ليكون التباين : $Var(\hat{Y}_n^m) = [(\hat{Y}_n^m - \beta X_n^m)(\hat{Y}_n^m - \beta X_n^m)]$

$= \sigma_\varepsilon^2 X_n^m (X'X)^{-1} X_n'^m$

لنعرف موجه أخطاء التنبؤ : $d = Y_n^m - \hat{Y}_n^m$

$E(d) = E(Y_n^m - \hat{Y}_n^m) = 0$

أما تباين موجه أخطاء التنبؤ فهو:

$$Var(d) = Var(Y_n^m - \hat{Y}_n^m) = E\left[(-X_n^m(\hat{\beta} - \beta) + \varepsilon_n^m)(-X_n^m(\hat{\beta} - \beta) + \varepsilon_n^m)'\right]$$

لنجده في الأخير من الشكل : $Var(d) = \sigma_\varepsilon^2 X_n^m (X'X)^{-1} X_n'^m + \sigma_\varepsilon^2 I_m$

ويكون هذا التنبؤ هو أحسن تنبؤ خطي غير متحيز يمكن الحصول عليه (BLUE)، حيث إذا عرفنا....في شكل خطي لعينة ملاحظات المتغير التابع مع وسط لخطا التنبؤ مساو للصفر $E(\tilde{d}) = E(Y_n^m - \tilde{Y}_n^m) = 0$ تكون لدينا المتراجحة : $Var(Y_n^m - \tilde{Y}_n^m) - Var(Y_n^m - \hat{Y}_n^m) \geq 0$

ومنه نستنتج أن $\hat{Y}_n^m = \hat{\beta} X_n^m$ هو أحسن تنبؤ خطي غير متحيز.

وتكون اختبارات التنبؤ عن طريق إيجاد التوزيع الذي يعتبر فرضية العدم، والقائلة بأن النموذج الخطي العام يبقى محافظا على شكله من الملاحظة الأولى إلى الملاحظة n+m في المستقبل، أي نفترض عدم تغير البناء الهيكلي للنموذج، ونكتبه: $H_0 : \hat{Y}_i = \hat{\beta} X_i \ , \ i = 1,2,3.....,n,n+1.....n+m$

وذلك ضد الفرضية البديلة، والتي تقول أن نموذج العينة الأولى n يختلف عن نموذج التنبؤ للفترة m .

$$F = \frac{(Y_n^m - \hat{Y}_n^m)'\left[X_n^m (X'X)^{-1} X_n'^m + 1\right]^{-1} (Y_n^m - \hat{Y}_n^m)/m}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2} \approx F_{m,n-k}$$

وإذا كانت m=1 (التنبؤ بالنقطة) يصبح التوزيع أعلاه على الشكل: $F = \frac{(Y_{n+1} - \hat{Y}_{n+1})'\left[X_{n+1}(X'X)^{-1} X'_{n+1}\right]^{-1}(Y_{n+1} - \hat{Y}_{n+1})}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2} \approx F_{1,n-k} = t_{n-k}^2$

المطلب الثالث:مشاكل تقدير نماذج الانحدار وحلولها:

الفرع الاول: مشاكل تقدير النماذج الانحدارية

يغطي هذا الجزء ثلاثة مشاكل قياسية تواجه الباحث، تتعلق كلا منها بإسقاط إحدى الفرضيات الكلاسيكية لطريقة المربعات الصغرى المذكورة آنفا وتتمثل هذه المشاكل في[(1)]:

1- التعدد الخطي. 2- الارتباط الذاتي للأخطاء. 3- عدم ثبات تباين الخطأ.

اولا: التعدد (الازدواج) الخطي MUlTICOLLINEARITY:

إحدى فرضيات النموذج الكلاسيكي للانحدار المتعدد هي أن مصفوفة المشاهدات عن المتغيرات المستقلة لها رتبة تامة k، هذه الفرضية سمحت لنا باستنتاج مقدر $\hat{\beta}$ لـــ β، خطي وغير متحيز وذو تشتت أصغري، وذلك انطلاقا من المعادلة $(X'X)\hat{\beta} = X'Y$، فإذا رفعت هذه الفرضية، فان $(X'X)$ هي مصفوفة ذات حجم $(k \times k)$ بالتالي تكون مصفوفة شادة (محددها معدوم)، ومنه فان $(X'X)^{-1}$ تكون غير موجودة وبالتالي

[(1)] – عبد الحميد عبد المجيد البلداوي، **مرجع سابق**، ص526.

المعادلة $(X'X)\hat{\beta} = X'Y$ لا تقبل إذن حلا وحيدا (عدد لا نهائي من الحلول)، النموذج الكلاسيكي للانحدار المتعدد $Y = X\beta + \varepsilon$ يضع المتغير التابع $Y_i (i = 1.....n)$، في علاقة خطية مع المتغيرات المستقلة $X_{1i}, X_{2i}, ..., X_{ki} (i = 1.....n)$، وكذلك مع الحدود العشوائية (الأخطاء) $\varepsilon_i (i = 1.....n)$، فإذا كانت بالإضافة إلى ذلك رتبة (X) أقل أو تساوي k فان هذا يترجم بارتباط خطي بين أعمدة المصفوفة X.

وبعبارة أخرى يشير مشكل التعدد الخطي إلى وجود ارتباط بين عدد من المتغيرات التفسيرية، ومن ثم فان هذا المشكل لا يوجد في حالة الانحدار البسيط[1]، ونسمي X_j العمود رقم j لـــ X حيث $X = [X_1, X_2, ...X_k]$

- قولنا أن رتبة X أقل من k يعني أنه يوجد شعاع C حيث: $C' = [C_1, C_2, ...C_k] \neq 0$

حيث: $C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + ... + C_kX_k = 0$

- تدلنا العلاقة السابقة على أنه توجد علاقة خطية بين المتغيرات المستقلة.

1- **أسباب التعدد الخطي وآثاره:** ينشأ التعدد الخطي من عدة أسباب منها مايلي:

- ❖ اتجاه المتغيرات الاقتصادية معا للتغير مع مرور الزمن
- ❖ استخدام متغيرات مستقلة ذات فترة أبطاء في المعادلة المراد تقديرها.
- ❖ زيادة تباين وتغاير مقدرات الانحدار لدرجة كبيرة دون ما أثير على التنبؤات المستمدة من الانحدار[2]
- ❖ القيم المقدرة لمعاملات الانحدار سوف تكون غير محددة ودقيقة.
- ❖ الأخطاء المعيارية للقيم المقدرة لمعاملات الانحدار سوف تكون كبيرة جدا

2- **اختبار اكتشاف التعدد الخطي:**

تعتمد درجة الخطورة لأثر التعدد الخطي على درجة الارتباط الجزئي، ومعامل الارتباط الكلي(أو معامل التحديد المضاعف)، ومنه يمكن القول بأن كلا من الأخطاء المعيارية ومعاملات الارتباط الجزئية r_{x_i,x_j}، معامل التحديد المضاعف R^2، يمكنها أن تستعمل لاختبار التعدد الخطي،وهناك عدة طرق لاكتشاف التعدد الخطي من بينها:

أ- **طريقة التحليل الترافدي لـــ Frisch:**

إن التحليل الترافدي لـــ Frisch ينص على تقدير كل الانحدارات الممكنة ما بين المتغيرات الموجودة بالعلاقة المدروسة، آخذين كل متغير ، بالترتيب، كمتغير تابع واعتبار كل الانحدارات الممكنة لكل متغير في بقية المتغيرات، والتي ندخلها تدريجيا في التحليل، ومن الواضح أن تحليل الترافدي يتطلب منا حسابات كثيرة، ومنه تكون المقارنات ما بين النتائج معقدة أكثر.

ب- **قياس التعدد الخطي أو شرط الأعداد :**

من خلال النموذج التالي : $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i \qquad i = 1,2.....n$

---

[1] عبد القادر محمد عبد القادر عطية، **الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق**، مرجع سابق، ص 410

[2] امتثال محمد محسن، محمد على محمد أحمد، **مبادئ الاستدلال الاحصائي**، الدار الجامعية، الاسكندرية،2000، ص354

ويكون لدينا:

$$\begin{cases} Var(\hat{\beta}_1) = \dfrac{\sigma_\varepsilon^2}{\sum x_{1i}^2 (1 - R_1^2)} \\ Var(\hat{\beta}_2) = \dfrac{\sigma_\varepsilon^2}{\sum x_{2i}^2 (1 - R_2^2)} \\ Cov(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) = \dfrac{\sigma_\varepsilon^2 R_1^2}{\sum x_{1i} x_{2i} (1 - R_1^2)} \end{cases}$$

حيث أن R_1^2 هو مربع معامل الارتباط المتعدد ما بين المتغيرين المستقلين x_{1i} و x_{2i}.

ثانيا: عد م تباين حد الخطأ HETEROSCEDASTICITY :

من بين افتراضات نموذج الانحدار الخطي هو ثبات تباين الخطأHOMOSCEDASTICITY، $\left(Var(\varepsilon_i) = E(\varepsilon_i^2) = \sigma^2, \forall i = 1,...,n\right)$، ويترتب على إسقاط هذا الافتراض، حدوث عدم ثبات تباين حد الخطأ

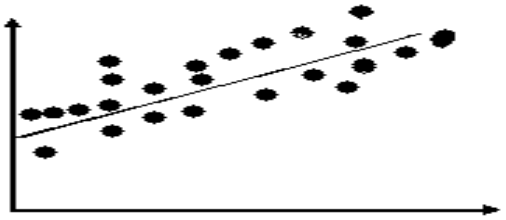
1- طبيعة عدم ثبات تباين الأخطاء، أسبابه وأثاره:

يوضح الشكل رقم (15) العلاقة المتوقعة بين المتغيرين التابع Y والمستقل X في حالة ثبات تباين الخطأ،

شكل رقم (15)

ثبات تباين الخطأ في نموذج الانحدار البسيط

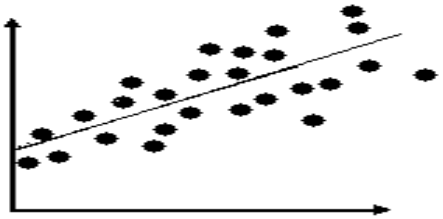
$E(Y) = \beta_0 + \beta_1 X$



شكل رقم(16)

عدم ثبات تباين الخطأ في نموذج الانحدار البسيط

$E(Y) = \beta_0 + \beta_1 X$



المصدر :عبد الحميد البلداوي،**مرجع سابق**،ص530.

ويوضح الشكل رقم (16) حالة عدم ثبات التباين لحد الخطأ$\left(E(\varepsilon_i^2) \neq \sigma^2 \quad , \forall i = 1.....n\right)$حيث نلاحظ أن زيادة Xسوف تؤدي إلى زيادة تباين حد الخطأ،ويرتبط هذا المشكل ببيانات المقطع المستعرض أكثر من بيانات السلسلة الزمنية حيث إن الأولى عبارة عن بيانات يتم تجميعها عن متغير ما في لحظة زمنية معينة (مثال:بيانات الإنفاق الاستهلاكي عند مستويات مختلفة لدخول الأفراد لسنة 2005)، أما بيانات السلسلة الزمنية فيتم تجميعها عن متغير ما عبر فترة زمنية معينة ،وهناك عدة أسباب لعدم تجانس تباين حد الخطأ منها تحسن أساليب تجميع البيانات، وهذا يقلل من الأخطاء المرتكبة في القياس ،ومن ثم سوف يقل تباين حد الخطأ.

ويترتب على مشكلة عدم ثبات التباين عددا من الآثار تتمثل في[1]:

1-تبقى المعلومات المقدرة باستخدام المربعات الصغرى متصفة بعدم التحيز و الاتساق، ولكنها تفقد صفة الكفاءة.

2-تصبح البيانات المقدرة وكذلك التغايرات (COVARIANCE) الخاصة بالمعلومات المقدرة متحيزة وغير متسقة، ولذا فإن اختيار الفروض لا تصبح دقيقة أو ملائمة.

[1] - عبد القادر محمد عبد القادر عطية،**الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق ،مرجع سابق**،ص 439

3-بالرغم من أن التنبؤات القائمة على أساس المعلومات المقدرة باستخدام المربعات الصغرى العادية تظل غير متحيزة ،إلا أنها تفقد صفة الكفاءة، وهو ما يعني أنها تكون أقل مصداقية من التنبؤات الأخرى.

2 اختبار اكتشاف عدم تباين الخطأ:

يتم اكتشاف عدم تباين الخطأ بواسطة عدة اختبارات منها ما يلي:

أ- اختبار Park :

ب- **اختبار معامل ارتباط الرتب لـــ Spearman**

جـــ- اختبار Goldfeld-Quandt:

ثالثا:الارتباط الذاتي للأخطاء L AUTOCORRELATION DES ERREURS

من بين الافتراضات الكلاسيكية التي وضعنها من قبل لتقدير معالم نموذج الانحدار، هو استقلال القيمة المقدرة لحد الخطأ في فترة زمنية معينة عن القيمة المقدرة لحد الخطأ في فترة زمنية سابقة لها أي:$\left(Cov(\varepsilon_i,\varepsilon_j)=0 \ , \ \forall i\neq j\right)$ وإذا تم إسقاط هذا الافتراض فإن ذالك يدل على وجود ما يسمى بالارتباط الذاتي. وفي هذا العنصر سوف نركز على العلاقة البسيطة للارتباط الذاتي والمتمثلة في وجود ارتباط بين القيمة المقدرة لحد الخطأ في الفترة الزمنية السابقة لها مباشرة، ويطلق على هذه العلاقة اصطلاح الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى، وذالك نظرا لأن معظم التطبيقات في الاقتصاد القياسي تتضمن ارتباط ذاتيا من الدرجة الأولى أكثر من الدرجة الثانية أو أكثر.

1- تحديد نموذج الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى :

يمكن تحديد نموذج الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى من خلال المعادلة التالية: $e_t=\rho e_{ti}\ -1\le\rho\le+1 \ \ t=1,..,n$

حيث أن e: القيمة المقدرة لحد الخطأ : ρمعامل الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى.

ε: القيمة الفعلية لحد الخطأ n:عدد المشاهدات .

وبالنظر إلى المعادلة السابقة يمكن التمييز بين حالتين :

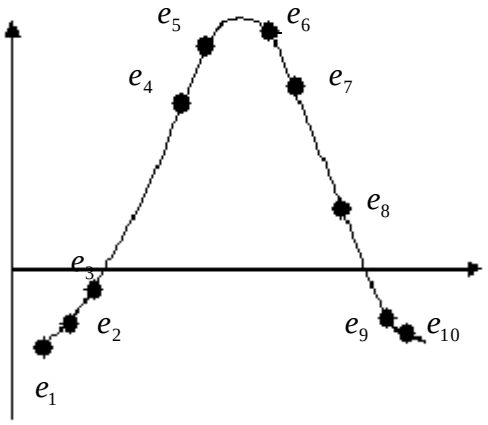
1. إذا كانت $\rho=0$فإن $e_t=\varepsilon_t$ ، ويدل هذا على عدم وجود الارتباط الذاتي.
2. إذا كانت $\rho=\pm1$فإن القيمة المقدرة لحد الخطأ في الفترة الزمنية السابقة e_{t-1}تصبح أكثر أهمية في تحديد القيمة المقدرة له في الفترة الزمنية الحالية e_t، ومن ثم يدل ذالك على وجود درجة عالية من الارتباط الذاتي.

2- أنواع الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى وأسبابه: يمكن أن نفرق بين نوعين:

أ. الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى الموجب $(\rho>0)$: عندما تكون معظم القيم القدرة المتتابعة لحد الخطأ لها نفس الإشارة الجبرية. ويمكن تمثيل هذا النوع في الشكل التالي[1] :

[1]Regis Bourbonnais.**Econometrie**,5 edtion,paris,Dunod,2003,p220

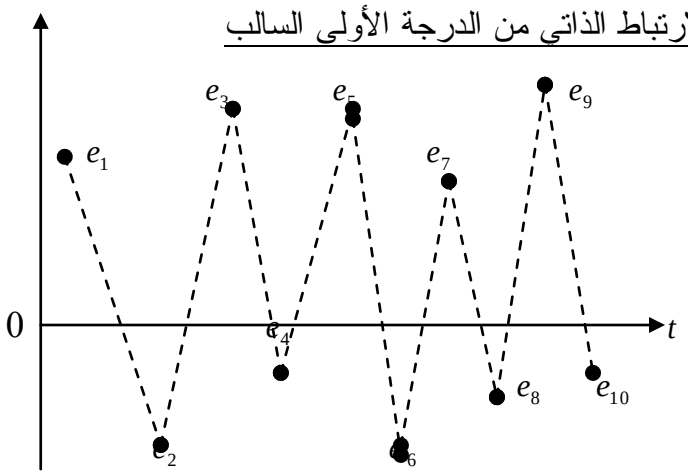
الشكل رقم (17) : الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى الموجب



المصدر : Regis Bourbonnais,Op-cit p221.

ب.الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى السالب ($\rho < 0$) عندما تكون غالبية القيم المقدرة المتتابعة لحد الخطأ تتبادل الإشارة بين الموجب والسالب .

الشكل رقم (18) الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى السالب



المصدر:Regis Bourbonnais,Op-cit,p222

وينشأ الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى من عدة أسباب منها ما يلي :

*إغفال بعض المتغيرات التفسيرية من نموذج الانحدار المراد تقديره.

*الصياغة الرياضية الخاطئة للنموذج.

*عدم دقة بيانات السلاسل الزمنية.

3- اختبارات اكتشاف الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى:

إن وجود ارتباط ذاتي من الدرجة الأولى يؤثر سلبا على نتائج المربعات الصغرى العادية من حيث:

* القيم المقدرة لمعاملات سوف تكون غير متحيزة.

* تباين القيم المقدرة لمعاملات الانحدار سوف لا يكون أقل ما يمكن.

لذالك تستعمل عدة اختبارات للكشف على هذا الاختلال منها ما يلي :

أ- اختبار داربين واتسون Durbin et Watson(1950et 1951)

يعتبر اختبار Durbin et watson من أهم الاختبارات الشائعة المستخدمة في اكتشاف الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى حسب الشكل: $\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + v_t \quad , v_t \approx N(0, \sigma_v^2)$

ويهدف إلى اختبار الفرضيات التالية:

$$\begin{cases} H_0 : \rho = 0 \\ H_1 : \rho \neq 0 \end{cases}$$

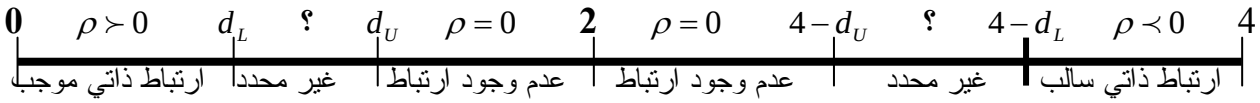
ومن أجل اختبار فرضية العدم H_0 يجب حساب إحصائية داربين واتسون DW من الصيغة التالية :

$$DW = \frac{\sum_{t=1}^{n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2}$$

أو $DW \cong 2(1-\rho)$ ، حيث أن DW تمثل القيمة المحسوبة للاختبار وتأخذ بين 0 و4 وتضح من المعادلة السابقة أنه إذا كانت p = 0 فإن $DW \cong 2$

ويوضح الشكل التالي (القيم الجدولية للاختبار)، التي تشير إلى وجود أو عدم وجود الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى الموجب أو السالب،أو نتيجة الاختبار غير محددة،وتوجد قيم كل من الحدين الأعلى والأدنى ل(d_L, d_u) في الجدول الإحصائي للملحق رقم (1-4).

الشكل رقم (18) : مناطق القبول والرفض لاختبار Durbin et Watson



المصدر: Regis Bourbonnais,Op-cit,223

بالاعتماد على الشكل رقم (18) يمكن أن نستخرج نتيجة اختبار DW كالتالي:

*إذا كانت $DW \prec d_L$ أو $DW \succ 4 - d_L$ يرفض H_0

*إذا كانت $4 - d_U \succ DW \succ d_U$ يقبل H_0

*إذا كانت $4 - d_U \leq DW \leq 4 - d_L$ أو $d_L \leq DW \leq d_U$ تكون نتيجة الاختبار غير محددة، ومن ثم يجب إضافة بيانات أكثر.

ب- اختبار h لـــــ Durbin:

من بين الانتقادات الموجهة إلى اختبار DW أنه لا يمكن تطبيقه في حالة إذا كان نموذج الانحدار المقدر يتضمن متغيرات تابعة ذات فترات إبطاء كمتغيرات مستقلة،ولهذا قام Durbin باقتراح اختبار آخر ليسد النقص في اختبار DW من هذه الزاوية، ويسمى الاختبار الجديد باختبار h يستخدم في حالة إذا كان عدد المشاهدات كبيرا.

ويفرض أن نموذج الانحدار المقدر هو: $\hat{Y}_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 Y_{t-1} + \hat{\beta}_2 Y_{t-2} + \hat{\beta}_3 Y_{t-3}$ فإن صيغة الاختبار المقترح هي:

$$h = \rho\sqrt{\frac{N}{1 - N\left[Var(\hat{\beta}_1)\right]}}$$

حيث أن $Var(\hat{\beta}_1)$ عبارة عن تباين معامل الانحدار المقدر الخاص بالمتغير التابع ذو فترة إبطاء واحدة(Y_{t-1})، ويلاحظ أن هذا الاختبار لا يمكن حسابه إذا كانت $N[Var(\hat{\beta}_1)] \geq 1$

وتجدر الإشارة هنا إلى أن قيمة h موزعة توزيعا طبيعيا $\{h \approx N(0,1)\}$،ومن ثم يجب مقارنة قيمة h بالقيمة الجدولية (الحرجة) لـــــ Z الموجودة في الجدول التوزيع الطبيعي عند مستوى معنوية معين

ويتلخص اختبار h من جانب واحد في الآتي : $\begin{cases} H_0 : \rho \leq 0 \\ H_1 : \rho > 0 \end{cases}$

- إذا كانت h >Z يقبل H_1 أي يوجد هناك ارتباط ذاتي موجب من الدرجة الأولى.

4- تقدير معامل الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى(ρ):

هناك عدة طرق لتقدير معامل الارتباط من الدرجة (ρ) منها ما يلي:

أ -تقدير الـــ(ρ)من إحصائية Durbin et Watson: بالرجوع إلى المعادلة $DW \cong 2(1-\rho)$ يمكن تقدير ρ من إحصائية DW حيث $\rho \cong {(2-DW)}/{2}$

ب تقدير الـــ (ρ) بطريقة Thiel_Nagar: اقترح Thiel و Nagar تقديرا لـــ ρ من خلال العلاقة التالية : $\rho = \frac{N^2\left[1-\left(DW/2\right)\right]+(k+1)^2}{N^2-(k+1)}$ ، حيث K: عدد المتغيرا المستقلة، K+1: عدد معاملات الانحدار المقدرة.

ت -تقدير الـــ (ρ)بطريقة Cochrane_ Orentt: اقترح Cochrane و Orent تقديرا لـــ ρ بواسطة القيم المقدرة لحد الخطأ كما يلي $\rho = \frac{\sum e_t e_{t-1}}{\sum e_{t-1}^2}$

ث تقدير الـــ (ρ) بواسطة الانحدار e_t على e_{t-1}: بإجراء انحدار e_t على e_{t-1}، يمكن الحصول على $\hat{\rho}$ كما يلي $e_t = \hat{\rho} e_{t-1}$

ج تقدير (ρ) من طريقة Durbin ذات مرحلتين: يمكن تقدير (ρ) من الدرجة الأولى لطريقة Durbin ذات المرحلتين المستخدمة في معالجة الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى، والتي مؤداها إعادة إجراء انحدار المتغير التتابع على قيمته المبطأة لفترة زمنية واحدة، وعلى قيم المتغيرا المستقلة للنموذجين وعلى قيم المتغيرات المستقلة المبطأة لفترة زمنية واحدة كذلك.

فبفرض أن النموذج المراد تقديره هو: $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t$ فانه يمكن الحصول على ρ بواسطة انحدار Y_t على قيمتها المبطأة لفترة زمنية واحدة، وعلى قيمة X_t الأصلية، وعلى قيمة X_t المبطأة لفترة زمنية كذلك كما يلي: $Y_t = \beta_0(1-\rho) + \rho Y_{t-1} + \beta_1 X_t - \beta_1 \rho X_{t-1}$

الفرع الثاني: معالجة مشاكل التقدير النماذج

اولا:الحلول المقترحة لتعدد الخطي:

عند وجود التعدد الخطي، فان الحلول تكون معتمدة على إمكانية إيجاد مصادر أخرى للبيانات، وعلى أهمية العوامل التي تسببت في ظهورها، ثم على الهدف الذي من أجله نقوم بتقدير الدالة تحت الدراسة، فإذا لم يؤثر التعدد الخطي بشكل فعلي على مقدرات النموذج، يقترح بعض باحثي القياس الاقتصادي إهمال وجوده في

النموذج، حيث يمكن تحاشي التعدد الخطي بتوسيع حجم العينة، فمثلا يمكن تحويل البيانات السنوية إلى بيانات موسمية أو شهرية إن أمكن ذلك، كما يمكن التخلص من التعدد الخطي بإسقاط (حذف) المتغير المسبب لهذا المشكل لكن هذه العملية يمكن أن تخلق مشاكل أخرى، وهناك من يقترح إدخال معلومات إضافية للنموذج. إن وجود التعدد الخطي يجعل من الصعب فصل آثار المتغيرات المختلفة، ومنه نحتاج إلى معلومات خاصة تساعدنا على فصل أثر كل متغير لوحده، ويكون ذلك عن طريق فرض قيود على بعض المعالم بناءا على المعلومات المسبقة للنظرية الاقتصادية[1].

ثانيا: معالجة عدم ثبات تباين حد الخطأ:

من أبرز الطرق المستخدمة لتصحيح المشكلة هي طريقة المربعات الصغرى المرجحة،وتقوم هذه الفكرة على إعطاء القيم ذات الانحراف الأقل على خط الانحدار وزنا أكبر من القيم ذات الانحراف الأكبر في تقدير العلاقة محال الاعتبار[2].

ويتوقف شكل النموذج الأصلي المحول على نمط عدم ثبات التباين المكتشف في النموذج الأصلي المقدر.

وبفرض أن النموذج الأصلي كان كما يلي: $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i \qquad i = 1.....n$

فإن هناك عدة أنماط (افتراضات) لعدم ثبات تباين الأخطاء، ويختلف النموذج أو المعادلة المحولة من افتراض إلى أخر.

*الافتراض الأول $E(\varepsilon_i^2) = \sigma X_i^2$ طبقا لهذا الافتراض يتم تحويل النموذج الأصلي إلى الشكل التالي:

$\frac{Y_i}{X_i} = \frac{\beta_0}{X_i} + \beta_1 + \frac{\varepsilon_i}{X_i} = \beta_0 \frac{1}{X_i} + \beta_1 + \theta_i$، حيث: θ_i عبارة عن حد الخطأ المحول $\frac{\varepsilon_i}{X_i}$

وبإجراء انحدار $\frac{Y_i}{X_i}$ على $\frac{1}{X_i}$ مستخدما طريقة المربعات الصغرى العادية نحصل على: $\left(\frac{Y_i}{X_i}\right) = \hat{\beta}_0 \frac{1}{X_i} + \hat{\beta}_1$

وبضرب المعادلة المحولة المقدرة السابقة في X_i يتم الحصول على النموذج الأصلي بعد معالجة عدم ثبات التباين σ_ε^2 للنموذج الأصلي، وميل معامل الانحدار للنموذج المحول هو عبارة عن الحد الثابت في النموذج الأصلي.

*الافتراض الثاني: $E(\varepsilon_i^2) = \sigma^2 \hat{X}_i^2$ وطبقا لهذا الافتراض يتم تحويل النموذج الأصلي إلى المعادلة التالية:

$$\frac{Y_i}{\sqrt{X_i}} = \frac{\beta_0}{\sqrt{X_i}} + \beta_1 \sqrt{X_i} + \frac{\varepsilon_i}{\sqrt{X_i}} = \beta_0 \frac{1}{\sqrt{X_i}} + \beta_1 \sqrt{X_i} + \omega_i$$

(حيث: ω_i عبارة عن حد الخطأ المحول $\frac{\varepsilon_i}{\sqrt{X_i}}$، $x_i > 0$)

وبنفس الحالة الأولى نجري انحدار $\frac{Y_i}{\sqrt{X_i}}$ على $\frac{1}{\sqrt{X_i}}$، $\sqrt{X_i}$ بواسطة المربعات الصغرى العادية.

---

[1] امتثال محمد محسن، محمد على محمد أحمد، **المرجع السابق**، ص 192.

[2] - عبد القادر محمد عبد القادر عطية،**الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق ،مرجع سابق** ،ص452.

*الافتراض الثالث $E(\varepsilon_i^2)=\sigma^2\hat{Y}_i^2$:وطبقا لهذا الافتراض تكون المعادلة المحولة من الشكل:

$$\frac{Y_i}{Y_i}=\frac{\beta_0}{Y_i}+\beta_1\frac{X_i}{Y_i}+\frac{\varepsilon_i}{Y_i}=\beta_0\frac{1}{Y_i}+\beta_1\frac{X_i}{Y_i}+\varphi$$

*الافتراض الرابع: $E(\varepsilon_i^2)=\sigma^2|e_i|$ ،ويتضمن هذا الافتراض أن تباين حد الخطأ دالة خطية لبواقي طريقة المربعات الصغرى العادية، وطبقا لهذا تكون المعادلة المقدرة كما يلي: $LnY_i=\beta_0+\beta_1 LnX_i+\varepsilon_i$

*الافتراض الخامس :التحويلات اللوغاريتمية: :إن تحويل النموذج الأصلي إلى الصيغة اللوغاريتمية المزدوجة سوف يؤدي غالبا إلى تقليل درجة عدم ثبات تباين حد الخطأ: ومن ثم طبقا لهذا الافتراض تكون المعادلة المحولة المناسبة للنموذج الأصلي كما يلي : $LnY_i=\beta_0+\beta_1 LnX_i+\varepsilon_i$.

ثالثا: معالجة الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى:

بفرض أن النموذج المراد تقديره هو ذلك الذي توضحه المعادلة التالية $Y_t=\beta_0+\beta_1X_t+\varepsilon_t$ فانه يمكن توضيح كيفية معالجة الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى من خلال الطريقتين التالتين:

أ –طريقة الفرق العام: يمكن تحديد خطوات معالجة الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى طبقا لطريقة الفرق العام على النحو التالي:

- ❖ تقدير معامل الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى (ρ)باستخدام أيا من الطرق المستخدمة التي سبق عرضها.
- ❖ حساب قيم الفروق الأولى للمتغيرات Y_t ، X_t وفقا للمعادلة الفرق العام التالية:

$$(Y_t-\rho Y_{t-1})=\beta_0(1-\rho)+\beta_1(X_t-\rho X_{t-1})+\varepsilon_t$$

ومن ثم فان تحويل البيانات يتم من خلال المعادلتين التاليتين: $\begin{cases}Y_t^*=Y_t-\rho Y_{t-1}\\ X_t^*=X_t-\rho X_{t-1}\end{cases}$

– حيث : Y_t^*: قيمة Y المحولة في الفترة الزمنية t ، X_t^*: قيمة X المحولة في الفترة الزمنية t.

ولتجنب ضياع المشاهدة الأولى في عملية إيجاد الفروق،يجب تقدير المشاهدة الأولى المحولة لكل من X،Y على التوالي كما يلي : $\overset{*}{X}_1=X_1\sqrt{1-\rho^2}$, $\overset{*}{Y}_1=Y_1\sqrt{1-\rho^2}$

*استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية لتقدير معاملات نموذج الانحدار الجديد المكون من الفروق الأولى لـــــ Y_t, X_t وصيغته هي : $Y_t^*=\beta_0+\beta_1X_t^*+\varepsilon_t$

*اختبار وجود الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى من المعادلة السابقة بعد تقديرها (باستعمال DW)،فإذا كانت النتيجة تؤكد وجود الارتباط الذاتي،فإنه يجب إعادة استبدال القيم Y^*_t, X^*_tبقيم الفروق الأولى لهذين المتغيرين الجديدين بنفس الطريقة السابق عرضها بالخطوة رقم(2)،ثم إجراء الانحدار على البيانات المحولة وإعادة الاختبار إلى أن يتأكد عدم وجود الارتباط الذاتي .

ملاحظة:يطلق على استخدام كل من طريقة Durbin لتقدير p (المرحلة الأولى) وطريقة الفرق العام (المرحلة الثانية) في المعالجة، طريقة Durbin ذات المرحلتين لمعالجة الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى.

2 – طريقة الفرق الأول :

يمكن تحديد خطوات معالجة الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى طبقا لطريقة الفرق الأول على النحو التالي:

* حساب قيم الفرق الأولى للمتغيرات Y_t , X_t وفقا لمعادلة الفرق الأول: $(Y_t - Y_{t-1}) = \beta_1 (X_t - X_{t-1}) + \varepsilon_t$

$$\Delta Y_t = \beta_1 \Delta X_t + \varepsilon_t$$

ومن ثم فإن تحويل البيانات يتم من خلال المعادلتين التاليتين: $\left.\begin{array}{l} Y_t^* = Y_t - Y_{t-1} \\ X_t^* = X_t - X_{t-1} \end{array}\right\}$

*استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية لتقدير معاملات نموذج الانحدار الجديد المكون من الفروق الأولى لـــــ Y_t , X_t وصيغته هي : $Y_t^* = \beta_1 X_t^* + \varepsilon_t$

*اختبار وجود الارتباط الذاتي من المعادلة السابقة بعد تقديرها (باستعمال DW) فإذا أظهر الاختبار وجود ارتباط ذاتي ،فإنه يجب إعادة استبدال القيم Y^*_t , X^*_t بقيم الفروق الأولى لهذين المتغيرين الجديدين بنفس الطريقة السابق عرضها بالخطوة رقم (1)، ثم إجراء الانحدار على البيانات المحولة وإعادة الاختبار إلى أن يتأكد عدم وجود الارتباط الذاتي .

وكمقارنة بين الطريقتين السابقتين يعتبر الفرق العام أفضل طريقة لمعالجة الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى بالمقارنة بطريقة الفرق الأول، حيث أن هذه الأخيرة تمثل سوى حالة خاصة من سابقتها.

المبحث الثاني: السلاسل الزمنية:

إنه من المعروف أنه يمكن تصنيف البيانات التي يتم تحليلها إحصائيا إلى نوعين[1]:

* **بيانات قطاعية**:وهي بيانات عن نشاط معين لنفس الفترة الزمنية، أي أنها تعبر عن مستوى أفقي crooss section ،وبالتالي فهي لا تدخل الزمن في التحليل،ومثال ذلك بيانات الإنتاج أو الاستهلاك لقطاعات مختلفة خلال سنة معينة أو شهر معين.

* **بيانات سلاسل الزمنية:** وهي بيانات عن ظاهرة معينة خلال مدى زمني يعبر عنه كفترات زمنية.وهي المعنية بالدراسة في هذا المبحث.

يمكن تعريف السلسلة الزمنية المستقرة كما يلي: "السلسلة الزمنية المستقرة هي تلك السلسلة الزمنية التـــي لا تتغير مستوياتها عبر الزمن، أي لا يتغير المستوى المتوسط فيها، وذلك خلال فترة زمنية طويلة نسبيا، أي لا يوجد فيها اتجاه لا بالزيادة أو بالنقصان"[2]، كما يمكن تعريفها أيضا بأنها: "السلسلة الزمنية التي لا تحتوي لا على اتجاه عام ولا على المركبة الفصلية"[3]، أما التعريف الإحصائي للسلسلة الزمنيـــة المســـتقرة "فهـــي السلسلة التي يكون متوسطها الحسابي وتباينها ثابت عبر الزمن"، أي أن[4]:

1). $E(Y_t) = E(Y_{t+k}) = \mu \ \ \forall_t . \forall_m$

2). $Var(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \delta^2 \cdot \forall_t$

3). $Cov(Y_t, Y_{t+k}) = E[(Y_t - \mu) - (Y_{t+m} - \mu)] = \gamma_m$

---

(1) - كمال سلطان محمد سالم، **الإحصاء الاحتمالي** ، الدار الجامعية، الإبراهيمية،2004،ص 223

(2) - شرابي عبد العزيز ، **طرق إحصائية للتوقع الاقتصادي**، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2000، ص 30.

(3)-Regis Bourbonnais ., pp 225-228

(4) - تومي صالح، **مدخل لنظرية القياس الاقتصادي**، مرجع سابق، ص 173