المدة: ساعة ونصف

السنة الثالثة علوم التسيير تخصص إدارة الأعمال

أسئلة امتحان مقياس تحليل البيانات:

السبت: 2025/05/10

الجواب الأول: (08 نقاط لكل سؤال 1 ن)

	1	2	3	4	5	6	7	8
(أ)					X			
(ب)	X			X			X	X
(ج)			X					
(د)		X				X		

الجواب الثاني: (12 نقطة)

1- حساب المتوسطات الحسابية والمصفوفة الممركزة وحساب التباين (1.5 ن)

	X_1	X_2	X_3
1	12	11	11
2	10	9	15
3	13	8	13
4	9	12	13
G	**11**	**10**	**13**

	X_1	X_2	X_3
1	1	1	-2
2	-1	-1	2
3	2	-2	0
4	-2	2	0
V	**2.5**	**2.5**	**2**

$$X_c = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$V = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n}$$

$$s = \sqrt{V}$$

2- حساب مصفوفة التباين والتباين المشترك وأثرها (التباين الإجمالي) (1.5 ن):

$$V = \frac{1}{n} X_c^T X_c = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.5 & -1.5 & -1 \\ -1.5 & 2.5 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$I_T = Trace(V) = 2.5 + 2.5 + 2 = 7$$

3- حساب القيم الذاتية والاشعة الذاتية المعيارية (6.5 ن):

$$\det(A - \lambda I) = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 2.5-\lambda & -1.5 & -1 \\ -1.5 & 2.5-\lambda & -1 \\ -1 & -1 & 2-\lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -\lambda^3 + 7\lambda^2 - 12\lambda = 0 \Rightarrow -\lambda(\lambda^2 - 7\lambda + 12) = 0 .....(02\,pts)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4(1)(12) = 1$$

$$\lambda_1 = 0, \lambda_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 - \sqrt{1}}{2} = 3, \lambda_3 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 + \sqrt{1}}{2} = 4 .....(1.5\,pts)$$

- **نرتب القيم الذاتية ترتيب تنازلي تصبح:** $\lambda_1 = 4, \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 0$
- **نحسب الاشعة الذاتية:**

$$(V - \lambda I)U = o \Rightarrow \begin{pmatrix} 2.5-\lambda & -1.5 & -1 \\ -1.5 & 2.5-\lambda & -1 \\ -1 & -1 & 2-\lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

لما $\lambda_1 = 4$ نجد:

$$\begin{cases} -1.5x_1 - 1.5x_2 - x_3 = 0 .....(1) \\ -1.5x_1 - 1.5x_2 - x_3 = 0 .....(2) \\ -x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 .....(3) \end{cases}$$

نضرب (3) في 1.5 ثم نطرحها من (2) نجد: $x_3 = 0$ وبالتعويض في (1) نجد: $x_2 = -x_1$ ومنه: $U_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ -x_1 \\ 0 \end{pmatrix} = x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

لحسب الشعاع المعياري نحسب طويلة الشعاع ثم نقسمه على مركباته نجد:

$$\left\|\vec{U}_1\right\| = \sqrt{(1)^2 + (-1)^2 + (0)^2} = \sqrt{2} = 1.41 \Rightarrow \vec{U}_1 = \frac{1}{1.41}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.709 \\ -0.709 \\ 0 \end{pmatrix} .....(1pts)$$

لما $\lambda_2 = 3$ نجد:

$$\begin{cases} -0.5x_1 - 1.5x_2 - x_3 = 0.....(1) \\ -1.5x_1 - 0.5x_2 - x_3 = 0.....(2) \\ -x_1 - x_2 - x_3 = 0.....(3) \end{cases}$$

نطرح (3) من (1) نجد: $x_2 = x_1$ نعوض في (2) نجد: $x_3 = -2x_1$ ومنه: $U_2 = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_1 \\ -2x_1 \end{pmatrix} = x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

حساب الشعاع المعياري: $\left\|\vec{U}_2\right\| = \sqrt{(1)^2 + (1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{6} = 1.41 \Rightarrow \vec{U}_1 = \frac{1}{2.44}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.409 \\ 0.409 \\ -0.819 \end{pmatrix} .....(1pts)$

لما $\lambda_3 = 0$ نجد:

$$\begin{cases} -2.5x_1 - 1.5x_2 - x_3 = 0.....(1) \\ -1.5x_1 - 2.5x_2 - x_3 = 0.....(2) \\ -x_1 - x_2 - 2x_3 = 0.....(3) \end{cases}$$

نطرح (2) من (1) نجد: $x_2 = x_1$ نعوض في (3) نجد: $x_3 = x_1$ ومنه: $U_3 = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_1 \\ x_1 \end{pmatrix} = x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

حساب الشعاع المعياري: $\left\|\vec{U}_2\right\| = \sqrt{(1)^2 + (1)^2 + (1)^2} = \sqrt{3} = 1.73 \Rightarrow \vec{U}_3 = \frac{1}{1.73}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.578 \\ 0.578 \\ 0.578 \end{pmatrix} .....(1pts)$

4- جدول نسبة مساهمة المحاور العاملية في التباين: (1 نقطة)

رقم المحور	القيم الذاتية	نسبة المساهمة في التباين	نسبة المساهمة التراكمي
F_1	4	$\frac{\lambda_1}{\sum \lambda_i} \times 100 = \frac{4}{7} \times 100 = 57.14\%$	$\frac{\lambda_1}{\sum \lambda_i} \times 100 = \frac{4}{7} \times 100 = 57.14\%$
F_2	3	$\frac{\lambda_2}{\sum \lambda_i} \times 100 = \frac{3}{7} \times 100 = 42.86\%$	$\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\sum \lambda_i} \times 100 = \frac{4+3}{7} \times 100 = 100\%$
F_3	0	$\frac{\lambda_3}{\sum \lambda_i} \times 100 = 0 \times 100 = 0.00\%$	
المجموع	7	100 %	

- وفق معيار كايزر وكذلك معيار نسبة التباين المفسر نختار المحورين العامليين F_1 و F_2

5- حساب مركبات المحورين العامليين F_1 و F_2: (1.5 نقطة)

$$F_1 = X_c.\vec{U}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0.709 \\ -0.709 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2.836 \\ -2.836 \end{pmatrix}, F_2 = X_c.\vec{U}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0.409 \\ 0.409 \\ -0.819 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.456 \\ -2.456 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$