جامعة محمد خيضر – بسكرة

كلية العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير – قسم التعليم المشترك

الاختبار النهائي: رياضيات-2 – 16 ماي 2026 – 10:30-12:30

الاسم واللقب: الفوج: رقم التسجيل:

التمرين الأول: (06 نقاط) لتكن المعادلة التفاضلية التالية: $y'' + y' - 6y = 0$

1- أوجد الحل العام للمعادلة السابقة

2- أوجد الحل الخاص في حالة: $y(0) = 1$ و $y'(0) = -1$

حل التمرين الأول: (06 نقاط)

1- الحل العام للمعادلة:

كتابة المعادلة المميزة بحيث:

$y = 1$ ، $y' = r$ ، $y'' = r^2$

تصبح: $r^2 + r - 6 = 0$ (0,5)

$\Delta = b^2 - 4ab = 1 + 24 = 25 > 0$ (0,5)

$r_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = -3$ (0,5)

$r_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2} = 2$ (0,5)

ومنه الحل العام من الشكل:

$y(x) = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{2x}$ (0,5)

2- إيجاد الحل الخاص:

لدينا $y(0) = 1$ إذن:

$y(0) = C_1 + C_2 = 1$ (0,5)

ولدينا من جهة أخرى

$y'(x) = -3C_1 e^{-3x} + 2C_2 e^{2x}$ (0,5)

إذن: $y(0) = -3C_1 + 2C_2 = -1$ (0,5)

بالتالي:

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = 1 \dots (1) \\ -3C_1 + 2C_2 = -1 \dots (2) \end{cases}$$

حل الجملة:

$$\begin{cases} -2C_1 - 2C_2 = -2 \\ -3C_1 + 2C_2 = -1 \end{cases}$$ (0,5)

بالجمع نجد:

$-5C_1 = -3$

إذن:

$C_1 = \frac{3}{5}$ (0,5)

بالتعويض في المعادلة نجد:

$\frac{3}{5} + C_2 = 1$

$C_2 = \frac{2}{5}$ (0,5)

إذن الحل الخاص للمعادلة هو:

$y(x) = \frac{3}{5} e^{-3x} + \frac{2}{5} e^{2x}$ (0,5)

تم المسح الضوئي بـ CamScanner

التمرين الثاني: (04 نقاط) لتكن الدالة المعرفة كما يلي: $f(x,y) = \ln(5x + 2y - 4)$

1- أوجد مجموعة تعريف الدالة f مع تمثيلها بيانيا
2- احسب المشتقات الجزئية الأولى و الثانية للدالة f.

حل التمرين 02: (04 نقاط)

1- إيجاد مجموعة تعريف f

لدينا: $f(x,y) = \ln(5x+2y-4)$ (0,25)

$D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 5x+2y-4 > 0\}$

$5x+2y-4>0 \Rightarrow 2y > -5x+4$

$\Rightarrow y > -\frac{5}{2}x + 2$ (0,25)

إذن D_f هي جميع النقاط التي تحقق الشرط: $y > -\frac{5}{2}x + 2$

التمثيل البياني:

x	0	2
y	2	-3

(0,25)



مجموعة تعريف الدالة f هي جميع النقاط التي تقع أعلى و يمين المستقيم المنقطع ذو المعادلة $y = -\frac{5}{2}x + 2$ (0,25)

2- حساب المشتقات الجزئية

- $\frac{d}{dx} f(x,y) = \frac{5}{5x+2y-4}$ (0,25)
- $\frac{d}{dy} f(x,y) = \frac{2}{5x+2y-4}$ (0,25)
- $\frac{d^2}{dx^2} f(x,y) = \frac{0-5\times5}{(5x+2y-4)^2}$ (0,25)
$= \frac{-25}{(5x+2y-4)^2}$
- $\frac{d^2}{dy^2} f(x,y) = \frac{0-2\times2}{(5x+2y-4)^2}$ (0,25)
$= \frac{-4}{(5x+2y-4)^2}$
- $\frac{d^2}{dy\,dx} f(x,y) = \frac{0-2\times5}{(5x+2y-4)^2}$
$= \frac{-10}{(5x+2y-4)^2}$ (0,25)
- $\frac{d^2}{dx\,dy} f(x,y) = \frac{0-5\times2}{(5x+2y-4)^2}$
$= \frac{-10}{(5x+2y-4)^2}$ (0,25)

التمرين الثالث: (10 نقاط) لتكن المصفوفة التالية:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 6 \\ -2 & -4 & -5 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

1- ما هو نوع المصفوفة A؟ أوجد العناصر a_{23}, a_{22}, a_{13}
2- هل المصفوفة قابلة للقلب؟ لماذا؟
3- أحسب مقلوب المصفوفة A إن وجد.

4- لتكن الجملة التالية:

$$\begin{cases} 3x + 5y + 6z = 3 \\ -2x - 4y - 5z = 2 \\ x + 2y + 3z = 3 \end{cases}$$

- حول الجملة من كتابة خطية الي كتابة مصفوفيه.
- هل الجملة السابقة تقبل حل وحيد؟ لماذا؟
- أوجد حل الجملة السابقة (الطالب له الحرية في اختيار طريقة حل الجملة: المقلوب أو كرامر).

حل التمرين 03: (10 نقاط)

1- نوع المصفوفة: $A \in M_3(\mathbb{R})$ (0,25)

تحديد العناصر:

$a_{23} = -5$ / $a_{22} = -4$ / $a_{13} = 6$

(0,25) (0,25) (0,25)

2- المصفوفة قابلة للقلب: نعم (0,5)

لأن $|A| \neq 0$ والذي نحسبه كمايلي:

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 6 & 3 & 5 \\ -2 & -4 & -5 & -2 & -4 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$-24 \quad -30 \quad -30$

$-36 \quad -25 \quad -24$

(1,5)

$|A| = (-8)(-4) - 1 \neq 0$

3- حساب المقلوب:

يحسب المقلوب بالعلاقة

$A^{-1} = \frac{1}{|A|} (adjA)^t$ (0,5)

$$adjA = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} -4 & -5 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} -2 & -5 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -2 & -4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ -4 & -5 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 3 & 6 \\ -2 & -5 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -4 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$ (0,5)

(0,25)

$$adjA = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -3 & 3 & -1 \\ -1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$(adjA)^t = \begin{pmatrix} -2 & -3 & -1 \\ 1 & 3 & 3 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$ (0,5)

إذن:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$ (0,5)

تم المسح الضوئي بـ CamScanner

4- تحويل الجملة إلى كتابة مصفوفية

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 6 \\ 2 & -4 & -5 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$AX=B$ (0,5)

- من السؤال السابق (2)

لدينا $|A|=-1\neq 0$ (0,5) اذن:

الجملة تقبل حلا وحيدا

- حل الجملة بطريقة المقلوب

من س2 لدينا

$$A^{-1}=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

حسب طريقة المقلوب فإن:

$X=A^{-1}B$ (0,5)

$$X=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix} 6+6+1 \\ -3-6-3 \\ 0+2+2 \end{pmatrix}$$ (0,5)

$$X=\begin{pmatrix} 13 \\ -12 \\ 4 \end{pmatrix}$$ (0,75)

اذن: $x=13$ ، $y=-12$ ، $z=4$

أوحلها بطريقة كرامر

لدينا $|A|=-1$

حسب كرامر فإن:

$$x=\frac{|A_1|}{|A|}$$ (0,5)

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 3 & 5 & 6 \\ 2 & -4 & -5 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}}{-1}=\frac{-13}{-1}=13$$

$$y=\frac{|A_2|}{|A|}$$ (0,5)

$$y=\frac{\begin{vmatrix} 3 & 3 & 6 \\ 2 & 2 & -5 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}}{-1}=\frac{12}{-1}=-12$$

$$z=\frac{|A_3|}{|A|}$$ (0,5)

$$z=\frac{\begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 \\ 2 & -4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}}{-1}=\frac{-4}{-1}=4$$

بالتوفيق للجميع: تذكر من الذي ارسلك لتدرس و سيفرح لنجاحك.

أستاذة المقياس: سلطان لويزة

تم المسح الضوئي بـ CamScanner