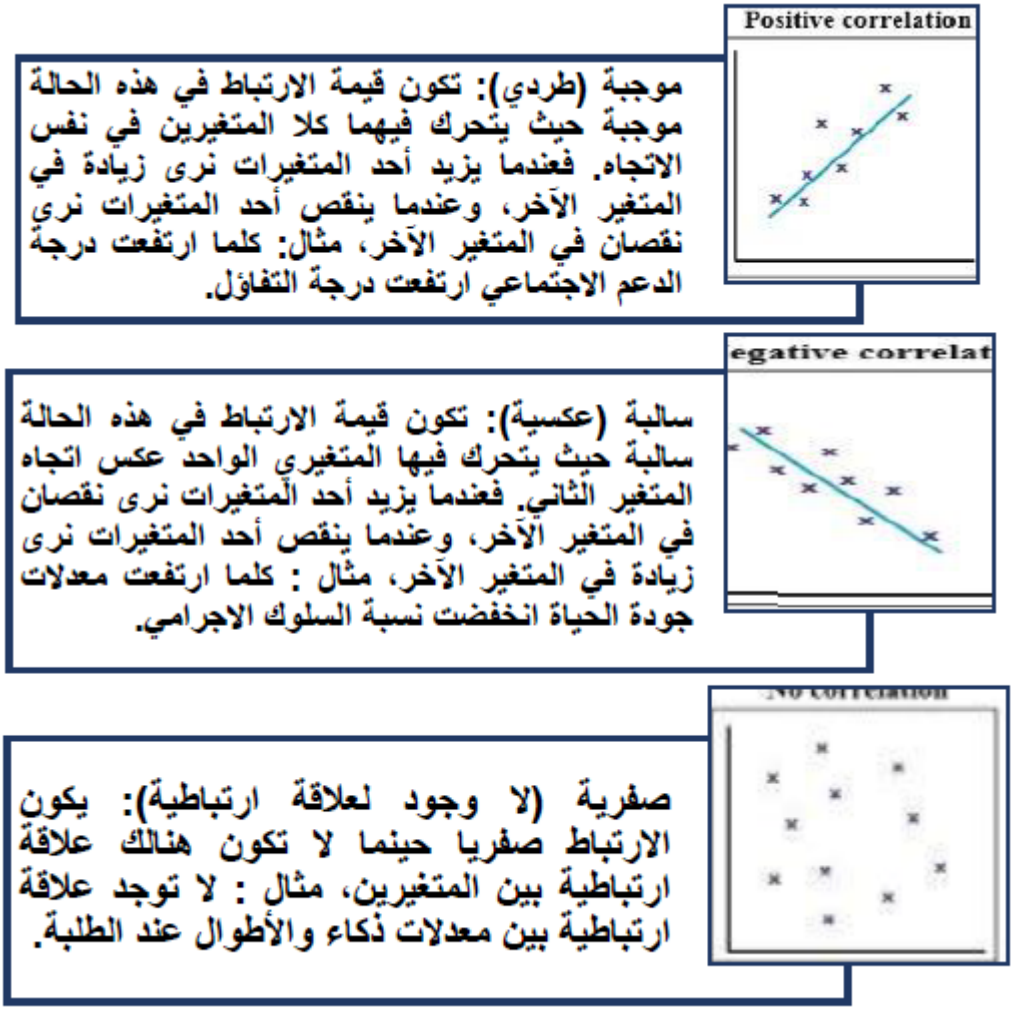
المحور الثاني: معامل الارتباط

مفهوم معامل الارتباط

هو مقياس إحصائي (يرمز له عادة بـ r) يحدد قوة واتجاه العلاقة الخطية بين متغيرين كميين. تتراوح قيمته بين -1 و +1، حيث يشير +1 إلى علاقة طردية تامة، و-1 إلى عكسية تامة، و 0 إلى انعدام الارتباط الخطي.



أهم نقاط معامل الارتباط:

- **الاتجاه** :إذا كان المعامل موجباً، فالمتغيران يتحركان في نفس الاتجاه، وإذا كان سالباً، يتحركان في اتجاهين متعاكسين.
- **القوة** :كلما اقتربت القيمة المطلقة للمُعامل من 1، كانت العلاقة أقوى، وكلما اقتربت من 0، كانت أضعف.

أهم أنواع معامل الارتباط

يوجد عدة أنواع من معاملات الارتباط في الإحصاء، من أبرزها:

- معامل ارتباط بيرسون
- معامل ارتباط سبيرمان
- معامل ارتباط كندال
- متوسط ارتباط الوزن
- معامل ارتباط المسافة
- معامل ارتباط جاما
- معامل الارتباط المتجانس
- معامل ارتباط بيتا

و سيتم التركيز على:

☞**معامل ارتباط بيرسون** و **معامل ارتباط سبيرمان**

➢ **معامل ارتباط بيرسون**

يُعد معامل ارتباط بيرسون (Pearson Correlation Coefficient) من أكثر الطرق شيوعًا في الإحصاء لقياس العلاقات الخطية بين متغيرين. حيث يساعد هذا المعامل على توضيح قوة العلاقة واتجاهها، وتكون قيمته دائمًا بين -1 و +1.

لا يقتصر استخدام معامل ارتباط بيرسون على الأبحاث الأكاديمية فقط، بل له تطبيقات عملية مهمة في مجالات مثل الاستثمار وإدارة المخاطر. على سبيل المثال، يمكن للمستثمرين الاستفادة من معامل ارتباط بيرسون عند تحليل الرسوم المبعثرة (Scatter Plots) للعوائد التاريخية بين أزواج الأصول – مثل الأسهم والسندات أو الأسهم والسلع أو السندات والعقارات – وذلك لبناء محافظ استثمارية أكثر توازنًا بين المخاطر والعوائد.

ويُستخدم لقياس **قوة و اتجاه العلاقة الخطية بين متغيرين كميين**

$$r = \frac{\sum_i^n X_i Y_i - n\bar{X}\bar{Y}}{\sqrt{(\sum_i^n X_i^2 - n\bar{X}^2)(\sum_i^n y_i^2 - n\bar{y}^2)}}$$

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

مثال:

البيانات التالية تعبر عن متغيرين Xو Y

X	1	2	3	4
Y	0	3	2	1

المطلوب:

- أوجد معامل ارتباط بيرسون؟ وبين نوعه؟

الحل:

إيجاد معامل ارتباط بيرسون وتحديد نوعه:

X	Y	XY	X^2	Y^2
4	1	4	16	1
3	2	6	9	4
2	3	6	4	9
1	0	0	1	0
Σ=10	**Σ=6**	**Σ=16**	**Σ=30**	**Σ=14**

$\bar{X}=2.5$ | $\bar{Y}=1.5$

$$r = \frac{\sum_i^n X_i Y_i - n\bar{X}\bar{Y}}{\sqrt{(\sum_i^n X_i^2 - n\bar{X}^2)(\sum_i^n y_i^2 - n\bar{y}^2)}}$$

$$r = \frac{16 - 4(2.5)(1.5)}{\sqrt{(30 - 4(2.5^2))(14 - 4(1.5^2))}}$$

r= 5 /1=0.2

تحديد نوعه:

علاقة طردية ضعيفة

معامل ارتباط سبيرمان (معامل ارتباط الرتب):

وهو يقيس قوة واتجاه العلاقة بين متغيرين وصفيين، أو متغير وصفي والآخر كمي، أو متغيرين كميين.

ويُعطى بالعلاقة:

$$r = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)}$$

حيث:

$$di = Rank\ x - Rank$$

di هو الفرق بين رتب Xو Yبعد ترتيبها تصاعديًا أو تنازليًا.

مثال:

البيانات التالية تمثل تقديرات مجموعة من الطلبة:

ضعيف	مقبول	ممتاز	جيد	المقياس الأول (X)

المقياس الثاني (Y)	ممتاز	مقبول	جيد جدًا	جيد

المطلوب:

- أوجد معامل ارتباط سبيرمان؟ وبين نوعه؟

الحل

حساب معامل الارتباط سبيرمان

$$r = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)}$$

d_i^2	di	$Rank\ y$	$Rank\ x$	Y	X
1	1-	4	3	ممتاز	جيد
9	3	1	4	مقبول	ممتاز
1	1-	3	2	جيد جدا	مقبول
1	1-	2	1	جيد	ضعيف
12	**0**				$\sum$

$$r = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)}$$

$$r = 1 - \frac{6(12)}{4(4^2-1)}$$

$$r = 1 - \frac{72}{60}$$

r =1-1.2=**-2**

نوع العلاقة: العلاقة عكسية ضعيفة

تمارين مقترحة.

التمرين الأول:

1. ما هو الفرق بين النموذج الاقتصادي والنموذج القياسي ؟
2. ماهي الأهداف الرئيسية للاقتصاد القياسي ؟
3. فيما تتمثل المراحل الرئيسية للاقتصاد القياسي؟
4. ما هي أنواع المتغيرات حسب البيانات الإحصائية؟
5. ماذا يقصد بحد الخطأ (حد التشويش) (الحد العشوائي) في معادلة الانحدار الخطي؟
6. ماذا يقصد بمقدر غير متحيز؟ وكيف يعرف التحيز؟
7. أذكر خواص مقدرات طريقة المربعات الصغرى؟

التمرين الثاني:

البيانات التالية، تمثل أزواج القيم لأوزان 05 طلبة وأطوالهم:

وزن الطالب (x)	75	72	69	67	63
طول الطالب (y)	175	170	172	165	162

المطلوب:

1. ارسم الشكل الانتشاري (scatter diagram) لأزواج القيم.
2. احسب معامل الارتباط البسيط لبيرسون بين أوزان الطلبة وأطوالهم.

التمرين الثالث:

البيانات التالية تمثل معدلات 8 طلاب في التوجيهي (xi) وتقديراتهم في الجامعة (yi):

x	59	72	61	80	86	82	90	67
y	مقبول	جيد	متوسط	جيد	جيد جدا	جيد	ممتاز	مقبول

المطلوب:

- قياس العلاقة الارتباطية بين معدل الطالب (x) و تقديره في الجامعة (y)، باستخدام معامل ارتباط الرتب لسبيرمان.