جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية
وعلوم التسيير

التاريخ: 2025/06/17
التوقيت: 10: 30 – 12: 00
المدة: ساعة ونصف.

مجال العلوم الاقتصادية والتسيير
والعلوم التجارية LMD-SEGC
السنة الأولى 2025/2024

امتحان نهاية السداسي الثاني في مقياس الإحصاء 02

الاسم واللقب:	الفوج:	العلامة:	العلامة بعد إعادة النظر:

التمرين الأول: (3 ن) يعرض محل لبيع الحواسيب تخفيضات هامة على مجموعة من هذه الأجهزة، موزعة على ثلاثة أنواع من الحواسيب هي A ، B ، C، فإذا علمت أن 25% من مجموع هذه الأجهزة من النوع A و 35% من النوع B و 40% من النوع C . وأن التخفيضات (S) قد شملت 20% فقط من النوع A و 75% من النوع B و 30% من النوع C. لنفرض أن شخصا اشترى عشوائيا حاسوبا من المحل.

1/ ما هو احتمال أن يكون هذا الجهاز من السلع التي شملها التخفيض؟

$P(S) = P(A \cap S) + P(B \cap S) + P(C \cap S)$ ..... (0,5)

$= P(A)\,P(S/A) + P(B)\,P(S/B) + P(C)\,P(S/C)$

$= (0,25)(0,2) + (0,35)(0,75) + (0,4)(0,3)$ ..... (0,5)

$= 0,4325 = 43,25\%$ ..... (0,5)

2/ إذا علمت أن الجهاز المُشترى هو فعلا من السلع التي شملها التخفيض، ما هو احتمال أن يكون هذا الجهاز من النوع B؟

$P(B/S) = \dfrac{P(B \cap S)}{P(S)} = \dfrac{P(B)\,P(S/B)}{P(S)}$ ..... (0,5) (0,5)

$= \dfrac{(0,35)(0,75)}{0,4325} = \dfrac{0,2625}{0,4325} = 0,6069 = 60,69\%$ ..... (0,5)

التمرين الثاني:(4 ن) ضمن معركة طوفان الأقصى، تحتجز كتائب القسام 10 أسرى صهاينة، منهم 3 نساء 7 ذكور. في إطار صفقة تبادل، تم الاتفاق على تحرير دفعة أولى مكونة من 4 أسرى عشوائيا. لنفرض أن X متحول عشوائي يمثل عدد الأسيرات في هذه الدفعة.

1/ حدد اسم التوزيع الاحتمالي للمتغير X ؟ وما هي معالمه؟

التوزيع الاحتمالي للمتغير X هو التوزيع فوق الهندسي (0,5)

$X \rightsquigarrow H(10,3,4)$ (0,5) معالمه:

2/ أحسب توقعه الرياضي وتباينه.

* التوقع الرياضي: $E(X) = n.p = n\left(\frac{M}{N}\right) = 4\left(\frac{3}{10}\right) = 1,2$ (0,5)

* التباين:

$V(X) = \dfrac{N-n}{N-1}.n.p.q = \dfrac{10-4}{10-1}(4)\left(\frac{3}{10}\right)\left(\frac{7}{10}\right) = \dfrac{504}{900} = 0,56$ (0,5)

3/ ما هو احتمال أن يكون ضمن المحرَرين أسيرة واحدة على الأكثر؟

$P(X \leq 1) = P(X=1) + P(X=0)$ (0,5)

$= \dfrac{C_3^1 C_7^3}{C_{10}^4} + \dfrac{C_3^0 C_7^4}{C_{10}^4} = \dfrac{105}{210} + \dfrac{35}{210} = \dfrac{140}{210} = 0,6667 = 66,67\%$ (0,5)

4/ ما هو احتمال أن يكون ضمن الأسرى المحررين 3 أسرى ذكور؟

$P(X=1) = \dfrac{C_3^1 C_7^3}{C_{10}^4} = \dfrac{105}{210} = 0,5 = 50\%$ (0,5) (0,5)

التمرين الثالث: (5ن) لنفرض أن درجة الحرارة خلال شهر مارس تتبع قانون التوزيع الطبيعي بمتوسط 20° و انحراف معياري 3.33° .

1/ما احتمال أن تتراوح درجة حرارة أحد أيام شهر مارس بين 21.11° و 26.66°؟

$X \rightsquigarrow N(20, 3,33)$

$P(21,11 \leq X \leq 26,66) = P\left(\dfrac{21,11-20}{3,33} \leq Z \leq \dfrac{26,66-20}{3,33}\right)$ (0,25) (0,25)

$= P(0,33 \leq Z \leq 2) = P(0 \leq Z \leq 2) - P(0 \leq Z \leq 0,33)$

$= 0,4772 - 0,1293 = 0,3479 = 34,79\%$ (0,5) (0,5)

اقلب الورقة

3/ أحسب احتمال أن تزيد درجة الحرارة عن 28°.

$P(X>28) = P\left(Z > \frac{28-20}{3,33}\right) = P(Z > 2,40)$ 0,5

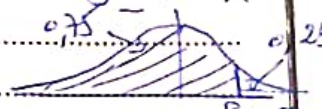
$= 0,5 - P(0<Z<2,40) = 0,5 - 0,4918 = 0,0082 = 0,82\%$ 0,5

4/ حدد المنوال، والمئين الخامس والسبعين P_{75} لهذا التوزيع.

* المنوال = هو أكبر التوزيع طبيعي فإن : $Mo = E(X) = 20°C$ (1)

* المئين الخامس والسبعون :

$P(X > P_{75}) = 0,25 \Rightarrow P\left(Z > \frac{P_{75}-20}{3,33}\right) = 0,25$ 0,5



$\Rightarrow P\left(0<Z<\frac{P_{75}-20}{3,33}\right) = 0,5-0,25 = 0,25$

من الجدول نجد : $0,2486 < 0,25 < 0,2518$

$0,67 < \frac{P_{75}-20}{3,33} < 0,68$ 0,5

$\Rightarrow \frac{P_{75}-20}{3,33} = \frac{0,67+0,68}{2} = 0,675 \Rightarrow P_{75} = (0,675)(3,33)+20 = 22,24°C$

التمرين الرابع: (4 ن) لتكن f دالة كثافة معرفة كما يلي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{20}x^3 & 1 \le x \le 3 \\ 0 & sinon \end{cases}$$

1/ أثبت أن f دالة كثافة احتمالية.

لتكون f دالة كثافة احتمالية يجب تحقق :

الشرط الأول : $f(x) \ge 0 ; \frac{1}{20}x^3 \ge 0$ محققة من أجل $x \in [1,3]$ 0,5

الشرط الثاني : $\int f(x)\,dx \ge 1$

$\int_1^3 \frac{1}{20}x^3\,dx = \frac{1}{20}\int_1^3 x^3\,dx = \frac{1}{20}\left[\frac{x^4}{4}\right]_1^3 = \frac{1}{20}\left[\frac{(3)^4}{4} - \frac{(1)^4}{4}\right]$ 0,5

$= \frac{1}{20}\left[\frac{81-1}{4}\right] = 1$ محقق

الشرطان محققان وعليه فإن f دالة كثافة احتمالية.

2/ أحسب $E(X)$.

$E(X) = \int_D x f(x)\,dx = \int_1^3 x\left(\frac{1}{20}x^3\right)dx = \frac{1}{20}\int_1^3 x^4\,dx$ 0,5

$= \frac{1}{20}\left[\frac{x^5}{5}\right]_1^3 = \frac{1}{20}\left[\frac{(3)^5}{5} - \frac{(1)^5}{5}\right] = \frac{48,4}{20} = 2,42$ 0,5

3/ حدد تابع التوزيع $F(X_K)$

$F(x_K) = P(X \le x_K) = \int_1^{x_K} f(x)\,dx = \int_1^{x_K}\left(\frac{1}{20}x^3\right)dx$ 0,5

$= \frac{1}{20}\int_1^{x_K} x^3\,dx = \frac{1}{20}\left[\frac{x^4}{4}\right]_1^{x_K} = \frac{1}{20}\left[\frac{x_K^4-1}{4}\right] = \frac{x_K^4-1}{80}$ 0,5

4/ أحسب $P(1.5 \le x \le 2)$

$P(1,5 \le X \le 2) = \int_{1,5}^{2} f(x)\,dx = \int_{1,5}^{2}\left(\frac{1}{20}x^3\right)dx = \frac{1}{20}\left[\frac{x^4}{4}\right]_{1,5}^{2}$ 0,5

$= \frac{1}{20}\left[\frac{(2)^4}{4} - \frac{(1,5)^4}{4}\right] = \frac{1}{20}\left[\frac{16-5,0625}{4}\right] = \frac{2,73}{20} = 0,1367 = 13,67\%$ 0,5

التمرين الخامس: (4ن) بالاستعانة بالجداول الإحصائية أوجد القيم الآتية:

1) $F_{0.99}^{8.10} = 5,06$ 0,5

2) $F_{0.05}^{3.6} = \frac{1}{F(0,95;6;3)} = \frac{1}{8,94} = 0,1118$ 0,5

3) $\chi^2(P = 0.50, V = 15)$. $\chi^2 = 14,3$ 0,5

4) $\chi^2(P = 0,25, V = 5) = 2.67$ 0,5

5) $t(P = 0.70, V = \infty) = 0.540$ 0,5

6) $t(P = 0,995, V = 9) = 3.25$ 0,5

7) $P(0 < Z < 2.34) = 0,4904$ 0,5

8) $P(0 < Z < b) = 0.4772$. $b = 2,00$ 0,5

انتهى... بالتوفيق... أسرة المقياس