عدم تجانس التباين

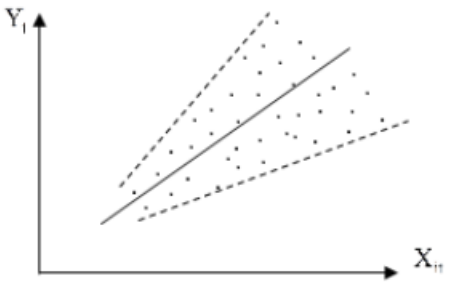
1. تعريف عدم تجانس التباين

في نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي(OLS) ، يُفترض أن يتبع حد الخطأ العشوائي (E) توزيعاً طبيعياً بمتوسط صفري وتباين ثابت $\sigma 2$ لا يتغير مع تغير قيم المتغيرات التوضيحية .(ثبات التباين)

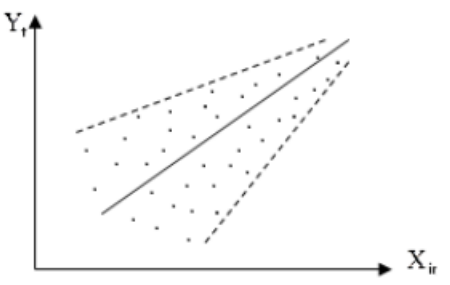
$$V(\varepsilon_t) = E(\varepsilon_t^2) = \delta_\varepsilon^2 \qquad \forall t$$

$$E(\varepsilon\varepsilon') = \delta_\varepsilon^2 I_n = \begin{pmatrix} \delta_\varepsilon^2 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \delta_\varepsilon^2 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & \delta_\varepsilon^2 \end{pmatrix}$$

في الو اقع العملي هذه الفرضية مستبعد حدوثها في عديد الدراسات ، حيث يكون التباين غير ثابت ويختلف عبر مشاهدات العينة، عندما يُخالف هذا الشرط،(الفرضية) أي أن تباين حدث الخطأ ليس ثابتاً عبر المشاهدات، بل يتغير باختلاف مستويات المتغير المستقل X.في هذا الحالة ياخذ شكل الانتشار أحد الأوضاع التالية:



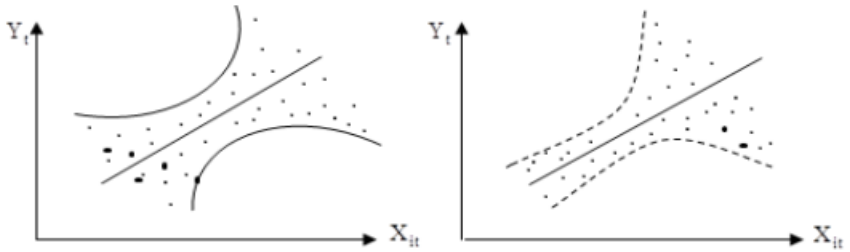
2. تزايد تباين المتغير العشوائي



1. تناقص تباين المتغير العشوائي

من الملاحظ من خلال الشكل (1) أن تغير المتغير المستقل يؤدي الى تغير في المتغير التابع ، ما يؤدي الى تغير تباين الحد العشوائي، يظهر المنحنى أن تباين المتغير العشوائي يتناقص مع تزايد قيمة المتغير المستقل بصورة منتظمة ، أي أن هناك علاقة عكسية بين المتغير المستقل وتباين المتغير العشوائي، أما الشكل (2) فيظهر أن تباين المتغير العشوائي يزداد مع زيادة قيمة المتغير المستقل بصورة منتظمة ، لهذا فالعلاقة بين المتغير العشوائي و المتغير المستقل طردية .

وقد تكون العلاقة بين المتغير المستقل وتباين الحد العشوائي غير خطية كالتالي:



3. تزايد تباين م غ غير الخطي 4. تناقص ثم تزايد تباين م ع غير الخطي

2.أسباب مشكلة عدم تجانس التباين

- ✓ تأثير الحجم :(Scale Effect) تحدث هذه المشكلة غالباً عندما يكون هناك تباين كبير في أحجام الوحدات محل الدراسة.
- ✓ نوع البيانات : البيانات المقطعية :(Cross-Sectional Data - بالتعارض مع البيانات التسلسلية (Time Series) ، فإن البيانات المقطعية (التي تجمع بين مختلف الأفراد أو الشركات في نفس اللحظة) تكون عرضة جداً لعدم تجانس التباين ،وذلك بسبب وجود تباين كبير في الخصائص الهيكلية بين العينة (مثل دمج بيانات شركة صغيرة مع شركة متعددة الجنسيات في نفس النموذج).
- ✓ عدم تناسق التوزيع :(Skewness) إذا كان توزيع المتغيرات في النموذج مائلاً بشدة (Skewed) وغير متماثل، فهذا غالباً يؤدي إلى عدم تجانس التباين. مثلاً، توزيع الدخل أو الثروة في المجتمعات غالباً ما يكون مائلاً لليمين (القلة تمتلك الكثير).
- ✓ الخطأ في توصيف نموذج الانحدار ، حيث يكون الشكل الرياضي للنموذج غير مناسب للظاهرة المدروسة أو اهمال بعض المتغيرات المفسرة .

3. نتائج و أثار مشكلة عدم ثبات التباين على تقديرات OLS

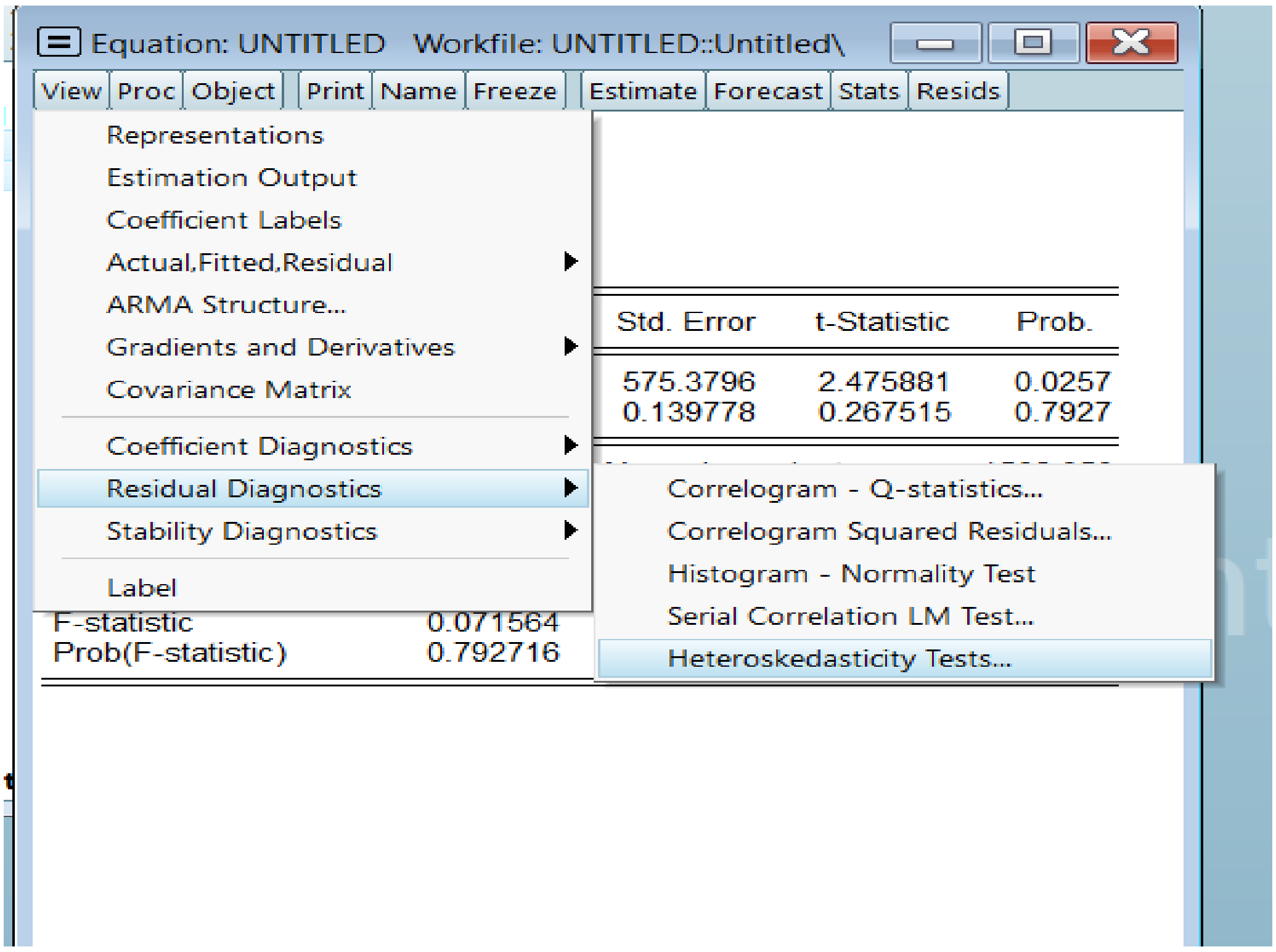
- **الكفاءة (Efficiency):** تُفقد تقديرات OLS خاصيتها "بأنها أفضل تقدير خطي غير متحيز (BLUE)." لم تعد التقديرات الأكثر كفاءة .
- **وجود مشكلة عدم ثبات التباين يجعل المعلمات المقدرة غير كفوءة ومتحيزة ، وبالتالي الاختبارات الاحصائية غير مقنعة ولا يمكن الاعتماد عليها.**
- **الاستدلال الإحصائي (Inference):** هذا هو الخطر الحقيقي. انحرافات المعاملات القياسية (Standard Errors) تصبح غير صحيحة. إذا تجاهلنا المشكلة، فإن اختبارات "ت" (t-statistics) و "ف" (F-statistics) تصبح غير واقعية كما قد نجد معامل ذو دلالة إحصائية زائفة (أو العكس).

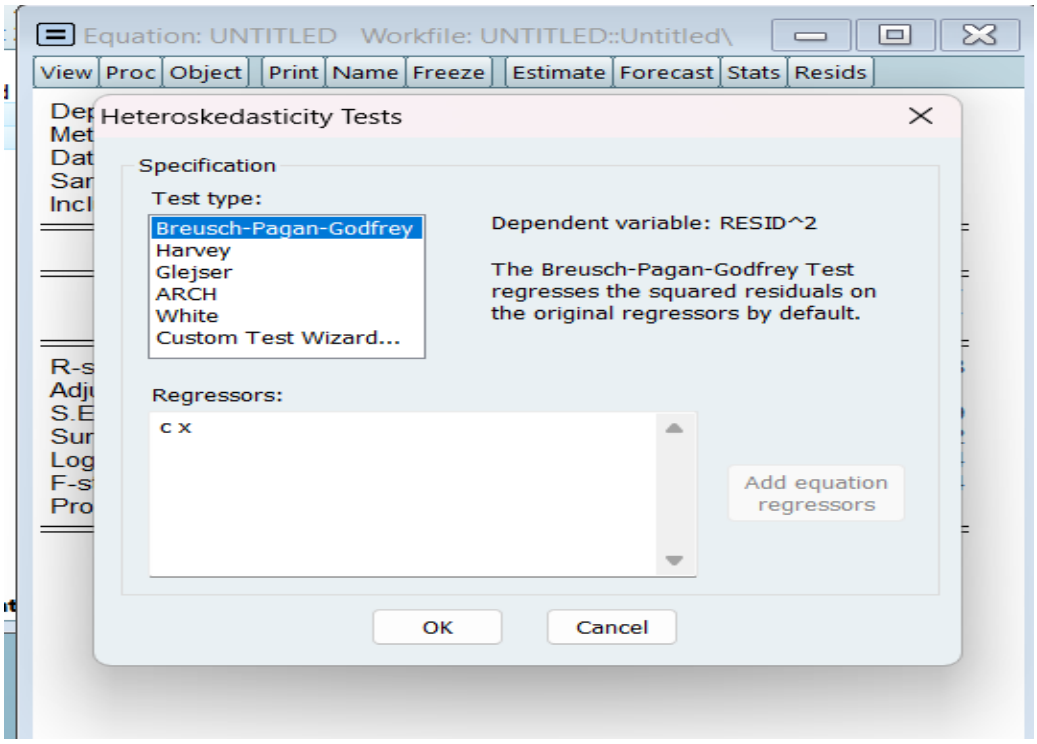
4. الكشف عن عدم تجانس التباين في برنامج EVIEWS

يوفر برنامج Eviews حزمة متكاملة من ;; الاختبارات من خلال التعليمة التالية :

بعد استخراج نتائج الانحدار الخطي نتبع التعليمة التالية

$$Table\ Estimation \Rightarrow View \Rightarrow Residual\ Diagnostics \Rightarrow heteroskedasticity\ Test \Rightarrow Test\ type \Rightarrow choose\ the\ appropriate\ test \Rightarrow ok$$



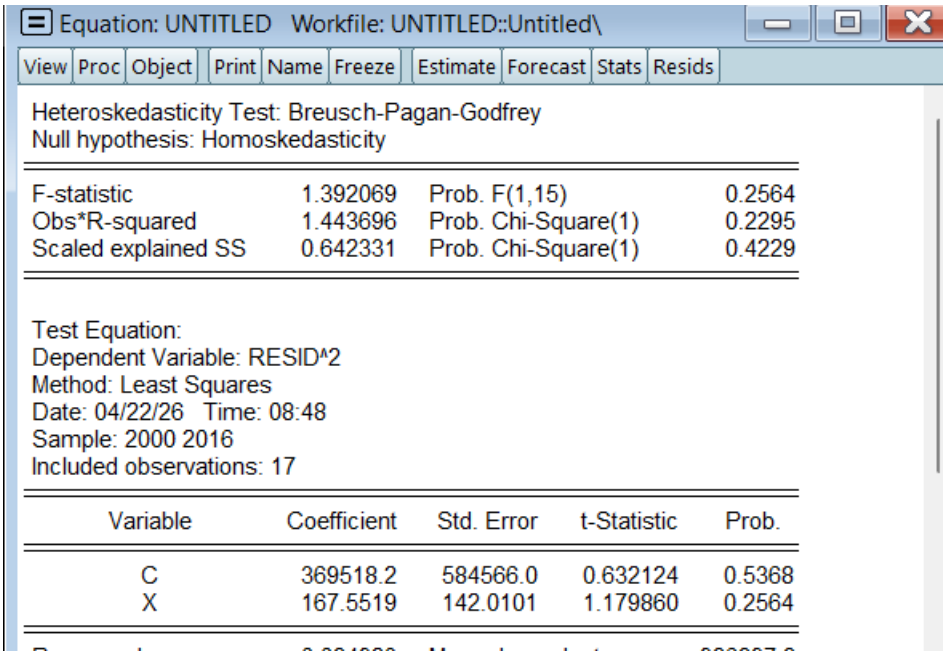


1. اختبار Breush – Pagan -Godfrey

تكون في هذا الاختبار فرضية ثبات تباين الأخطاء المراد اختبارها بالشكل التالي:

$$H_0: \beta_0 = \beta_1 = \cdots = \beta_k = 0$$

- يستخدم هذا الاختبار في حالة العينات كبيرة الحجم، كلما زادت فحجم العينة زادت قوة الاختبار.
- إذا لم يتوفر شرط التوزيع الطبيعي للأخطاء العشوائية (البواقي) ، فإن هذا الاختبار يصبح حساسا ويفضل عدم استخدامه.
- يتم رفض الفرضية H0 إذا كانت القيمة الاحتمالية ل F- STATISTIC أقل من 5% (أي وجود عدم ثبات التباين)



Equation: UNTITLED Workfile: UNTITLED::Untitled\

View | Proc | Object | Print | Name | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids

Heteroskedasticity Test: Breusch-Pagan-Godfrey
Null hypothesis: Homoskedasticity

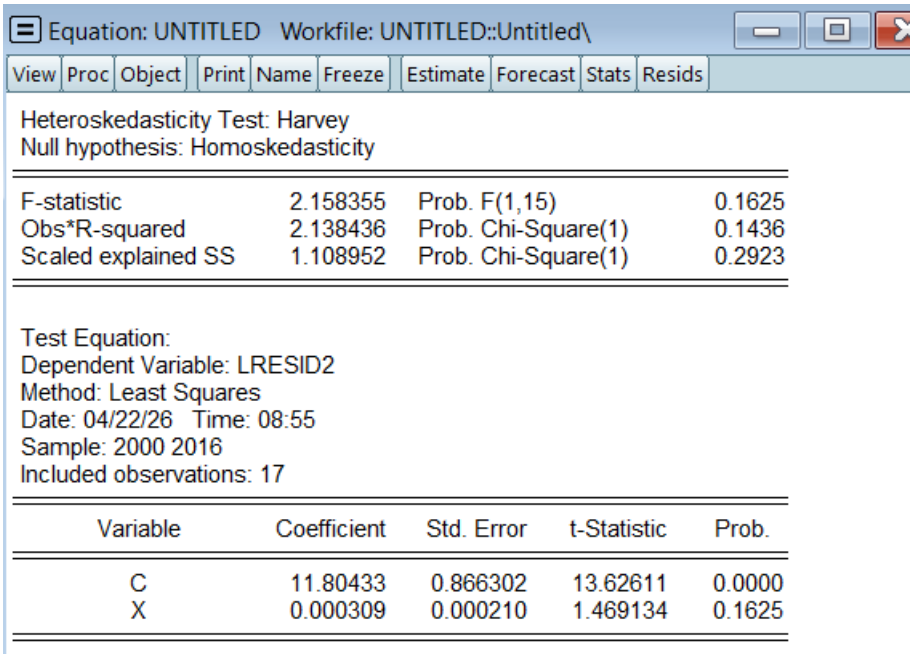
F-statistic	1.392069	Prob. F(1,15)	0.2564
Obs*R-squared	1.443696	Prob. Chi-Square(1)	0.2295
Scaled explained SS	0.642331	Prob. Chi-Square(1)	0.4229

Test Equation:
Dependent Variable: RESID^2
Method: Least Squares
Date: 04/22/26 Time: 08:48
Sample: 2000 2016
Included observations: 17

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	369518.2	584566.0	0.632124	0.5368
X	167.5519	142.0101	1.179860	0.2564

2. اختبار Harvey

- يفترض أن تباين الخطأ هو دالة أسية للمتغيرات التوضيحية ، وهو مفيد في بعض السياقات المالية:
- تكون الفرضية العدمية من الشكل: $H_0: \beta_0 = \beta_1 = \cdots = \beta_k = 0$
- يتم اتخاذ القرار بنفس الطريقة السابقة .



Equation: UNTITLED Workfile: UNTITLED::Untitled\

View | Proc | Object | Print | Name | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids

Heteroskedasticity Test: Harvey
Null hypothesis: Homoskedasticity

F-statistic	2.158355	Prob. F(1,15)	0.1625
Obs*R-squared	2.138436	Prob. Chi-Square(1)	0.1436
Scaled explained SS	1.108952	Prob. Chi-Square(1)	0.2923

Test Equation:
Dependent Variable: LRESID2
Method: Least Squares
Date: 04/22/26 Time: 08:55
Sample: 2000 2016
Included observations: 17

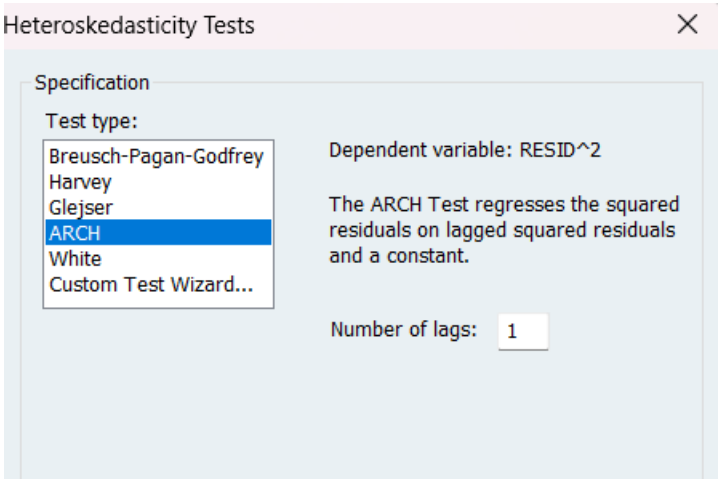
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	11.80433	0.866302	13.62611	0.0000
X	0.000309	0.000210	1.469134	0.1625

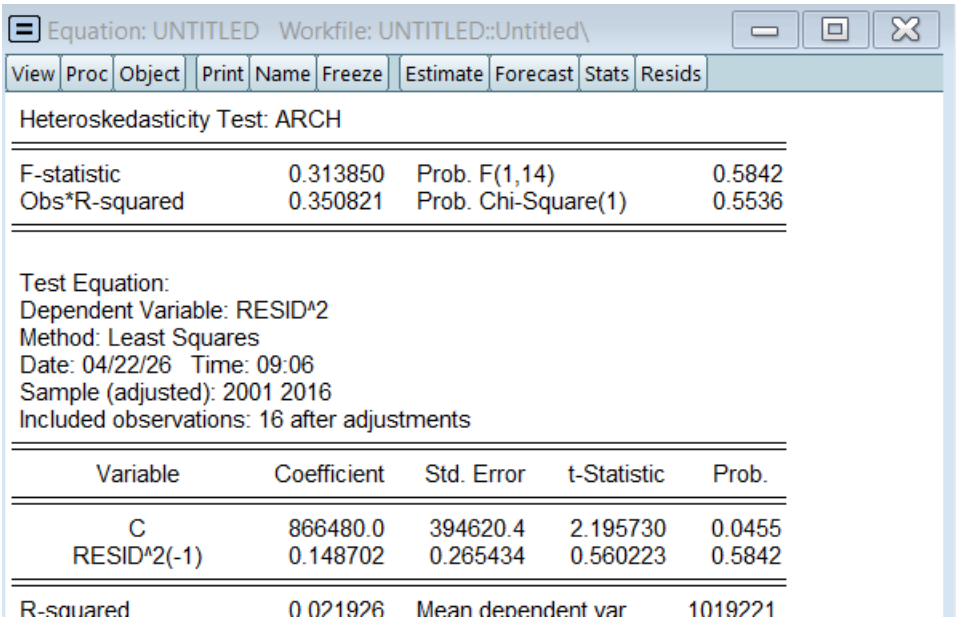
3. اختبار ARCH

في هذا الاختبار تكون فرضية ثبات التباين التي نريد اختبارها من الشكل:

$$H_0: \beta_0 = \beta_1 = \cdots = \beta_k = 0$$

يتم تحديد التأخيرات للبواقي من خلال إدخال القيمة في Number of Lags





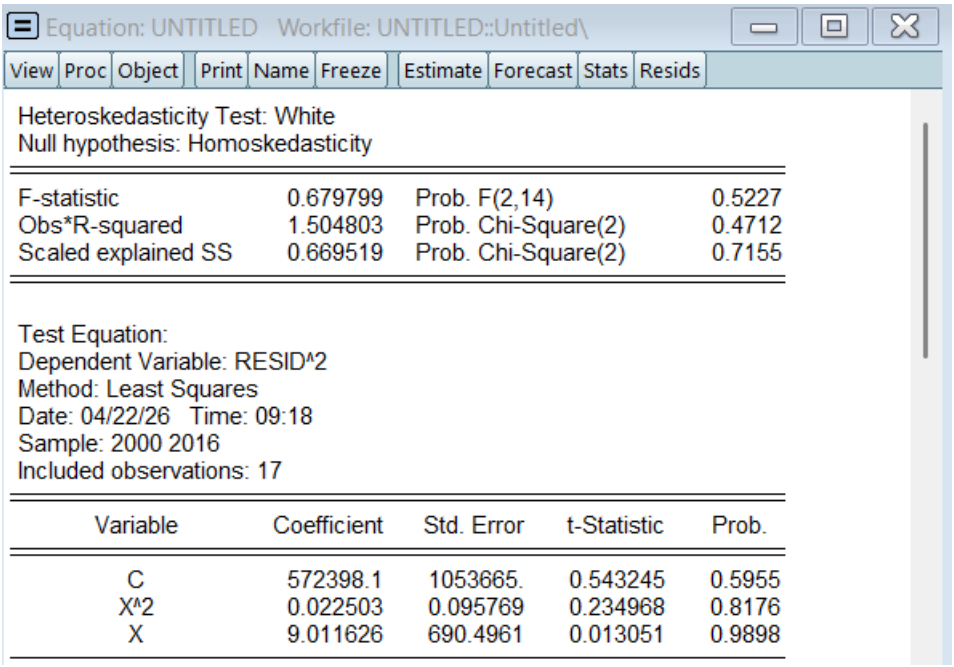
4. اختبار White

و الأكثر شيوعاً واستخداماً لأنه لا يتطلب افتراضاً مسبقاً حول شكل عدم التجانس (مثلاً هل يعتمد على X أو X2

لاتخاذ القرار ينظر إلى p-value (القيمة الاحتمالية) المرتبطة بـ:

- F-statistic
- Obs*R-squared

- إذا كانت **p-value < 0.05**(أو مستوى المعنوية الذي تختاره، مثل 1% أو 10%)، نرفض **فرضية العدم (Null Hypothesis)** القائلة بـ "وجود تجانس تباين"، وبالتالي نثبت وجود **عدم تجانس تباين**.


Equation: UNTITLED Workfile: UNTITLED::Untitled\

View | Proc | Object | Print | Name | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids

Heteroskedasticity Test: White
Null hypothesis: Homoskedasticity

F-statistic	0.679799	Prob. F(2,14)	0.5227
Obs*R-squared	1.504803	Prob. Chi-Square(2)	0.4712
Scaled explained SS	0.669519	Prob. Chi-Square(2)	0.7155

Test Equation:
Dependent Variable: RESID^2
Method: Least Squares
Date: 04/22/26 Time: 09:18
Sample: 2000 2016
Included observations: 17

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	572398.1	1053665.	0.543245	0.5955
X^2	0.022503	0.095769	0.234968	0.8176
X	9.011626	690.4961	0.013051	0.9898

5. طرق معالجة مشكلة عدم ثبات التباين

- إذا كان سبب المشكلة هو حذف متغيرات مهمة من النموذج ، في هذه الحالة يتم اضافة متغيرات جديدة.
- إذا كان سبب المشكلة هو استعمال صيغة رياضة خطية فالعلاج هو استهدام الصيغة اللوغاريتمية المزدوجة .
- المعالجة بطريقة المربعات الصغرى الموزونة .