جامعة محمد خيضر (بسكرة)
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
قسم العلوم التجارية

أولى ماستر تسويق
2026/01/14
15:30 -13:30

الإجابة النموذجية لامتحان الأساليب الكمية في التسويق 1

حل التمرين الأول (06 نقاط)

1. تحديد نوع اللعبة: (0.5)

تتنافس شركتان A وB للسيطرة على قطاع خدمات الهاتف النقال؛ الوحيدتان في السوق: لعبة ثنائية تنافسية.
ليس أمام كل منهما إلا أن تكسب من الأخرى حصة من السوق: لعبة ثنائية ذات مجموع صفري.

2. نقطة السرج:

الشركة A \ الشركة B	B_1	B_2	B_3	$\min_j$
A_1	6	11	14	**6**
A_2	12	-6	-2	**-6**
A_3	-10	-8	4	**-10**
$\max_i$	**12**	**11**	**14**	

نتيجة اللعبة للشركة A: $V_1 = \max_i \min_j (a_{ij}) = \max_i (6 , -6 , -10) = 6$ **(0.5 ن)**
نتيجة اللعبة للشركة B: $V_2 = \min_j \max_i (a_{ij}) = \min_j (12 , 11 , 14) = 11$ **(0.5 ن)**
بما أن: $V_1 \neq V_2$؛ فإنه لا توجد نقطة سرج. **(0.5 ن)**

التفسير الاستراتيجي: لا توجد إستراتيجية مثلى صافية لكل شركة، لأن الشركة الأولى تخسر 6، والشركة الثانية تخسر 11، مع أن اللعبة ذات مجموع صفري، لذا الأفضل لكل منها البحث عن إستراتيجية مختلطة من الإستراتيجيتيات الممكنة باحتمالات معينة. **(0.5 ن)**

3.اختزال مصفوفة الدفع باستخدام قواعد السيطرة

بالنسبة للأسطر نلاحظ أن: $-10 \leq 6$، $-8 \leq 11$، $4 \geq 14$، إذن الإستراتيجية A_1 تسيطر على الإستراتيجية A_3، ومنه نحذف الإستراتيجية A_3، لأن الإستراتجية A_3 تحقق للشركة A عائد أقل من عائد الإستراتيجية A_1، وهذا مهما كانت إستراتيجية الشركة B. **(0.5 ن)**

بالنسبة للأعمدة نلاحظ أن: $14 \leq 11$، $-2 \leq -6$، إذن الإستراتيجية B_2 تسيطر على الإستراتيجية B_3، ومنه نحذف الإستراتيجية B_3، لأن الإستراتجية B_2 تحقق للشركة B خسارة أقل من خسارة الإستراتيجية B_2، وهذا مهما كانت إستراتيجية الشركة A. **(0.5 ن)**

ومنه تكون **مصفوفة الدفع المختزلة** كما يلي:

الشركة A \ الشركة B	B_1	B_2	~~B_3~~
A_1	6	11	~~14~~
A_2	12	-6	~~-2~~
~~A_3~~	~~-10~~	~~-8~~	~~4~~

⇨

الشركة A \ الشركة B	B_1	B_2
A_1	6	11
A_2	12	-6

4. التوزيع الاحتمالي للاستراتيجيات المختلطة ونتيجة اللعبة لكل لاعب:

الشركة A (اللاعب الأول):

نفرض أنه يستخدم الإستراتيجية A_1 باحتمال p؛ ومنه يستخدم الإستراتيجية A_2 باحتمال 1-p.

نتيجة المباراة إذا استخدم اللاعب الثاني الإستراتيجية B_1: $6p + 12(1-p) = 12 - 6P$

نتيجة المباراة إذا استخدم اللاعب الثاني الإستراتيجية B_2: $11p - 6(1-p) = 11p - 6 + 6p = 17p - 6$

ومنه: $6 - 17p = 12 - 6p$، ومنه: $23p = 18$، ومنه: $p = 18/23$، ومنه: $1-p = 5/23$ **(0.5 ن)**

نتيجة المباراة: $+168/23 = 12(5/23) + 6(18/23) = V_1$ أو: $+1681/23 = -6(5/23) + 11(18/23) = V_1$ **(0.5 ن)**

التفسير: الأفضل للاعب الأول أن يستخدم الإستراتيجية A_1 لـ 78,26% من وقت اللاعب، والإستراتيجية A_2 لـ 21,74% من الوقت، أو أن إذا لعب 23 مرة، فإنه يستخدم الإستراتيجية A_1 18 مرة، والإستراتيجية A_2 لـ 5 مرات بشكل عشوائي، عندها سيحقق ربح (168/23)، أي 7.30 تقريبا، وهو أكبر من الربح الذي يحققه بطريقة Maximin (وهي 6+). **(0.5 ن)**

الشركةB (اللاعب الثاني):

نفرض أنه يستخدم الإستراتيجية B_1 باحتمال q، ومنه يستخدم الإستراتيجية B_2 باحتمال 1-q.

نتيجة المباراة إذا استخدم اللاعب الأول الإستراتيجية A_1: $6q + 11(1-q)= 6q + 11 - 11q= 11- 5q$

نتيجة المباراة إذا استخدم اللاعب الأول الإستراتيجية A_2: $12q -6(1-q)= 12q – 6 + 6q= 18q - 6$

ومنه: $18q- 6 = 11- 5q$؛ ومنه: $23q =17$؛ ومنه: $q= 17/23$؛ ومنه: $1- q= 6/23$ (0.5 ن)

نتيجة المباراة: $168/23$ $=V_2= 6(17/23) + 11(6/23)= 168/23$ أو: $V_2= 12(17/23) - 6(6/23)= 168/23$ **(0.5 ن)**

التفسير: الأفضل للاعب الثاني أن يستخدم الإستراتيجية B_1 لـ 73,91% من وقت اللعب، والإستراتيجية B_2 لـ 26,09 % من الوقت، أو أنه إذا لعب 23 مرة، فإنه يستخدم الإستراتيجية B_1 لـ 17 مرة، والإستراتيجية B_2 لـ 6 مرات بشكل عشوائي، عندها سيحقق خسارة (168/23)، أي: 7.30، وهي أقل من الخسارة التي يحققها بالاستراتيجية الصافية بطريقة Minimax (وهي 11). **(0.5 ن)**

حل التمرين الثاني

1. التحقق من توازن مسألة النقل: (0.5 ن)

مجموع المتاح= 550 +450 +200 =1200؛ مجموع الاحتياج= 400 +300 +500 =1200.

بما أن مجموع المتاح= مجموع الاحتياج= 1200؛ إذن **مسألة النقل متوازنة.**

2. إيجاد النموذج الرياضي لمسألة النقل المعطاة. (01 ن)

دالة الهدف: $Z= Min(1x_{11}+ 4x_{12}+5 x_{13}+ 5x_{21}+ 7x_{22}+ 3x_{23}+ 10x_{31}+ 8x_{32}+9 x_{33})$

قيود العرض: $x_{11}+ x_{12}+ x_{13}= 550$ ؛ $x_{21}+ x_{22} + x_{23} = 450$ ؛ $x_{31} + x_{32} + x_{33} = 200$

قيود الطلب: $x_{11} + x_{21} + x_{31}= 400$ ؛ $x_{12} + x_{22} + x_{32} = 300$ ؛ $x_{13} + x_{23} + x_{33} = 500$

قيد عدم السالبية: $x_{ij} \geq 0$ ؛ i=1 ; 2 ; 3 و j= 1 ; 2 ; 3

3. إيجاد حل أولي بطريقة الركن الشمالي الغربي: (01 ن)

إلى / من	D_1	D_2	D_3	a_i المتاح
S_1	1 **400**	4 **150**	5	550
S_2	5	7 **150**	3 **300**	450
S_3	10	8	9 **200**	200
b_j الاحتياج	400	300	500	

الحل بطرقة الركن الشمالي الغربي:

$x_{11}= 400$؛ $x_{12}= 150$ ؛ $x_{22}= 150$ ؛ $x_{23}= 300$ ؛ $x_{33}= 200$

التكلفة الكلية الموافقة: (0.5 ن)

$CT= 1(400)+ 4(150)+ 7(150)+ 3(300)+ 9(200) = 4750$

اختبارمقبولية الحل الأولي: (0.5 ن)

$$m+ n-1= k$$

حيث: m عدد الأسطر؛ n عدد الأعمدة؛ k عدد الخلايا المشغولة (عدد المتغيرات الأساسية أو الداخلة في قاعدة الحل).

ومنه: $5= 5= 1- 3+ 3$، حيث أن عدد المتغيرات الأساسية= عدد الخلايا المملوءة= 5 خلايا.

ومنه الحل الأولي بطريقة الركن الشمالي الغربي مقبول، وبالتالي يمكن اختبار أمثليته وتحسينه إن لم يكن حل أمثل.

4. اختبار أمثلية الحل الأولي: (طريقة حجرالوطء)

عدد الخانات الفارغة (المتغيرات غير الأساسية أو خارج القاعدة)= 4 **(01 ن)**

x_{13} : $x_{13} \rightarrow x_{12} \rightarrow x_{22} \rightarrow x_{23} \rightarrow x_{13}$: $\delta_{13}= 5 - 4+ 7 - 3= +5 \geq 0$ لا يمكن التحسين

x_{21} : $x_{21} \rightarrow x_{22} \rightarrow x_{12} \rightarrow x_{11} \rightarrow x_{21}$: $\delta_{21}= 5- 7+ 4- 1= +1 \geq 0$ لا يمكن التحسين

x_{31} : $x_{31} \rightarrow x_{33} \rightarrow x_{23} \rightarrow x_{22} \rightarrow x_{12} \rightarrow x_{11} \rightarrow x_{31}$: $\delta_{31}= 10- 9+ 3 -7 +4 -1= 0 \geq 0$ لا يمكن التحسين

x_{32} : $x_{32} \rightarrow x_{33} \rightarrow x_{23} \rightarrow x_{22} \rightarrow x_{32}$: $\delta_{32}= 8 - 9 +3 - 7 = - 5 < 0$ يمكن التحسين

بما أحد فروق التكلفة سالب، فإن الحل الأولي بطريقة الركن الشمالي الغربي غير أمثل، وبالتالي يمكن تحسينه. **(0.5 ن)**

تحسين الحل الأولي:

يتم اختيار مسار الخانة x_{32} لأنها تحقق تغير في التكلفة سالب (-5)، ويتم تحريك كمية عبر المسار تساوي:

$$\text{Min}(200, 150)= 150 \quad \textbf{(0.5 ن)}$$

وعليه يصبح الحل المحسن: **(0.5 ن)**

إلى / من	D_1	D_2	D_3	a_i المتاح
S_1	1 **400**	4 **150**	5	550
S_2	5	7 ×	3 **450**	450
S_3	10	8 **150**	9 **50**	200
b_j الاحتياج	400	300	500	

الحل المحسن: $x_{11}= 400$؛ $x_{12}= 150$؛ $x_{23}= 450$؛ $x_{32}= 150$؛ $x_{33}= 50$.

والتكلفة الكلية: $\mathbf{CT'= 1(400)+ 4(150)+ 3(450)+ 8(150)+ 9(50)= 4000= 4750 – 5(150)= 4000}$

اختبار أمثلية الحل الأولي: (طريقة التوزيع المعدل)

الخطوة الأولى: البحث عن U_i وV_j للخانات المملوءة (المتغيرات الأساسية الداخلة في الحل)، والتي تحقق: **(0.5 ن)**

$$U_i+V_j= C_{ij}$$

x_{11}: $U_1+V_1= 1$, $U_1= 0 \Longrightarrow V_1= 1$

x_{12} : $U_1+V_2= 4$, $U_1=0 \Longrightarrow V_2= 4$

x_{22} : $U_2+ V_2= 7$, $V_2= 4 \Longrightarrow U_2= 3$

x_{23} : $U_2+V_3= 3$, $U_2= 3 \Longrightarrow V_3= 0$

x_{33} : $U_3+V_3= 9$, $V_3= 0 \Longrightarrow U_3= 9$

نكتب قيم U_i و V_j على جدول الحل الأولي:

إلى / من	D_1 $V_1= 1$	D_2 $V_2= 4$	D_3 $V_3= 0$	a_i المتاح
S_1 $U_1= 0$	1 **400**	4 **150**	5	550
S_2 $U_2= 3$	5	7 **150**	3 **300**	450
S_3 $U_3= 9$	10	8	9 **200**	200
b_j الاحتياج	400	300	500	

الخطة الثانية: نبحث عن فروق التكلفة δ_{ij} لكل الخانات الفارغة (المتغيرات خارج الحل وغير الأساسية)، بتطبيق العلاقة: **(0.5 ن)**

$$\delta_{ij} = C_{ij} - U_i - V_j$$

x_{13} : $\delta_{13} = C_{13} - U_1 - V_3 = 5 - 0 - 0 = 5 \geq 0$ لا يمكن تحسين الحل

x_{21} : $\delta_{21} = C_{21} - U_2 - V_1 = 5 - 3 - 1 = 1 \geq 0$ لا يمكن تحسين الحل

x_{31} : $\delta_{31} = C_{31} - U_3 - V_1 = 10 - 9 - 1 = 0 \geq 0$ لا يمكن تحسين الحل

x_{32} : $\delta_{32} = C_{32} - U_3 - V_2 = 8 - 9 - 4 = -5 < 0$ يمكن تحسين الحل

بما أن أحد فروق التكلفة سالب، فهذا يعني أن الحل الأول بطريقة الركن الشمالي الغربي ليس أمثل، وبالتالي يمكن تحسينه.

(0.5 ن)

تحسين الحل الأولي:

يتم اختيار مسار الخانة x_{31} لأنها تحقق تخفيض في التكلفة(-5) لكل وحدة منقوقة من المواد، ويتم تحريك كمية عبر مسار مغلق ينطلق من الخانة x_{31} ويعود إليها، الكمية المحركة تساوي: $\text{Min}(150, 200) = 1200$ **(0.5 ن)**

وعليه يصبح الحل المحسن: **(0.5 ن)**

إلى / من	D_1	D_2	D_3	a_i المتاح
S_1	1 — 400	4 — 150	5	550
S_2	5	7 — ×	3 — 450	450
S_3	10	8 — 150	9 — 50	200
b_j الاحتياج	400	300	500	

الحل المحسن: $x_{11} = 400$؛ $x_{12} = 150$؛ $x_{23} = 450$؛ $x_{32} = 150$؛ $x_{33} = 50$.

والتكلفة الكلية: $CT' = 1(400) + 4(150) + 3(450) + 8(150) + 9(50) = 4000 = 4750 - 5(150) = 4000$

التمرين الثالث

1. وجود اتجاه عام في السلسلة الزمنية: (01 ن)

بما أن معامل الارتباط R يساوي 0.9230 (أي 92.30 %) قريب جدا من الواحد، مما يعني أن هناك علاقة ارتباط قوية جدا وموجبة بين المبيعات (متغير تابع) والزمن بالسنوات (متغير مستقل)، وبما أن معامل التحديد R^2 يساوي 0.852 (أي 85.20 %)، مما يعني أن متغير الزمن يفسر 85.20% من التباين والتقلب في المبيعات، وباقي النسبة (14.80%) تعود لعوامل أخرى لا يأخذها النموذج في الاعتبار. ومنه نستنتج أنه يوجد اتجاه عام لتطور المبيعات بدلالة الزمن بالسنوات.

2. التنبؤ بكمية مبيعات سنة 2025 باستخدام طريقة الانحدار الخطي: (0.75 ن)

$\hat{y}_{2025} = y(t = 11) = 71{,}54\ (11) + 94 =$ طن 880,94

3. التنبؤ بكمية مبيعات سنة 2025 بطريقة المتوسطات المتحركة البسيطة من الرتبة 4: (0.75 ن)

$mm_4\ (2024) = mm_4(10) = (890 + 660 + 750 + 510)/4 =$ طن 702,5

ومنه المبيعات المتوقعة لسنة 2025 بطريقة المتوسطات المتحركة من الرتبة 4 هي: 702.5 طن.

4. التنبؤ بكمية مبيعات جانفي 2025 بطريقة المتوسطات المتحركة المرجحة من الرتبة 3: (0.75 ن)

$mmp_3\ (2024) = 0.50(890) + 0.30\ (660) + 0.20\ (750) =$ طن 793

ومنه المبيعات المتوقعة لسنة 2025 بطريقة المتوسطات المتحركة المرجحة من الرتبة 3 هي: 718 طن.

5. التنبؤ بكمية مبيعات 2025 باستخدام طريقة التمهيد الأسي، مع معامل تمهيد α= 0,30: (01 ن)

$$\hat{y}_i = \hat{y}_{i-1} + \alpha(y_{i-1} - \hat{y}_{i-1})$$

$\hat{y}_i$: تنبؤ الفترة الجديدة i؛ $\hat{y}_{i-1}$: تنبؤ الفترة السابقة i-1؛ y_{i-1}: الفعلي للفترة السابقة i-1؛ α: معامل التمهيد (يساوي 0.30).

يمكن كتابة المعادلة السابقة كما يلي: $\hat{y}_i = \alpha\, y_{i-1} + (1-\alpha)\, \hat{y}_{i-1}$

$$\hat{y}_{2023} = 700 \text{ طن (معطى)}$$

$$\hat{y}_{2024} = 700 + 0{,}30(660 - 700) = 688 \text{ طن}$$

$$\hat{y}_{2025} = 688 + 0{,}30\,(890 - 688) = 748{,}60 \text{ طن}$$

ومنه المبيعات المتوقعة لسنة 2025 بطريقة المتوسطات المتحركة من الرتبة 4 هي: 748.60 طن.

6. المقارنة بين طرق التنبؤ المستخدمة وأيها أفضل: (1.75 ن)

طريقة الانحدار الخطي: تناسب نماذج التنبؤ في المدى الطويل (عادة سنوات)، مع وجود اتجاه عام للسلسلة الزمنية، أي يكون معامل الارتباط مرتفع وقريب من +1 أو -1، ويكون معامل التحديد مرتفعان وقريب من 1.

طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة: تناسب البيانات مستقرة وتفتقر إلى اتجاه عام قوي أو موسمية، حيث تعمل على تخفيف التغيرات العشوائية (تمهيد أو تنعيم السلسلة)، وإبراز الأنماط الكامنة للتنبؤات قصيرة المدى، خاصةً عندما لا تكون هناك تغيرات سريعة وكبيرة. وهي الأنسب لمبيعات لسلع ذات الطلب الثابت، حيث لا يختلف الطلب الحديث عليها اختلافًا كبيرًا عن المعتاد. لكن يعيب عليها أنه تعطي نفس الوزن للمبيعات القديمة والحديثة، مع أن المبيعات المستقبلية عادة ما تكون أقرب للمبيعات الأحدث.

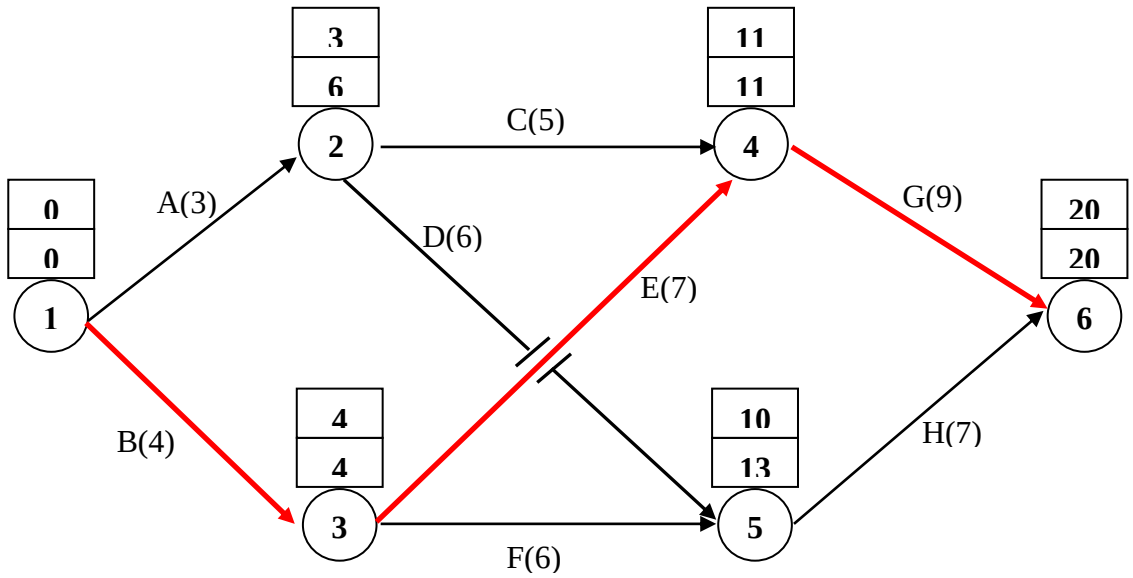
طريقة المتوسطات المتحركة المرجحة: أكثر استجابة للمبيعات في الفترات الأحدث، حيث يعطي لها أوزان أكبر، إلا أن استخدامه يتطلب مجموعة دقيقة من الأوزان للفترات، وهو ما يصعب تقديره.

التمهيد الأسي: يُعطي وزنًا أكبر للمبيعات الحديثة. فهو يُنعّم التقلبات بفعالية ويكشف الأنماط الكامنة لفترات زمنية مختلفة، من التقلبات قصيرة الأجل إلى الاتجاهات طويلة المدى. لكنه قد يواجه صعوبات في التنبؤات بعيدة المدى أو التغيرات الكبيرة والمفاجئة في المبيعات.

طريقة التنبؤ الأفضل: بما أن السلسلة الزمنية طويلة المدى (سنوات)، وأنه يوجد اتجاه عام قوي (معامل ارتباط مرتفع جدا، معامل تحديد مرتفع جدا)، فإن أفضل طريقة للتنبؤ بالمبيعات هي طريقة الانحدار الخطي.

التمرين الرابع: (6 نقاط)

رسم شبكة الأعمال: (02.5 ن)



ملاحظة:

تم وضع الوقت المبكر في مربع سفلي والوقت المتأخر في مربع علوي فوق دائرة كل حدث، وهذا حتى لا يكون حجم دائرة كل حدث كبير، إذا ما وضعنا فيه رقم الحدث والوقت المبكر والوقت المتأخر كما تم الحل على السبورة. **(02 ن)**

إذن: الأنشطة الحرجة هي: B، E، G. **(0.5 ن)**

ومنه: **المسار الحرج (يوجد مسار حرج واحد فقط):** G ← E ← B. **(0.5 ن)**

زمن المشروع (دراسة التسوق)= 4 + 7 + 9 = 20 يوم. **(0.5 ن)**