

## حل المراجعة في الأعمال التطبيقية

### جدول البيانات:

توجد 4 متغيرات (المواد): متغيرات كمية قياسية (Scale (Echelle)، أما متغير الطلبة فهو متغير اسمي Nominale. حجم العينة:  $n=9$ ، كل طالب يمثل في فضاء شعاعي  $R^4$  (بعد الفضاء الشعاعي = عدد المواد = 4).

### جدول (01): اختبار التوزيع الطبيعي للمتغيرات الأربعة (المواد)

باستخدام اختبار Kolmogorov-Smirnov، وبما أن مستوى دلالة الاختبار Sig لكل متغير (مادة) أكبر من 0.05، وهو مستوى المعنوية المعتمد لهذه الدراسة. إذن المتغيرات (المواد) تتبع التوزيع الإحصائي الطبيعي.

### جدول (02): مصفوفة الارتباطات بين المتغيرات (المواد): Correlation Matrix

نلاحظ وجود ارتباطات عالية جدا (بين الرياضيات والفيزياء؛ وبين الفرنسية والإنجليزية)، كما أن قيمة المحدد تساوي:  $0.00001208$  ( $Determinant = 1,208E-5$ )، وهي أقل بكثير من 0.0001، وبالتالي يتوجب علينا أن ننظر في المواد التي قيمة معامل الارتباط بينها أعلى من 0.80 ونحذف إحداها، ثم نعيد التحليل. كما نتوقع أن الرياضيات والفيزياء ستشكل المركبة/العامل الأول، والفرنسية والإنجليزية ستشكل المركبة/العامل الثاني، أي نتوقع وجود مركبتين/عاملين يغطيان معظم التباين الكلي (= عدد المواد = 4).

### جدول (03): KMO and Bartlett's Test

يتضح من الجدول بأننا قد حصلنا على قيمة قياس KMO، تساوي 0.489، وهي أقل من 0.5، وهذا يدل على عدم كفاية حجم العينة (9 طلبية غير كافي: يجب زياد حجم العينة)، كما نجد أن قيمة مستوى الدلالة لاختبار بارتلت تساوي 0.000، وهي أقل من 0.05، وهذا يؤكد على وجود علاقة دالة إحصائية بين المتغيرات، وأن مصفوفة الارتباطات ليست مصفوفة الوحدة، وبذلك يمكن إجراء التحليل العاملي.

### جدول (04): جدول بواقي الإنحدار Residuals Statistics

يسمح باختبار غياب القيم الشاذة بواسطة مسافة Mahal مثلا، نلاحظ في سطر Mahal. Distance، أن أقصى مسافة (القيمة التي يمكن أن تكون شاذة) هي 7.084، وهي أقل من 15 (الحد الأقصى في حالة العينات الصغيرة:  $n=9$ )، ومنه نستنتج أنه لا توجد قيم شاذة في البيانات المعطاة.

### جدول (05): Communalities: الاشتراكيات أو الشيوخ:

تمثل التباين في المتغير (المادة) والذي تفسره كل المركبات المستخلصة، وبما قيمها كبيرة جدا (0.999)، فهي تكاد تتطابق مع التباين المعياري الكلي لكل مادة (= 1)، لذلك دليل على أن المركبات تمثل المتغيرات تمثيلا جيدا.

### جدول (06): Total Variance Explained: التباينات الكلية المفسرة

ونلاحظ أنه تم استخلاص مركبتين/ عاملين، لأن الجذر الكامن لكل منهما أكبر من 1 (المحدد من طرفنا)، الجذر الكامن للمركبة/ العامل الأول يساوي 2.876، وهو أكبر من 1، ونسبة تفسيره للتباين:  $71.89\% = 4 \div 2.876$ ، أما المركبة/العامل الثاني فجزره الكان يساوي 1.12، ونسبة تفسيره للتباين:  $27.99\% = 4 \div 1.12$ ، ومنه نسبة التباين المتراكم للمركبتين يساوي 99.88% (قريبة من 100%).

### الشكل (01): الرسم البياني سكري Scree Plot

نلاحظ وجود مركبتين (2 على المحور الأفقي)، يكون الجذر الكامن أو القيمة الذاتية لكل منهما أكبر من 1 (المحدد من طرفنا)، بعدهما يصبح الرسم أفقي تقريبا، أن أن مركبتان/عاملان فقط يستحوذان على معظم التباين الكلي للمتغيرات (المواد) الأربعة.

### الجدول (07): Component Matrix مصفوفة المركبات/العوامل قبل التدوير:

تتضمن تشبعات المتغيرات على المركبات (وهي معاملات ارتباط)، نتوقع من هذه المصفوفة أن كل المواد ستشكل المركبة الأولى، لأن معامل الارتباط بين المادة والمركبة الأولى مرتفع ( $> 0.75$ )، لكن ذلك مجرد توقع، ويجب القيام بالتدوير في المرحلة التالية.

### الجدول (08): Rotated Component Matrix مصفوفة المركبات بعد التدوير:

بعد التدوير اتضح أن تشعب (معامل ارتباط) الرياضيات والفيزياء على المركبة الأولى ارتفع كثيرا (0.99 و 0.95)، وصار منخفضا جدا مع المركبة الثانية ( $> 0.3$  أو = 0.3)، مما يعني أن الرياضيات والفيزياء يشكلان المركبة الأولى (المواد التقنية)، كما أن بعد التدوير صار تشعب (معامل ارتباط) الفرنسية والإنجليزية على المركبة الثانية مرتفعا كثيرا (0.99 و 0.92)، وصار منخفضا جدا مع المركبة الأولى ( $> 0.30$  أو = 0.389)، مما يعني أن الفرنسية والإنجليزية يشكلان المركبة الثانية (المواد اللغوية)، ومن أسفل الجدول نجد عدد مرات التدوير (iterations) = 3، أي أنه تم الوصول للمركبتين بسرعة.

### الجدول (09): Component Transformation Matrix مصفوفة تحويل المركبات:

تتضمن معاملات الارتباط بين المركبات المستخلصة قبل وبعد التدوير، وكلما انخفضت دلت على قوة التدوير، وبالتالي مساهمته الكبيرة في استخلاص وتمييز المركبتين، وبما أن المعاملات في الجدول مرتفع نوعا ما (0.727 و 0.687)، فذلك يدل على أن التدوير لم يساهم في إحداث تغييرات على المركبات الأولية المستخلصة، لأنه من مجرد ملاحظة مصفوفة الارتباطات أو التشعبات، يمكننا استنتاج وجود مركبتين رئيسيتين.

### الشكل (02): إسقاط المتغيرات (المواد) على مستوي المحاور (المركبتين)

نلاحظ أن مادتي الرياضيات Maths والفيزياء Phys تقعان بجوار المحور الأفقي (المركبة الأولى Component 2)، لأن معامل ارتباطهما مرتفع مرع المركبة الأولى وضعيف مع المركبة الثانية (على المحور العمودي)، وهو ما يجعلهما متشابهتان (مواد تقنية)، أما مادتي الفرنسية Franç والإنجليزية Angl، فتقعان بالقرب من المحور العمودي (المركبة الثانية Component 2)، وهو ما يجعلهما مواد متشابهة (مواد لغوية)، وهذا ما جعلنا نكون تركيبة خطية أولى من Maths وPhys، وتركيبة خطية ثانية من Franç وAngl.

### الشكل (03): إسقاط الطلبة على مستوي المحاور (المركبتين)

يمثل الشكل احداثيات الطلبة ( $n=9$ ) في معلم مستوي محوريه المركبتين المستخلصتين (مركبة أولى للمواد التقنية على المحور الأفقي، ومركبة ثانية للمواد اللغوية على المحور الأفقي، والطلبة يمثلون بنقاط، ونجد أن الطالب didi قريب من المحور الأفقي، مما يدل على تفوقه في المواد التقنية، والطالبة Moni قريبة من الزاوية العوية اليمنى، مما يدل على تفوقها في المواد التقنية واللغوية معا، والطالب Anni قريب من يسار المحور الأفقي، مما يدل على ضعفه في المواد التقنية، والطلبتين Andr وJean يقع بالقرب من أسفل المحور العمودي، مما يدل على ضعفهما في المواد اللغوية. وبنفس الطريقة يمكن التعليق على بقية الطلبة ووضعيتهم بالنسبة للمواد التقنية والمواد اللغوية. أي أن تحليل المركبات يسمح بتفسير البيانات (المتغيرات: المواد) والتمثيل البياني والتصنيف للمفردات (الطلبة)، من خلال الانتقال من فضاء شعاعي ذو بعد  $p=4$  ( $R^4$ ) إلى فضاء شعاعي جزئي ذو عد  $k=2$  ( $R^2$ ).

### الجدول (10): Component Score Covariance Matrix مصفوفة التباينات المشتركة بين المركبات/العوامل

يتبين من الجدول أن التباين المشترك بين المركبتين/العاملين المستخلصين يساوي 0، مما يعني أنهما مستقلان تماما (هندسيا: متعامدان)، كما أن تباين كل مركبة/عامل مستخلص يساوي 1، وهو متوقع لأن المركبتان يتبعان توزيع طبيعي معياري.