d’un matériau de résister aux chocs.

VII.2.1. La résistance

C'est la contrainte maximale que peut supporter un matériau avant de se déformer de façon permanente (limite élastique) ou bien se rompre (contrainte à la rupture). Elle est exprimée en MPa (méga-pascal) ou en N/mm^2.

Si le matériau est soumis à une contrainte supérieure à la limite élastique, il subit une déformation permanente dite déformation plastique jusqu'à la rupture. La contrainte à la rupture (notée Rm) est la valeur maximale de contrainte appliquée avant la rupture.

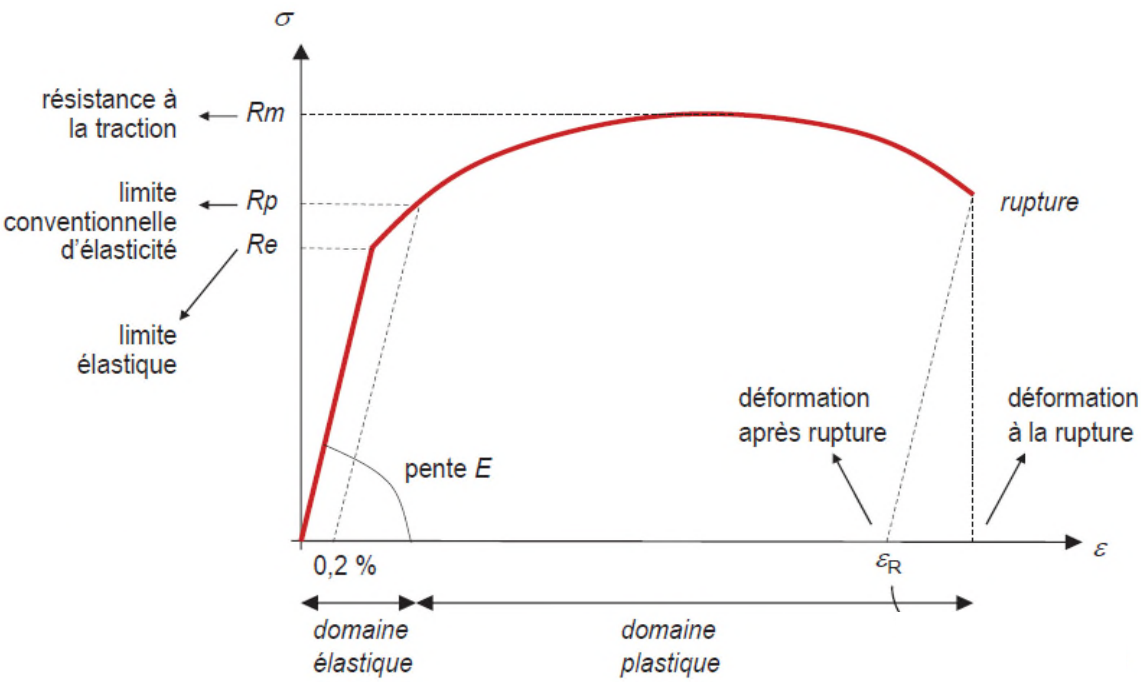


Figure VII.1. Courbe contrainte – déformation.

En pratique, la limite d'élasticité est difficile à déterminer, alors il est d'usage de retenir la valeur de contrainte qui provoque une déformation permanente de 0,2% (noté Rp).

VII.2.2. La dureté

La **dureté** d’un matériau est sa capacité à résister à la pénétration et au rayement.

Quelques matériaux ont une bonne dureté, on retrouve ces matériaux en abondance dans le domaine de la construction comme matériaux de finition, car leur surface reste intacte au fil du temps.

La dureté des matériaux permet également de choisir l’outil approprié afin de réaliser une entaille ou un découpage. En effet, la dureté de l’outil utilisé devra être supérieure à celle du matériau découpé.

VII.2.3. La ductilité

C'est la propriété qu'a un matériau de se déformer de façon permanente avant de se rompre. La ductilité facilite la mise en forme des matériaux à l'état solide.

Lors de l'essai de traction, la ductilité du matériau est estimée par l'allongement à la rupture comparé à l'élongation à la limite élastique. Si la rupture se produit peu après avoir dépassé la limite élastique, le matériau sera peu ductile.

La ductilité est généralement opposée à la fragilité: un matériau peu ductile est qualifié de fragile.

VII.2.4. La rigidité

Tout matériau soumis à une contrainte se déforme. Pour une faible déformation, tant que celle-ci est réversible (le matériau reprend sa forme initiale lorsque la contrainte cesse), elle est proportionnelle à la contrainte.

En tension (traction), ce coefficient de proportionnalité est le module d'Young (noté E). Il est déterminé au cours d'un essai de traction sur une éprouvette. Il s'exprime en MPa (méga-pascal). Il est de 10 à 10^4 MPa pour les matières plastiques et de 10^4 à 10^6 MPa pour les métaux et les céramiques.

En scission (cisaillement), ce coefficient est le module de Coulomb. En compression c'est le module de compression volumique.

Au delà d'une certaine valeur, la déformation n'est plus totalement réversible. Cette valeur limite de contrainte est la limite élastique.

On retrouve des matériaux d'une bonne rigidité dans tous les types de matériaux. Par exemple, le béton et l'acier sont des matériaux rigides. Ces matériaux conservent leur forme, c'est-à-dire qu'ils ne plient pas facilement, ne s'étirent pas et ne se courbent pas. Cela en fait de bons choix pour des structures qui supportent des charges élevées comme les bâtiments, les maisons et les ponts. La rigidité du béton armé en fait un bon choix pour la fabrication la structure de ce type de construction.

VII.2.5. La ténacité

La ténacité est la résistance qu'un matériau oppose à la propagation brutale des fissures, c'est l'énergie de déchirement d'un matériau. On la caractérise par l'énergie nécessaire pour entraîner la fissure.

La ténacité est une grandeur complexe, qui dépend du mode de déformation et de la vitesse de sollicitation.

VII.2.6. La résilience

La résilience caractérise la fragilité du matériau, c'est-à-dire son aptitude à résister aux chocs, qu'ils soient mécaniques ou thermiques. C'est une évaluation de la ténacité du matériau encore appelée résistance à la flexion par choc.

Elle est mesurée par un essai de choc sur une éprouvette et s'exprime en Joule/cm^2. Cependant l'usage actuel est d'exprimer la seule énergie de rupture du matériau en Joules, selon un test normalisé.

La résilience diminue fortement avec la température et est importante à considérer lorsque le service doit être assuré à basse température.

VII.2.7. Le fluage

Le fluage est un phénomène qui fait qu'en appliquant une contrainte constante à un matériau, on observe une déformation qui s'accroît avec le temps, sans se stabiliser.

VII.2.8. Résistance à la fatigue

La dégradation des matériaux par fatigue se produit lorsqu'une contrainte variable et cyclique est appliquée. La contrainte peut être due à un effort, une pression ou une variation de température.

La dégradation procède par l'apparition de fissures qui se développent jusqu'à conduire à la rupture ou la ruine du matériau. Toute propriété ou traitement tendant à limiter l'apparition et le développement de fissures augmente la résistance à la fatigue.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Références bibliographiques

- Pierre Badel, Cours de résistance des matériaux, Cycle Préparatoire Médecin-Ingénieur 2011-2012, Ecole des Mines Saint Etienne.
- Anders Thorin, Gilles Forêt. Calcul des structures : Introduction au calcul de structures élastiques linéaires. École d'ingénieur. (MEC441) MODAL - Génie Civil, Palaiseau, France. 2013, pp.56.
- Boris TEDOLDI, Cours 1ère année ENTPE Résistance des matériaux – Partie 1, Calcul-Structure-Bâtiment, 2 chemin des maisonnettes BP 19, 39150 Saint Laurent en GDX.
- Damien André, Résistance Des Matériaux, Cours - TD – TP, 11 novembre 2020, Université de Limoges.
- Doubrère–Alexandru, Cours pratique de résistance des matériaux, Edition Eyrolles, 1979.
- Med. Osman Zakaria, Analyse des structures, OPU, Alger, 1986.