

محاضرات فى الإقتصاد القياسى
لطلبة معهد البحوث والدراسات العربية (ماجستير قتصاد)

إعداد

أ.د/ ثامر محمود العانى

مفردات مادة الإقتصاد القياسى

ماجستير اقتصاد

معهد البحوث والدراسات العربي

١- مفهوم الإقتصاد القياسى وعلاقته بالعلوم الأخرى

- أهداف الإقتصاد القياسى
- منهج الإقتصاد القياسى (مراحل بناء نموذج إقتصاد قياسى)
- ٢- تحليل الإنحدار وقياس العلاقات الإقتصادية

- الإنحدار والعلاقة السببية
- الصياغة الرياضية للعلاقة بين المتغيرات الإقتصادية
- الشكل الإنتشارى
- أهداف تحليل الإنحدار والإرتباط

٣- نموذج الإنحدار الخطى البسيط Simple Linear Regression

- سمات معادلة الإنحدار الخطى البسيط
- تقدير معادلة خط الإنحدار
- تقدير المعلمات بطريقة المربعات الصغرى OLS
- مماليل التحديد R^2
- اختبار t
- اختبار F
- جدول تحليل التباين (ANOVA)

٤- نموذج الإنحدار الخطى المتعدد Multiple Linear Regression

- سمات النموذج
- تقدير النموذج
- معامل التحديد R^2
- اختبار t

• اختبار F

• جدول تحليل التباين

٥- مشاكل الإقتصاد القياسى

• مشكلة الارتباط الذاتى Autocorrelation

• مشكلة التداخل الخطى المتعدد Multicollinearity

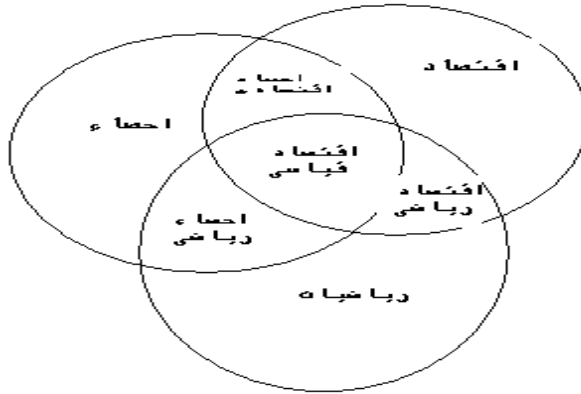
• مشكلة عدم تجانس التباين Heteroscealasticity

١- مفهوم الإقتصاد القياسى Econometrics

يعتبر الإقتصاد القياسى أسلوب من أساليب التحليل الإقتصادى الكمى، يهتم بصياغة وتقدير واختيار وتحليل النماذج الإقتصادية مستخدماً النظرية الإقتصادية والإحصاء والرياضيات، بهدف إختيار النظريات الإقتصادية المختلفة من ناحية والمساعدة فى عملية إتخاذ القرارات ووضع السياسات الإقتصادية من ناحية أخرى.

١-٢ علاقة الإقتصاد القياسى بالعلوم الأخرى

يمكن ملاحظة العلاقة بين الإقتصاد القياسى والعلوم الأخرى من خلال الشكل رقم (١).



شكل رقم (١-١) العلاقة بين الإقتصاد القياسى والعلوم الأخرى

حيث نلاحظ أن الإقتصاد القياسى ناتج من حاصل تفاعل ثلاث علوم أساسية هى الإقتصاد والإحصاء والرياضيات، إن الإقتصاد القياسى يختلف عن الإقتصاد الرياضى Mathematical Economics فى أنه يحتوى فى النماذج القياسى Econometric

Model على المتغير العشوائى Random Variable (سنأتى على توضيحه لاحقاً) بينما تكون نماذج الإقتصاد الرياضى Econometric Model Mathematical محددة (مضبوطة) Extra or deterministic form فى صيغتها، كما يختلف الإقتصاد القياسى عن الإحصاء الإقتصادى Economic Statics فى أنه يهتم بتقدير النماذج إحصائياً واختيارها للتأكيد عن حسن مطابقتها للواقع ومن ثم استعمالها بهدف تحقيق أهداف النموذج القياسى بينما يهتم الإحصاء الإقتصادى بأساليب جمع وإعداد وتصنيف البيانات الإقتصادية.

كذلك يختلف الإقتصاد القياسى عن الإحصاء الرياضى Statics Mathematical فالبيانات الإقتصادية غير مختبرية Mon experimental data إذ أنه لا يمكن الحصول عليها بإجراء تجارب متحكم فيها، وبالتالي فإنها لا تستوفى الفروض العشوائية Random assumption الأساسية اللازمة لاستخدام الإحصاء الرياضى على الرغم من أن الإحصاء الرياضى يجهز الإقتصاد القياسى بأدوات تحليلية تستخدم فى دراسة العلاقات بين المتغيرات الإقتصادية وبطرق خاصة فى معالجة الأخطاء فى قياسات تلك المتغيرات.

١-٣ أهداف الإقتصاد القياسى

يهدف الإقتصاد القياسى إلى تحقيق ثلاثة أهداف هى:

- ١- اختيار النظريات الإقتصادية والتحقق من مدى انطباق هذه النظرية مع الواقع الفعلى، ومن ثم يمكن قبولها أو رفضها أو تعديلها والتوصل إلى نظرية أقتصادية جديدة.
- ٢- المساعدة فى عملية اتخاذ القرارات الإقتصادية من خلال توفيره لتقديرات كمية للعلاقات الإقتصادية بين المتغيرات، فالإقتصاد القياسى يمكنه توفير مثلاً تقديرات عن مرونتين العرض والطلب، وأن هذه التقديرات تعتبر مهمة فى عملية اتخاذ القرارات الإقتصادية.
- ٣- المساعدة فى وضع وتقييم السياسات الإقتصادية من خلال توفيره التنبؤات عن المتغيرات الإقتصادية فى المستقبل.

١-٤ منهج الإقتصاد القياسى Economics Methodology of

يتحدد منهج الإقتصاد القياسى فى بناء النموذج الإقتصادى القياسى بالمراحل الخمسة التالية:

١- المرحلة الأولى: مرحلة التوصيف Stay Specification فى هذه المرحلة يتم الإعتماد على النظرية الإقتصادية والإقتصاد الرياضى لتحديد العلاقة بين المتغيرات التى تتعلق بالمشكلة المراد البحث فيها وصياغتها رياضياً، فمثلاً أن نظرية الإستهلاك الكينزية تحدد أن الإنفاق الإستهلاكى يعتمد على الدخل المتاح للإتفاق، هذه النظرية يمكن التعبير عنها فى شكل رياضى كما يلى :

$$Y = b_0 + b_1 X \dots\dots\dots 1-1$$

1- Keynes J..M, The General Theory of Embayment, interot and Money, Harcourt Brace Govanovich, inc New york, 1936.p.96

حيث أن :

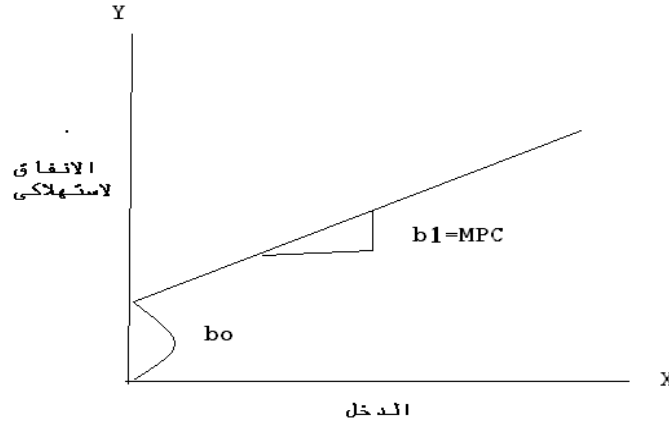
Y: الإنفاق الإستهلاكى (المتغير التابع أو المعتمد Dependent Variable)

X: الدخل المتاح للإتفاق (المتغير المستقل Independent Variable أو المتغير التفسيرى (Explanatory Variable).

b₀: معامل التقاطع Intercept coefficient ويمثل حد ثابت أو قيمة y عندما y=0 وهو الإستهلاك المستقل (التلقائى).

B₁: معامل الإنحدار Regression Coefficient ويمثل ميل الدالة slop وهو الميل الحدى للإستهلاك (Marginal Propensity to consume (MPC) ويكون أكبر من الصفر وأصغر من واحد.

وتشير النظرية الإقتصادية إلى أن هناك علاقة طردية موجبة بين الدخل المتاح للإتفاق الإستهلاكى، أى إذا زاد الدخل المتاح للإتفاق سوف يزداد الإنفاق الإستهلاكى والعكس صحيح، إن المعادلة (١-١) عبارة عن مثال للنموذج الرياضى أى بمعنى هناك علاقة مضبوطة (محددة) بين Y و X. والمحاولة (١-١) يمكن أن تمثل بالشكل التالى:



الشكل رقم (٢-١) دالة الإنفاق الكينزية

اقتصادية، فإن الإنفاق الاستهلاكية لا يعتمد فقد على الدخل المتاح للإنفاق ، وإنما يتأثر بالعديد من المتغيرات الاقتصادية وغير الاقتصادية مثل العادات والتقاليد والدين والمستوى الثقافي والاجتماعي^(١) هذه المتغيرات يصعب أخذها في الاعتبار بوضوح لصعوبة قياسها كمياً من ناحية، وللسماع للعلاقات غير المضبوطة (غير المحدودة) inexact بين المتغيرات الاقتصادية من ناحية ثابتة، عدل المختصون في الإقتصاد القياسي (Econometricians) العلاقة المحددة لدالة الإنفاق رقم (١-١) deterministic consumption function بالشكل التالي:

$$Y = b_0 + b_1X + U \text{ ---(2-1)}$$

حيث أن ما تمثل حد الخطأ أو القلق disturbance or error term

والذى يمثل المتغير العشوائى (التصادقى) Random (stochastic) variable

وأن U تشمل كل هذه المتغيرات التى تؤثر الإنفاق الاستهلاكي وليس يصعب أخذها في الاعتبار بوضوح. أن المعادلة رقم (٢-١) تمثل نموذج اقتصاد قياسي .

٢-المرحلة الثانية: مرحلة جمع البيانات Data Collection Stage

فى هذه المرحلة يتم جمع البيانات عن الإنفاق الاستهلاكي Y والدخل المتاح للإنفاق X

٣-المرحلة الثالثة: مرحلة التقدير Estimation Stage

بعد مرحلتى التوصيف وجمع البيانات يتم تقدير قيم معاملات النموذج (b_0, b_1) وذلك من خلال إختيار الأسلوب القياسى المناسب.

Appropriate Econometric technique بعد التأكد من شروط التشخيص
 Conditions Identification ومشكلة التجميع Aggregation Problem والتعدد الخطى
 (الإرتباط الخطى المتعدد) Multicollinari by Problem ومشكلة الإرتباط الذاتى Auto
 correlation ومشكلة عدم ثبات (تماشى) Heterosce dosticity ومن أكثر الطرق
 القياسية شيوعاً طريق المربعات الصغرى الإعتيادية (OLS) Ordinary Least Squares
 وبإجراء تحليل الإنحدار على المعادلة رقم (١-٢) يتم الحصول على المعادلة المقررة التالية :

$$\hat{y} = b^0 + b^1 \quad (3-1)$$

حيث أن :

$\hat{y}$: hot (قيمة) وهى تشير إلى القيمة التقديرية

$\hat{y}$: القيمة المقررة لـ y

$b^0 = b^0$

$b^1 = b^1$

٤- المرحلة الرابعة: مرحلة التقييم للتقديرات Evaluation of estimates بعد تقدير

معلومات النموذج القياسى، تأتى مرحلة التقييم وذلك من أجل تحديد المعولية

Reliability على نتائج التقديرات ولأجل تحقيق ذلك هناك ثلاثة معايير Criteria

أ- معيار المعلومات الإقتصادية المسبقة: Economic Apriori Criteria

يختص هذا المعيار ببيان موطن اتفاق الإشارات والقيم المقررة لمعاملات إنحدار النموذج القياسى مع مثيلاتها فى النظرية الإقتصادية، فإذا كانت الإشارات والقيم المقدرة لا تتحقق مع مثيلاتها فى النظرية الإقتصادية، فإن النموذج القياسى المقدر يجب أن يعدل أو يرفض.

ب-المعيار الإحصائي: اختبارات الدرجة الأولى: First-Order Statistical Criteria tests

تحدد هذه الاختبارات بموجب النظرية الإحصائية من أجل تقييم المعولية الإحصائية Statistical reliability لتقديرات معالم Parameters النموذج (b_0, b_1) القياسى، وهذه الاختبارات هي :

١- معامل التحديد R^2 : Coefficient of determination والذي يوضح مقدار ما يفسره المتغير أو (المتغيرات) المستقلة X من التغير الحاصل فى المتغير التابع (المعتمد) y ويتراوح بين الصفر والواحد الصحيح.

٢- اختبار t (t - test) والذي يستخدم فى اختبار معنوية معالم الانحدار المقدرة b_0, b_1 والذي يعتمد على الانحراف المعياري Standard divination أو الخطأ المعياري standard error.

٣- اختبار F (F - test) والذي يستخدم فى اختبار معنوية معادلة الانحدار المقدرة.

ج- معيار الإقتصاد القياسى: اختبارات الدرجة الثانية

Econometric criteria : Second-order test

يستخدم هذا المعيار كاختبارات من الدرجة الثانية (أى اختبارات على الاختبارات الإحصائية) as test of the statistical test أى أنها تحدد مدى المعولية reliability على المعيار الإحصائي، وهذه الاختبارات تساعدنا فى معرفة مدى تمنع التقديرات بالخصائص المرغوبة لعدم التحيز unbiasedness والاتساق Consistency.

تواجه الإقتصاد السياسى مشاكل عديدة منها مشكلة الارتباط الذاتى Autocorrelation والخاصة بالمتغير العشوائى (التي سنأتى عليها لاحقاً) وفرض اختبار هذه المشكلة نستخدم اختبار يدعى اختبار دورين واتس Durbin-watson test ونستخدم إحصاءة d (The d) statistic كمعيار اقتصاد قياسى فى تقييم نتائج التقديرات، والمشكلة الثانية التي تواجه بناء النموذج القياسى هي مشكلة عدم تجانس التباين Heterosceba sticity والخاصة بالمتغير العشوائى أيضاً (التي سنأتى عليها لاحقاً) ونستخدم اختبارات كثيرة للتأكد من وجود هذه

المشكلة ومن أهمها معامل ارتباط الرتب لسبيرمان Spearman's rank correlation coefficient أما المشكلة الثالثة فهي مشكلة الارتباط الخطى التام Multicollinearity ومن أهم الاختبارات التى تستخدم فى الكشف عنه هو اختبار The Fomarr-glauber test. وأخيراً يجب استعمال المعايير أعلاه، الإقتصادية والإحصائية والقياسية مثل قبول أو رفض التقديرات estimates.

٥- المرحلة الخامسة: مرحلة التطبيق The application stage

فى هذه المرحلة يتم تطبيق أهداف النموذج وهى :
أ- التنبؤ.

ب- تقييم السياسة الإقتصادية القائمة.

ج- تحليل الهيكل الإقتصادى القائم.

٥-١ الخصائص المرغوبة للنموذج القياسى

Desirable Properties of an Econometric Model

١- القبول النظرى Theoretical Plausibility

يجب أن يكون النموذج منسجم مع افتراضات النظرية الإقتصادية، وكذلك يجب أن يصفها بشكل كاف.

٢- القدرة التفسيرية Explanatory ability

يجب أن يكون النموذج قادر على تفسير السلوك الفعلى للمتغيرات الإقتصادية، وكذلك يجب أن يكون منسجم مع السلوك المشاهد (الملاحظ) للمتغيرات الإقتصادية للعلاقة المدروسة.

٣- الدقة فى تقدير المعلمات Accuracy of the estimates parameters

تقدير المعاملات (coefficients) يجب أن يكون وثيق ويقترب من المعلمة الحقيقية (true parameters) للمجتمع الإحصائى، وأن هذه التقديرات يجب أن تحمل الخصائص المرغوبة وهى عدم التحيز، الإتساق والكفاءة (Efficiency) .

٤- القدرة على التنبؤ Ability forecasting

يجب أن يعطى النموذج تنبؤات مقنعة للتغيرات الإقتصادية فى المستقبل.

٥-البساطة Simplicity

يجب أن يمثل النموذج القياسى الظاهرة الإقتصاديةلمدرسة فى أبسط شكل وفى أقل عدد من المعادلات الرياضية.

٦-١ مكونات النموذج القياسى

فيما يلى مثال لنموذج اقتصاد قياسى كلى (نموذج كينزى) يوضح المفاهيم الأساسية للإقتصاد القياسى.

$$C_t = b_0 + b_1 (y_t - T_t) + U_1 \text{-----} 1$$

$$L_t = a_0 + a_1 y_{t-1} - 1 \text{-----} 2$$

$$T_t = O_0 + O_1 y_t \text{-----} 3$$

$$Y_t = C_t + I_t + G_t \text{-----} 4$$

$$G_t = G_t \text{-----} 5$$

حيث أن :

C_t : الاستهلاك فى السنة t

Y_t : الدخل فى السنة t

T_t : الضرائب فى السنة t

L_t : الإستثمار فى السنة t

Y_{t-1} : الدخل فى السنة t-1

G_t : الانفاق الحكومى فى السنة t

b_0 : الاستهلاك التلقائى (عندما $y_t - T_t = 0$) ويكون موجب

b_1 : الميل الحدى للإستهلاك وتكون قيمة أكبر من صفر وأصغر من ١

a_0 : الاستثمار التلقائى (عندما $y_{t-1} = 0$) ويكون موجب

a_1 : الميل الحدى للإستثمار ويكون أكبر من صفر

D_0 : الضرائب (عندما يكون $y_t = 0$)

D_1 : الميل الحدى للضرائب وتكون قيمته أكبر من صفر وأصغر من ١

وأن $D_1, D_0, a_1, a_0, b_1, b_0$ تمثل معالم النموذج ينبغي تحديد قيمها باستخدام الطرق القياسية في التقدير مثل طريقة

نموذج الانحدار الخطي Linear Regression Model

النموذج هو تمثيل رمزي مبسط للعالم الحقيقي قائم على مجموعة من الافتراضات، وتعتمد البحوث العلمية على استخدام النماذج .

- ويمكن التعبير عن العلاقة السببية بين x و y كنموذج خطي يطلق عليه معادلة خط الانحدار البسيط simple linear regression model وتتخذ الصيغة التالية:

$$Y_i = \alpha + B x_i + e_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

e_i : حد الخطأ العشوائي

على سبيل المثال :- إذا كان الاستهلاك y دالة للدخل x فإذا كان الاستهلاك يرتبط بعلاقة مضبوطة تماما بالدخل فيمكن كتابة الصيغة الخطية للدالة كما يلي :-

$$Y_i = \alpha + B x_i$$

ولكن هذا بعيد عن الواقع إذ لا يمكن أن تحدث علاقة مضبوطة تماما في كل محاولة من المحاولات .

لذلك لابد من إضافة حد جديد يطلق عليه حد الخطأ العشوائي error term الذي يرمز له بالرمز (e) والذي يمثل خطأ المشاهدة والحساب.

وعليه يمكن التعبير عن العلاقة بين الدخل والاستهلاك بمعادلة خط الانحدار الخطي البسيط الآتية :

$$Y_i = \alpha + B x_i + e_i$$

ميررات إضافة حد الخطأ :

هناك مجموعة من الأسباب التي تدعو لإدخال حد الخطأ العشوائي أهمها:-

١- صعوبة إدخال كافة المتغيرات المؤثرة في الظاهرة

يتأثر المتغير الإقتصادي بعدة عوامل، فمثلا يتأثرالإستهلاك بمستوى الدخل ومستوى الأسعار والاصول السائلة ومعدل الفائدة وغيرها من العوامل والمتغيرات التي لايمكن حصرها حصرا دقيقاً، وهكذا يتضمن المتغير العشوائى كل الآثار المتجمعة من العوامل الأخرى المحذوفة والمتروكة بسبب جهل الباحث بها أو صعوبة قياسها أو عدم توفر بيانات عنها أو لضآلة تأثيرها.

٢-صعوبة تحديد سلوك البشر والتنبؤ به مسبقا

يمكن تقسيم السلوك الإنسانى إلى :

- أ- سلوك يمكن التنبؤ به من خلال النمط العام (التكرار) الذى يمارسه السلوك الإنسانى.
- ب-سلوك أو تصرفات تتسم بطابع العشوائية ولايمكن التنبؤ بها ويتأثر هذا السلوك بإرادة الإنسان وتطور عقليته وعاداته وأذواقه وتقاليده.
- فنلاحظ على سبيل المثال هناك عدة عوامل لها دخل متساوى وعدد أفراد متساوى وأعمار متساوية إلا أن مقدار الإستهلاك يتفاوت من أسرة إلى أخرى.

٣-أخطاء فى قياس المتغيرات

يصعب فى كثير من الأحيان قياس المتغيرات الإقتصادية بدقة لسبب أو لآخر فلذلك لابد من إضافة المتغير العشوائى لاحتواء الخطأ فى القياس، مثال ذلك عند جمع بيانات الدخل يعطى بعض الأفراد أحياناً أرقام خاطئة غير حقيقية للدخل وأحياناً مبالغ بها.

٤-الصياغة الرياضية الخاطئة للنموذج

تكون الصياغة اللاخطية فى بعض الأحيان أكثر ملائمة فى التعبير عن العلاقة بين متغيرين إقتصاديين معينين فى حين يقوم الباحث بالتعبير عن هذه العلاقة بصيغة خطية، وأحياناً يحذف الباحث بقصد أو بدون قصد بعض المتغيرات المهمة فى النموذج وبعض النماذج لا يكفى معادلة واحدة فى التعبير عنها بل عدة معاملات.

٥-أخطاء فى تجميع البيانات

على سبيل المثال اختيار متغير المستوى العام للأسعار فى التغير عن سعر سلعة معينة فى حين أنه يحتوى على أسعار سلع مختلفة.

كيفية توفيق خط الانحدار:

بغية توضيح كيفية توفيق (أو رسم) خط الانحدار الذى يعبر عن متوسط العالقة بين المتغيرين (x) و (y) سنفترض أن لدينا مجموعة من المشاهدات لكل من (x) و (y) كما يلى :

$X_i : x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n$

$Y_i : y_1, y_2, y_3, y_4, \dots, y_n$

ولغرض توفيق خط الانحدار نتبع الخطوات التالية :

الخطوة الأولى: نرسم الشكل الانتشارى للأزواج المتناظرة من النقاط (x_i, y_i)

الخطوة الثانية: نرسم كلاً من x, y والتى تظهر بشكل خط عمودى وخط أفقى على التوالى حيث أن :-

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}, \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n},$$

الخطوة الثالثة: نحاول توفيق خط مستقيم يمر خلال أكبر عدد من المشاهدات أو قريباً منها ويمر بنقطة تقاطع X, y يشاركه بالخط المقدر أو خط الانحدار المقدر وصيغته العامة:

$$Y_i = \hat{a} + \hat{b} x_i + e_i \text{ -----(1)}$$

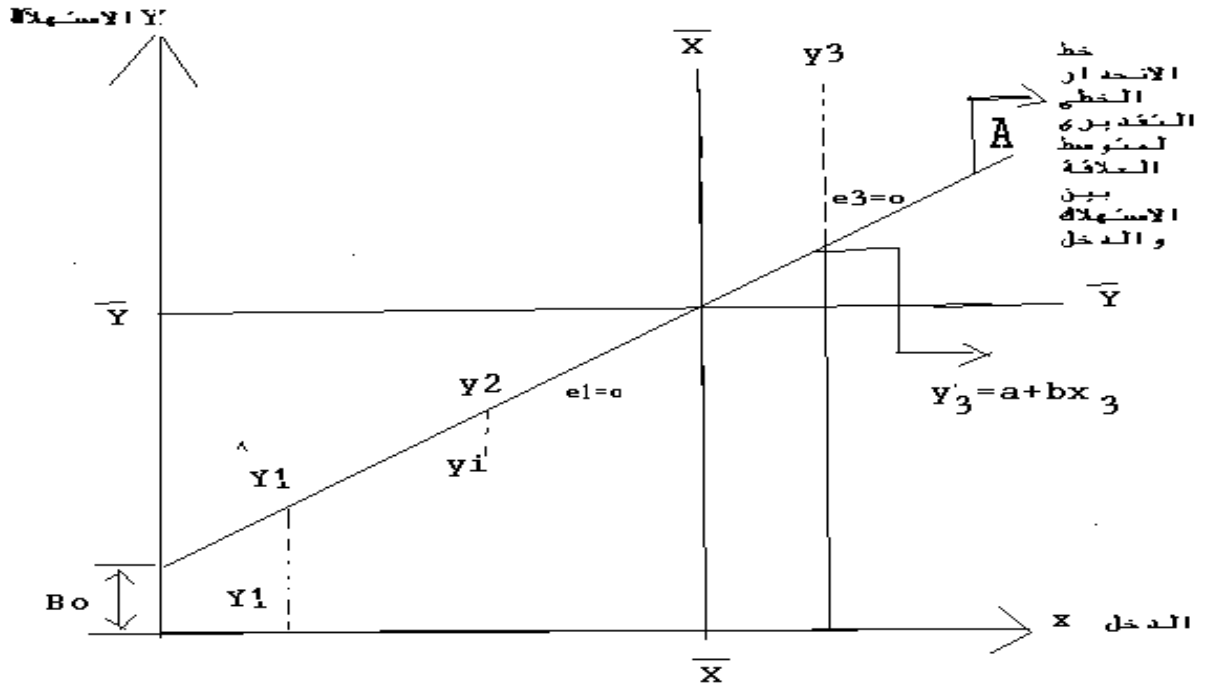
أما معادلته المقدرة فهي :

$$Y_i = \hat{a} + \hat{b} x_i \text{ -----(2)}$$

حيث أن e_i الحد الخطأ العشوائى وهى الفرق بين قيم y_i الحقيقية وقيم $\hat{y}_i$ التقديرية:

$$e_i = y_i - \hat{y}_i \text{ -----(3)}$$

والشكل البيانى التالى يوضح خط الانحدار التقديرى لدالة الإستهلاك :



- ويعبر الخط AB_0 عن العلاقة الخطية المقدرة للإستهلاك ومن خلالها يمكن تقدير الإستهلاك (y) بالمتوسط عندما يتغير الدخل (x_i) .

- ويوضح الرسم أعلاه ثلاث حالات لقيم حد الخطأ العشوائي (e_i) والذي يبين مدى ابتعاد قيم الإستهلاك الحقيقية عن قيم الإستهلاك التقديرية والتي تقع على خط الإنحدار AB_0 وهذه الحالات هي :-

الحالة الأولى : عندما تكون قيمة الإستهلاك الحقيقية أسفل خط الإنحدار yB_0 فيكون قيمة حد الخطأ e_i أقل من الصفر (سالبة) كما في y_1 .

الحالة الثانية: عندما تكون قيمة الإستهلاك الحقيقية y_1 أعلى من خط الإنحدار التقديرى AB_0 فيكون حد الخطأ e_i أكبر من الصفر (موجبة) كما في (y_3) .

الحالة الثالثة: عندما تقع قيمة الإستهلاك الحقيقية y_i على خط الإنحدار التقديرى AB_0 فيكون حد الخطأ e_i مساوياً كما فى النقطة Y_2 .

• سمات معادلة الإنحدار الخطى البسيط

١- أن النقطة تقاطع $(\bar{Y}, \bar{X})$ يجب أن تقع على خط الإنحدار المقدر.

٢- مجموع الانحرافات عن خط الإنحدار المقدر يجب أن يساوى صفراً.

$$\sum (Y_i - \bar{Y}) = 0 \quad \text{بمعنى :}$$

٣- مجموع مربعات الانحرافات (الأخطاء) عن خط الإنحدار هى أقل ما يمكن .

$$\sum \text{Minimum } (Y_i - \bar{Y}) \quad \text{بمعنى :}$$

٤- يمكن استخدام معادلة خط الإنحدار فى التنبؤ عن قيمة (Y) لقيمة معينة من (X) غير موجودة فى العينة.

• تقدير معادلة خط الإنحدار

سبق أن وصفنا نموذج الإنحدار الخطى البسيط وفق الصيغة التالية :

$$Y_i = \alpha + BX_i + u_i$$

• المشكلة التى تواجهنا هى كيفية تقدير قيم α , B تقديراً جيداً تتوافر فيه كل خصائص

التقدير الجيد عند توفر بيانات عن X, Y .

• وبغية تقدير العلاقة السابقة بدقة لابد من الإعتماد على قاعدة سليمة تستند إلى

مجموعة من الفروض يمكن تلخيصها بما يلى :

الفرض الأول : أن u_i متغير عشوائى حقيقى

بمعنى أنه لا يمكن التنبؤ بقيمة u_i بل تعتمد على المصادفة والعشوائية فيمكن أن يأخذ أى قيمة سالبة، موجبة موجبة أو صفراً.

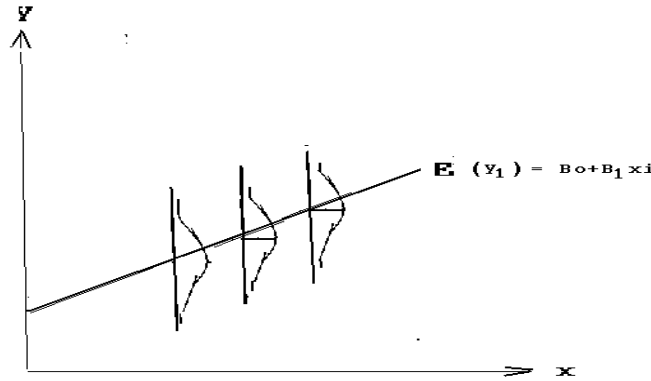
الفرض الثاني: متوسط قيم U في أي فترة يكون مساوياً للصفر .

$$\text{بمعنى : } E(U) = 0$$

الفرض الثالث: تباين حد الخطأ (U) ثابت في كل فترة أي أن قيم U لها نفس التشتت (التباين) حول وسطها.

الفرض الرابع: يتوزع حد الخطأ U توزيعاً طبيعياً حول متوسط صفر وتباين ثابت فيكون على شكل جرس $N(0, \sigma^2)$

وتتلخص الفروض الأربعة بالرسم التالي :



الفرض الخامس: استقلالية المتغيرات العشوائية بعضها عن بعض أي أنه لا توجد هناك علاقة بين قيم U_i المتعاقبة السابقة أو اللاحقة لها وخرق هذا الفرض يسبب في حصول مشكلة

الارتباط الذاتي Auto Correlation

$$E(U_i, U_i) = 0$$

$$E(U_t, U_{t-1}) = 0$$

الفرض السادس: عدم وجود علاقة بين قيم حد الخطأ (U_i) والمتغيرات المستقلة.

$$E(X_t, U_t) = 0$$

خط انحدار العينة : إبتداءً ينبغى عدم الخلط بين خط انحدار المجتمع الذى يعتمد على المجتمع بأكمله وبين خط انحدار العينة الذى لا يعتمد على مشاهدات العينة فقط.

حيث تأخذ معادلة خط انحدار المجتمع الصيغة التالية :

$$Y_i = \alpha + B X_i + e_i$$

وتمثل α , B معالم النموذج المجهولة unknown parameters أو يطلق عليها بمعاملات الانحدار

Y_i : قيمة الملاحظة للمتغير المعتمد Y

X_i : قيمة الملاحظة للمتغير المستقل X

e_i : حد الخطأ العشوائى

وبعد تقديرها بالإستناد إلى عينة الملاحظات الخاصة بـ X , Y يطلق عليها معادلة انحدار العينة التقديرية وتأخذ الصيغة التالية :

$$\hat{Y}_i = \hat{a} + b \hat{x}_i$$

$\hat{Y}$ - قيمة المتغير المعتمد المنتبأ به بواسطة خط الانحدار للملاحظة.

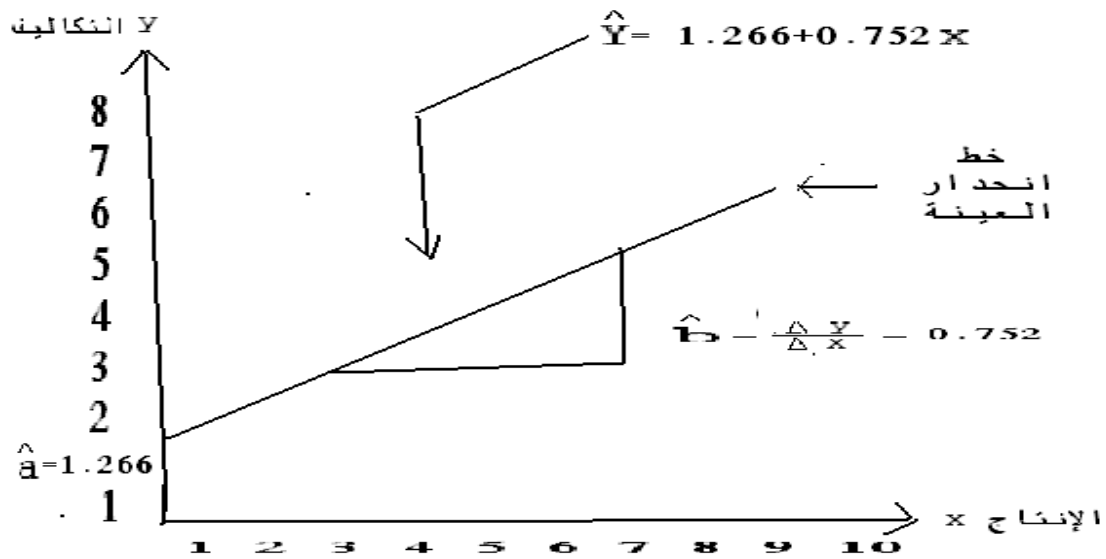
$\hat{a}$ - قيمة الحد الثابت لنموذج الانحدار وتمثل هندسياً المسافة العمودية بين نقطة الأصل ونقطة تقاطع خط الانحدار مع المحور العمودى [عندما تكون قيمة المتغير المستقل (x=0)] فإن قيمة المتغير التابع $Y = \hat{a}$

$\hat{b}$ -تمثل ميل خط الانحدار عن المحور الأفقى وهى ظل زاوية الميل التى يصنعها خط الانحدار مع المحور الأفقى كما أنها تقيس التغير فى القيمة المتنبأ بها لـ Y والناجمة عن زيادة X بمقدار وحدة واحدة حيث أن $B = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

فعندما $\Delta x = 1$ فإن $\Delta Y = B$

وبرينا الشكل التالى خط الانحدار المقدّر للبيانات الخاصة بتكاليف Y ونتاج الحنطة X وكانت المعادلة التقديرية لخط الانحدار من عينة المشاهدات التالية :

الانتاج	X	1	2	4	8	6	5	8	9	7
التكاليف	Y	2	3	4	7	6	5	8	8	6



• ما هو تفسير ١.٢٢٦؟

هى قيمة $(\hat{a})$ مقدار A عندما $X = 0$

• ما هو تفسير ٠.٧٥٢؟

هى قيمة ($b^{\wedge}$) المقدر B ولا تعنى الكلفة الشهرية المقدرة تزداد ٧٥٢ عندما يزداد الانتاج الشهرى بمقدار ١ طن.

Y: تعنى القيمة المحتبة للتكاليف الشهرية المقدرة استناداً إلى خط الانحدار المقد (خط انحدار العينة)

• تقدير المعلمات بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية OLS

Ordinary least square method

• بعد أن تعرفنا على أهم الفروض الخاصة بالتقدير السليم فإنه يمكن تقدير العلاقة بين المتغيرات الاقتصادية باستخدام الطرق الرياضية والإحصائية واختبار تأثير بعضها على البعض الآخر، لعل من أفضل طرق التقدير هى طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية OLS والتي يمكن من خلالها إيجاد القيم التقديرية لمعاملات الانحدار $B^{\wedge}_0, B^{\wedge}_1$ للمعالم الحقيقية B_0, B_1 فى المجتمع الإحصائى.

• ويتلخص جوهر هذه الطريقة يجعل مجموع مربع البواقي أصغر ما يمكن (أى جعل المسافة العمودية بين قيم كل مشاهدة والخط المطلوب تقديره أقل ما يمكن)

• فإذا كان لدينا معادلة خط الانحدار التالى :

$$Y_i = \hat{a} + b^{\wedge} x_i + e_i \text{ -----(1)}$$

• أما معادلة خط الانحدار المقدر :

$$Y^{\wedge}_i = \hat{a} + b^{\wedge} x_i \text{ -----(2)}$$

ويطرح المعادلة (١) من (٢) ينتج :

$$e_i = Y_i - Y^{\wedge}_i \text{ -----(3)}$$

وبتربيع الطرفين وادخال علاقة الجمع عليها نحصل على :

$$\sum e_i^2 = \sum (Y_i - Y^{\wedge}_i)^2 \text{ -----(4)}$$

وبتعويض قيمة $Y^{\wedge}_i$ فى المعادلة (٢) فى الصيغة (٤) نحصل على :-

$$\sum e_i^2 = \sum (Y_i - \hat{a} - b^{\wedge} X_i)^2 \text{ -----(5)}$$

وبغية جعل قيمة $\sum e_i^2$ أقل ما يمكن هنالك شرطين:

أولاً: الشرط الضرورى necessary condition وهو ايجاد المشتقة الجزئية الأولى للمعادلة (٥) بالنسبة إلى $\hat{a}$, $B^{\wedge}$ على التوالى وجعلها مساوية للصفر فنحل على :-

$$\frac{d \sum ei^2}{d \hat{a}} = 2 \sum (Y_i - \hat{a} - \hat{b} x_i) (-1) = 0 \text{ ---(6)}$$

$$\frac{d \sum ei^2}{d \hat{b}} = 2 \sum (Y_i - \hat{a} - \hat{b} x_i) (-x_i) = 0 \text{ ---(7)}$$

وبقيمة المعادلتى (6) و (7) على (-2) وإدخال علامة الجمع فى القوس ينتج

$$\sum Y_i - n\hat{a} - \hat{b} \sum x_i = 0 \text{ -----(8)}$$

$$\sum X_i Y_i - \hat{a} \sum x_i - \hat{b} \sum x_i^2$$

وبإعادة ترتيب الحدود نحصل على :

$$\sum Y_i = n\hat{a} - \hat{b} \sum x_i \text{ -----(10)}$$

$$\sum X_i Y_i = \hat{a} \sum x_i - \hat{b} \sum x_i^2 \text{ -----(11)}$$

وبقسمة المعادلة (10) على (n) ينتج :

$$\frac{\sum y_i}{n} = \frac{na}{n} + \hat{b} \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\bar{Y} = \hat{a} + \hat{b} \bar{X}$$

وبإعادة ترتيب الحدود سوف نحصل على قيمة $\hat{a}$ التقديرية من العلاقة التالية:

$$\hat{a} = \bar{Y} - \hat{b} \bar{X} \text{ -----(12)}$$

وبغية ايجاد قيمة $\hat{b}$ نضرب المعادلة (11) بـ $\sum x_i$ والمعادلة (10) بـ $\sum x_i$ ينتج :

$$n \sum x_i Y_i = n\hat{a} \sum x_i + n\hat{b} \sum x_i^2$$

$$\sum x_i \sum Y_i = n\hat{a} \sum x_i + \hat{b} (\sum x_i)^2 \text{ وبالطرح}$$

$$n \sum x_i Y_i - \sum x_i \sum Y_i = \hat{b} [n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2]$$

ويمكن ايجاد قيمة $\hat{b}$ التقديرية:

$$B^{\wedge} = \frac{n \sum x_i Y_i - \sum x_i \sum Y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \text{-----} (١٣)$$

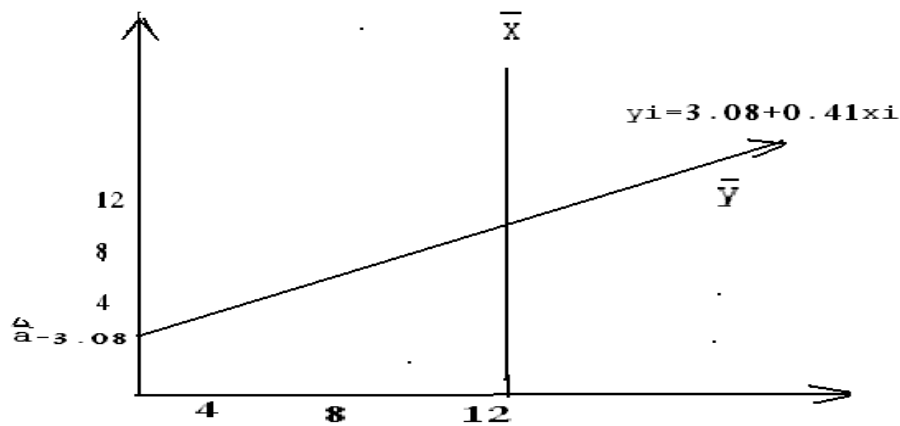
أو بصيغة أخرى :

$$B^{\wedge} = \frac{\sum x_i Y_i - n \bar{x} \bar{Y}}{\sum x_i^2 - n \bar{x}^2} \text{-----} (١٤)$$

٧	٦	٥٠	٨١	٦.٧٧	٠.٧٧
٦٠	٤٠	٥١٩	٨١٤		٠

Σ

ويمكن رسم المعادلة التقديرية بخط الانحدار من خلال رسم النقطتين
(0, $\hat{a}$), (0, 3.08), (X, $\hat{Y}$), (12.8)



أما بالنسبة إلى قيمة الاستهلاك المقدّر عندما يكون حجم الدخل ٣٠

$$Y = 3.08 + 0.41 (30) = 15.38$$

• طريقة انحرافات المتغير عن وسطه

تمثل هذه طريقة أخرى لإيجاد مقدرات نموذج الانحدار فإذا كانت لدينا المعادلة التقديرية لخط
الإنحدار والمعادلة (12)

$$Y_i = \hat{a} + b^{\wedge} x_i$$

$$\hat{Y} = \hat{a} - b^{\wedge} x \quad \text{بالطرح}$$

$$(Y_i - \hat{Y}) = b^{\wedge} (x_i - \bar{x}) \quad \text{-----(15)}$$

ويمكن التعبير عن المعادلة أعلاه بصيغة الانحرافات (بالحروف الصغيرة) كما يلي:

$$y_i = b^{\wedge} x_i \quad \text{-----(16)}$$

$$e_i = y_i - \hat{y}_i \quad \text{-----(17)}$$

وبتعويض المعادلة (١٦) فى المعادلة (١٧) ينتج :

$$E_i = y_i - b^{\wedge} x_i \quad \text{-----(18)}$$

بتربيع الطرفين وادخال علاقة الجمع ينتج :

$$\sum e_i^2 = \sum (y_i - b^{\wedge} x_i)^2$$

وأيضاً نحاول تصغير $\sum e_i^2$ بأخ المشتقة الأولى بالنسبة لـ $b^{\wedge}$ ونجعلها مساوية للصفر:

$$\frac{d\sum e_i^2}{db^{\wedge}} = 2\sum (y_i - b^{\wedge} x_i) (-x_i) = 0$$

وبالقسمة على (٢) وادخال علاقة الجمع داخل القوس ينتج :

$$\sum x_i^2 - \sum x_i y_i + b^{\wedge} \sum x_i^2$$

$$b^{\wedge} = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2}$$

ومن العلاقات المباشرة بين الانحرافات والقيم الحقيقية التى يمكن الإستفادة منها :-

$$\sum x_i^2 = \sum x^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}$$

$$\sum xy = \sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}$$

مثال :- جد المعادلة التقديرية باستخدام بيانات المثال السابق .

الحل : نبدأ العمل بعض الحسابات اللازمة:-

x	y	X=x-x	Yi=y-Ȳ	xiyi	Xi
10	8	-2	-2	0	4
8	6	-4	-1	8	16
13	9	1	1	1	1
20	11	8	3	24	64
9	6	-3	-2	6	9
Σ 60	40	0	0	39	94

When: X=12
Y=8

$$b^{\wedge} = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2} = \frac{39}{94} = 0.41 \quad \text{then : } q^{\wedge} = \bar{Y} - b^{\wedge} \bar{x} = 8 - 0.41(12)$$

$$y_i = 3.08 + 0.41x_i$$

نظرية الإستهلاك

الاستهلاك الدخل

X	y	xy	X ²	y [^]	ei=y:- y [^]	e _i ²	X=x-x [^]	X ²	Y=y-y ⁻	Y ²
10	8	80	100	7.18	0.82	0.67	-2	4	0	0
8	6	48	64	6.36	-0.36	0.13	-4	16	-2	4
13	9	117	169	8.41	0.59	0.35	1	1	1	1
20	11	220	400	11.28	0.28	0.07	8	64	3	9
9	6	54	81	6.77	0.77	0.59	-3	9	-2	4
60	40	519	814		0	1.81	0	94	0	18

$$\bar{x} = \frac{60}{5} = 12$$

$$\bar{Y} = \frac{40}{5} = 8$$

$$b^{\wedge} = b^{\wedge} = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{Y}}{\sum X^2 - n\bar{x}^2} = \frac{519 - 5(12)(8)}{814 - 5(12)^2} = 0.41$$

$$\hat{a} = b_0 = Y - b_1 \bar{x} = 8 - 0.14(12) = 3.08$$

$$Y = 3.08 + 0.41 X_i$$

احسب معادلة الانحدار (١)

(٢) اختر معنوية معادلة الانحدار

$$Se = \sqrt{\frac{\sum e^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{1.81}{5-2}} = \sqrt{0.60} = 0.77$$

Se يمثل الخطأ المعياري وهو أحد مقاييس التشتت المطلقة والذي يقيس مقدار تشتت الأخطاء حول خط الانحدار للمجتمع.

$$Sb_1 = \frac{Se}{\sqrt{\sum X^2}} \quad Sb_1 = \frac{0.77}{\sqrt{94}} = \frac{0.77}{9.6} = 0.8$$

$$Sb_0 = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n \sum X^2}} = Se \quad Sb_0 = \sqrt{\frac{814}{5(94)}} = \sqrt{\frac{814}{470}}$$

$$Sb_0 = \sqrt{1.7} = 1.3$$

$$Y_1 = 3.08 + 0.41 X_i$$

$$S \quad (1.3) \quad (0.8)$$

فرضية العدم $H_0: b_1 = 0$

الفرضية البديلة $H_1: b_1 \neq 0$

$$T_{b_0} = \frac{3.08}{1.3} = 2.3$$

$$t_{b_1} = \frac{0.41}{0.80} = 5.13$$

تقارن مع قيمة t الجدولية والتي تساوى 2 (تأخذ من جداول خاصة) t_{b_0} أكبر من (2.1) الجدولية) ، هذا يعنى أن b_0 معنوياً احصائياً ومقبولة وبما أن $(0.51, 5.13 = t_{b_1})$ أكبر من t الجدولية مما يعنى أن b_1 معنوية احصائية أى يعتمد عليها فى التحليل الاقتصادى.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e^2}{\sum y^2} = 1 - \frac{1.81}{18} = 1 - 0.10 = 0.9$$

وهذا كبير جداً حيث أن قيمة $0 \leq R^2 \leq 1$ ، أى بمعنى أن التغير العشري لا يعنى ٩٠% من التغير التابع $\hat{Y}$ وهو مؤشر جيد.

$$r = \sqrt{0.9} = 0.941$$

أى أن العلاقة طردية قوية بين

معامل الارتباط

الدخل والاستهلاك

اختبار معنوية المعلمات $\hat{b}_0 \hat{b}_1$

$$t_{\hat{b}_0} = \frac{\hat{b}_0}{s_{\hat{b}_0}}$$

$$t_{\hat{b}_1} = \frac{\hat{b}_1}{s_{\hat{b}_1}}$$

$$\hat{Y}_i = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 x_i$$

$$\sum y^2 = \sum \hat{y}^2 + \sum e^2$$

$$\hat{y}_I = \hat{y}_I - \bar{Y}$$

$$\hat{Y} = 3.08 + 0.41 X_i$$

ولاختبار معنوية الدالة المقدرة

تستخدم اختبار F

$$F_{(u-1), (n-k)} = \frac{\frac{\sum \hat{y}^2}{u-1}}{\frac{\sum e^2}{n-k}}$$

$$\sum \hat{y}^2 = \sum y^2 - \sum e^2$$

$$K=2, \quad 5=n$$

$$\sum \hat{y}^2 = 18 - 1.81 = 16.19$$

$$F_{(1,3)} = \frac{\frac{16.19}{1}}{\frac{1.81}{3}} = \frac{16.19}{0.6} = 26.9$$

قيمة F الجدولية بدرجة حرية (1,3) ومستوى معنوية 0.05 تساوى 21.6 ، وبما أن المحسوبة 26.9 أكبر من الجدولية 21.6، وهذا يدل على معنوية المعادلة (معادلة الانحدار).

جدول تحليل التباين ANOVA (Analysis Of Variance)

يستخدم أيضاً لاختبار معنوية معادلة الانحدار Refression model

Anova

اختبار F	متوسط المربعات	مجموع المربعات	درجة الحرية	مصدر التباين
$\frac{16.19}{1} - \frac{1}{\frac{1081}{3}} =$		١٦.١٩	١	التباين المفسر
		١.٨١	٣	التباين غير المفسر
F= 26.9		١٨	٤	التباين الكلى

نقارن F السرية وتساوى 26.9 مع F الجدولية 21.6، بما أن السرية ٢٦.٩ أكبر من الجدولية ٢١.٦ ، فإن ذلك يدل على معنوية معادلة الانحدار وأنها تصلح للتنبؤ بها.

الارتباط الذاتى أو الارتباط المتسلسل Autocorreleation

الفرضية الأساسية لتطبيق طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) فى النموذج الخطى هى عدم وجود ظاهرة الارتباط الذاتى ، وأن مصطلح الارتباط الذاتى يمكن توضيحه على أساس كونه يشمل الارتباط بين المشاهدات المتسلسلة لنفس المتغير خلال فترة زمنية، ويتم اختيار النموذج من خلال اختيار يدعى اختبار دوربن – واتسن (D.W) Durbin –Watso

$$D.W. = d = \frac{\sum_{t=2}^{t=n} (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{t=n} e^2}$$

ونتتم المقارنة مع قيمة D.W. الجدولية التى تحصل عليها من جداول خاصة.

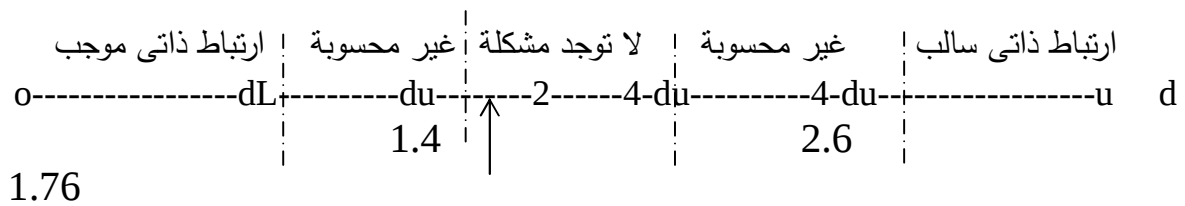
et	(et – et-1)	(et – et-1) ²
0.82		
-0.36	(-0.36 – 0.82)	1.3
0.59	(0.59 – (-0.36))	0.90
-0.28	(-0.28 – 0.59)	0.75
-0.77	-0.77 – (-0.28)	0.24
		3.19

$$d = \frac{3.19}{1.81} \text{ المحسوبة}$$

$$0 \leq d \leq 4$$

$$\begin{matrix} d_2=0.610 & n=1 \\ d_u = 1.4 & n=5 \end{matrix}$$

قيمة دورين-واتسن تكون محصورة بين حد وأربعة



وعليه لا توجد مشكلة الارتباط الذاتى لهذا النموذج

$$\begin{matrix} Y^{\wedge}I = 3.08 + 0.41 X_i & r = 0.94 & R^2 = 0.9 \\ t & (2.3) & (0.51) & D.W=d=1.76 \end{matrix}$$

$$r_{xy} = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}}$$

Xy xy

-2	-2	-2
-4	-2	8
1	1	1
8	3	24
-3	-2	<u>6</u>

$$r_{xy} = \frac{37}{\sqrt{(94)(18)}}$$

$$= \frac{37}{\sqrt{1692}} = \frac{36}{41.1} = 0.90 \quad -1 \leq r \leq 1$$

المرونة Elasticity

مثال: إذا كانت لديك دالة الانحدار المقدرة التالية

$$\hat{y}_t = 3.08 + 0.41x_t \quad (23) \quad (5.1) \quad r=0.94 \quad R^2= 0.9$$

$$D.W = 1.76$$

$$\bar{X} = 12 \quad \bar{Y} = 8$$

حيث أن y : يمثل الاستهلاك ، X يمثل الدخل
المطلوب حساب المرونة (مرونة الاستهلاك الدخلية)

$$E = b_1 \cdot \frac{\bar{x}}{\bar{y}} = (0.41) \left(\frac{12}{8} \right) = 0.615$$

وهذا يعنى عند زيادة الدخل بمقدار ١% فإن الاستهلاك سوف يزداد بمقدار 0.615% أى بمقدار مئوى.

الانحدار الخطى المتعدد

Multiple Liner Regression Model

تتاولنا فى الانحدار الخطى البسيط العلاقة بين المتغير التابع y ومتغير مستقل واحد هو X . ولكن فى الواقع هناك العديد من الدراسات تتطلب وضع المتغير التابع y دالة لأكثر من متغير مستقل، فمثلاً الطلب على سلعة معينة يعتبر دالة للسعر والدخل، ويمكن إضافة متغيرات أخرى مثل أسعار السلع البديلة والمكملة ..ألخ.، وكذلك الحال بالنسبة لتحليل دالة الإنتاج التى تعتبر الانتاج Q دالة للعمل (L) ورأس المال (K) .
مثل هذه الدراسات ممكن تحليلها ببواسطة الانحدار الخطى المتعدد الذى يعتبر إمتداداً للنموذج الخطى البسيط.

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + U$$

حيث أن المتغير التابع X_1 , X_2 المتغيرات المستقلة b_0 الحد الثابت
 b_1 : معامل الانحدار الجزئي لـ y على X_1 بافتراض ثبات بقية المتغيرات المستقلة وتشمل مقدار التغير في y عند تغير X_1 بمقدار وحدة واحدة بافتراض ثبات بقية المتغيرات المستقلة.
 b_2 : معامل الانحدار الجزئي لـ y على X_2 بافتراض ثبات بقية المتغيرات المستقلة وتشمل مقدار التغير في y عند تغير X_2 بمقدار وحدة واحدة بافتراض ثبات بقية المتغيرات المستقلة.
 U : المتغير العشوائي (حد الخطأ)

$$b_1^{\wedge} = \frac{(\sum yx_1)(\sum x^2_2) - (\sum yx_2)(\sum x_1x_2)}{(\sum x^2_1)(\sum x^2_2) - (\sum x_1x_2)^2}$$

$$b_2^{\wedge} = \frac{(\sum yx_2)(\sum x^2_1) - (\sum yx_1)(\sum x_1x_2)}{(\sum x^2_1)(\sum x^2_2) - (\sum x_1x_2)^2}$$

$$b_0^{\wedge} = \bar{y} - b_1^{\wedge} \bar{x}_1 - b_2^{\wedge} \bar{x}_2$$

السنة	Y	X ₁	X ₂
١١٧٢	٥٥	19	49
٧٣	٦٥	17	58
٧٤	٨٠	21	55
٧٥	٧٥	17	58
٧٦	٧٠	19	55
٧٧	٥٠	18	49
٧٨	٦٠	20	46
٧٩	٦٥	21	46

البيانات التالية لدالة بين المتغير التابع (y) الانتاج والمتغير المستقل X_1 العمل و X_2 رأس المال، بالمليون جنيه.

$$y^{\wedge} = b_0^{\wedge} + b_1^{\wedge} X_1 + b_2^{\wedge} X_2$$

ثم فسر النتيجة لهذه المعادلة، وهل تتفق مع النظرية الاقتصادية .

٢- تقدير التباين والخطأ المعياري لمعدلات الانحدار المقدرة.

$$Se^2, Sb_1^2, Sb_2^2, S^2b_0^2$$

٣- اختبر معنوية المعلمات للنموذج، إذا علمت أن قيمة t المحدد لها = 2.1.

$$tb_0^2, tb_1^2, tb_2^2$$

٤- احسب معامل التحديد R^2 وفسر النتيجة.

٥- اختبر معنوية الدالة باستخدام اختبار F، واحسب جدول تحليل التباين، وإذا كانت F

$$الجدولية = ١٩.٣.$$

٦- اختبر مشكلة ارتباط الزائد للخطأ العشوائي، إذا كانت

$$n = 8 \quad k-1 = 2 \quad du = 1.4, \quad d2 = 0.610$$

٧- تتبأ بالانتاج إذا كان العمل $(X1) = ٤٠$ ورأس المال $(X2) = ٧٠$ $(U) = ١٩٨٥$

السنة	y	x ₁	x ₂	y	xy	x ₂	y ²	x ₁ ²	x ₂ ²	yx ₁	yx ₂	x ₁ x ₂	y	ei ²
1972	55	19	49	-10	0	-3	100		9	0	30	0	58.4	11.56
73	65	17	58	0	-2	6	0	4	36	0	0	12	67.9	8.41
74	80	21	55	15	2	3	225	4	9	30	45	6	81.8	3.24
75	75	17	58	10	-2	6	100	4	36	-20	60	-12	67.9	50.41
76	70	19	55	5	0	3	25	0	9	0	15	0	71.6	2.56
77	50	18	49	-15	-1	-3	225	1	9	15	45	3	53.3	10.89
78	60	20	46	-5	1	-6	25	1	36	-5	30	-6	57.0	9.00
79	65	21	46	0	2	-6	0	4	36	0	0	-12	62.1	8.41
	520	152	418	0	0	0	700	18	180	20	225	-33	520	104.4

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{520}{8} = 65$$

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_1}{n} = \frac{152}{8} = 19 \quad (1)$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum x_2}{n} = \frac{418}{8} = 52$$

$$y = y - \bar{y} \quad X_1 = x_1 - \bar{x}_1 \quad X_2 = x_2 - \bar{x}_2$$

$$b_1^{\wedge} = \frac{(20)(180) - (225)(-33)}{(18)(180) - (-33)^2} = 5.13$$

$$b_2^{\wedge} = \frac{(225)(18) - (20)(-33)}{(18)(180) - (-33)^2} = 2.19$$

$$b_0^{\wedge} = 65 - (5.13)(19) - (2.19)(52) = -146.35$$

$$\hat{y} = -1.46 + 5.13X_1 + 2.19X_2$$

هذا يعنى عند زيادة العمل x1 بمقدار ١ مليون جنيه فإن الانتاج يزداد بمقدار ٥.١٣ مليون، مع ثبات العوامل الأخرى، وعند زيادة رأس المال بمقدار ١ مليون جنيه فإن الانتاج يزداد بمقدار ٢.١٩ مليون جنيه، عند ثبات العوامل الأخرى.

$$Se^2 = \frac{\sum e^2}{n-k} = \frac{104.49}{8-3} = 20.90 \quad \text{تباين الخطأ (2)}$$

Se = 4.47 الانحراف المعياري للخطأ

$$Sb_1^2 = \frac{s^2 e \sum x_2^2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2} = \frac{(20.90)(180)}{(180)(180) - (-33)^2} = 1.75$$

$$Sb_1^{\wedge} = \sqrt{1.75} = 1.32$$

$$= Sb_2^2 = \frac{s^2 e \sum x_1^2}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2} = \frac{(20.90)(18)}{2151} = 0.18$$

$$S^2 b_0^{\wedge} = \sqrt{0.18} = 0.42$$

$$S^2 b_0^{\wedge} = S^2 e \left[\frac{1}{n} + \frac{X_{\odot 1} \sum x_2^2 + x_{\odot 2}^2 \sum x_1^2 - 2x_1 x_{\odot 2} \sum x_1 x_2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2} \right]$$

$$= 20.90 \left[\frac{1}{8} + \frac{(19)^2(180) + (52)^2(18) - [(2)(19)(52)(-33)]}{2151} \right]$$

$$S^2b_0^{\wedge} = 170.49$$

$$Sb_0 = 41.72$$

$$Y^{\wedge} = -1.46 + 5.13x_1 + 2.19x_2$$

$$S = (41.72) \quad (1.32) \quad (0.42)$$

$$Tb_1^{\wedge} = \frac{5.13}{1.32} = 3.8 > 2.1 \text{ معنوية}$$

$$Tb_1^{\wedge} = \frac{2.19}{0.42} = 5.21 > 2.1 \text{ معنوية}$$

$$Tb_0^{\wedge} = \frac{-1.46}{41.72} = 0.034 > 2.1 \text{ غير معنوية}$$

.٤

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e^2}{\sum y^2} : 1 - \frac{104.48}{700} = 0.85$$

بمقدار أى المتغيرات المستقلة (التفسيرية) تفسر ٨٥% من المتغير فى المتغير التابع y ، أى أن العمل ورأس المال تفسران ٨٥% من دالة الإنتاج لهذه السلسلة الزمنية.

.٥

$$F_{(n-1)(n-k)} = \frac{\frac{\sum y^{\wedge 2}}{k-1}}{\frac{\sum e^2}{(n-k)}} = \frac{\frac{595.53}{2}}{\frac{104.47}{5}} = \frac{297.7}{20.89} = 14.25$$

$$\sum y^{\wedge 2} \sum y^2 - \sum e^2 = 700 - 104.47 = 595.53$$

بما أن F المحسوبة 14.25 > أصغر من الجدولية ١٩.٣ ، فهذا يدل على عدم معنوية لمعادلة الانحدار المتعدد.

Anova

جدول تحليل التباين

اختيار F	متوسط المربعات	مجموع المربعات	درجة الحرية	مصدر التباين
F = 14.25	297.7	595.53	2	التباين المفسر
	20.89	104.47	5	التباين غير المفسر
	٧٠٠			٧

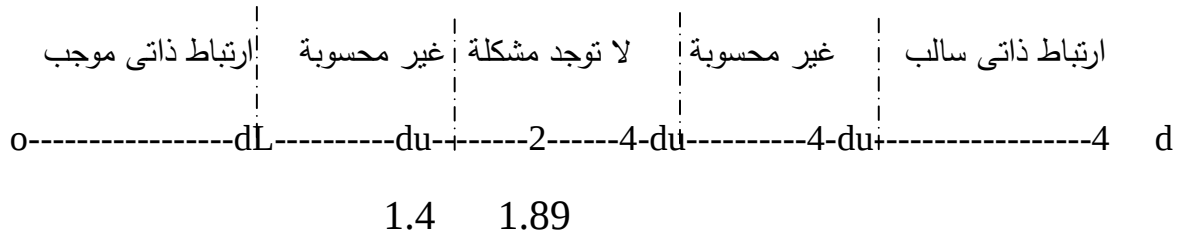
تقارن F المسرية 14.25 أصغر من الجدولية 19.3، فهذا يدل على عدم معنوية الدالة (معادلة الانحدار المقدر)، وأنها لا تصلح للتنبؤ بها، أو لا تستخدم في تحقيق أهداف النموذج الاقتصادي القياسي.

٦- الارتباط الآتي للخطأ العشوائي

$$d = \frac{\sum (4 - e_t - 1)^2}{\sum e_t^2}$$

$$= \frac{198}{104.4} = 1.89$$

et	(et – et-1)	(et – et-1) ²
-3.4	---	
2.9	(-2.9+3.4)	0.25
-1.8	(-1.8+2.9)	1.21
7.1	7.1 + 1.8	79.9
-1.6	-1.6 – 7.1	75.69
-3.3	-3.3 + 1.6	2.89
3.0	3.0 + 3.3	39.69
<u>2.9</u>	<u>2.9 - 3</u>	<u>0.01</u>
0		198



وعليه لا توجد مشكلة الارتباط الذاتي لهذا النموذج

$$\hat{y} = 1.46 + 5013 X_1 + 2.19 X_2$$

(0.034) (3.8) (5.21)

$$F = 14.25 \quad D.W. = 1.89 \quad R^2 = 0.85$$

مثال: العلاقة بين الاستهلاك القهوة y فى الولايات المتحدة الأمريكية خلال الفترة

١٩٧٠ - ١٩٨٠ ، وسعر الكيلو من القهوة بالدولار X

المتغير المعتمد : y

المتغير المستقل : X

year	عدد الأكواب المستخدمة	سعر الكيلو من القهوة
1970	2.57	0.77
1971	2.50	0.74
1972	2.35	0.72
1973	2.30	0.73
1974	2.25	0.76
1975	2.20	0.75
1976	2.11	1.08
1977	1.94	1.81
1978	1.97	1.39
1979	2.06	1.20
1980	2.02	1.17

المطلوب:

١- قدر دالة استهلاك القهوة y، أو قدر معادلة الانحدار بين استهلاك القهوة y وسعر

الكيلو من القهوة X باستخدام طريقة المربعات الصغرى OLS.

فسر اقتصادياً دالة الاستهلاك $y = b_0 + b_1x + U$

٢- اختبر معنوية المعلمات b_0 , b_1 ، باستخدام اختبار t

$$H_0 : b_0 = 0 \quad H_0 : b_1 = 0$$

$$H_1 : b_0 \neq 0 \quad H_1 : b_1 \neq 0$$

إذا علمت أن قيمة t الجدولية = 1.8

٣- كم يفسر التغير في المتغير المستقل X في التغير في المتغير التابع y ، احسب R^2 (معامل التمديد).

٤- ما هو شكل الارتباك بين الاستهلاك y والسعر X ، أى احسب (معامل الارتباط) ثم فسر النتيجة.

٥- اختبر معنوية الدالة المقدرة بواسطة اختبار F

إذا علمت أن قيمة F الجدولية بدرجة حرية (9 , 1) وبمستوى معنوية 0.05 تساوى = 2.39

٦- احسب جدول تحليل التباين ANOVA لاختبار معنوية الدالة، إذا علمت أن فيه F بجدولية = 2.39.

٧- اختبر وجود أو عدم وجود الارتباط الاتى D.W.

إذا علمت أن $dl = 5.927$, $du = 1.32$

الجواب:

$$\hat{y} = 2.691 - 0.479X_i$$

$$S(\hat{b}_0) : 0.12 \quad S(\hat{b}_1) = 0.114$$

$$r^2 = 0.6628$$

Econometric Models and Economic Forecasts

Pindyck and Rubinfeld pp.201

مثال: النموذج اقتصاد قياسي يتكون من معادلتين سلوكيتين C_t , I_t متطابقة واحدة y_t لنموذج الدخل القوسى لاقتصاد ما.

$$C_t = \alpha_1 + \alpha_2 y_t + \sum_t$$

$$I_t = B_1 + b_2 y_t + B_3 G_{t-1} + U_t$$

$$Y_t = C_t + I_t + G_t$$

حيث أن:

C_t الاستهلاك فى السنة t

y_t الدخل القومى فى السنة t

G_{t-1} الانفاق القومى فى السنة $t-1$

G_t الانفاق القومى فى السنة t

$\sum_t$: المتغير العشوائى فى معادلة C_t

U_t : المتغير العشوائى فى معادلة I_t

α_2 : الميل المدى للاستهلاك

B_t : الميل المدى للاستثمار

$\alpha_1, \alpha_2, B_1, B_2, B_3$ معلمات أو معاملات الانحدار

وهذا النموذج يحل بطريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين

Two Stages Least Squares Method

يتم بناء هذا النموذج لتحقيق هدف يرغب الباحث تحقيقه

١- اختبار النظريات الاقتصادية المختلفة.

٢- مساعدة الباحثين ورجال الأعمال والحكومات فى اتخاذ القرارات.

٣- مساعدة الباحثين ورجال الأعمال والحكومات فى وضع السياسات.

٤- مساعدة الباحثين ورجال الأعمال والحكومات فى التنبؤ الاقتصادى.

٥- مساعدة الباحثين ورجال الأعمال والحكومات فى التحليل الهيكلى الاقتصادى.

المطلوب إعداد ورقة بحثية عن العلاقة بين الانفاق العائلى (y) والدخل العائلى (X) فى أحد المجتمعات، على أن تتضمن الورقة البحثية :

١- مقدمة وخاتمة واستنتاجات حول الموضوع من النظرية الاقتصادية.

٢- مراحل بناء النموذج القياسى مع بيانات كل مرحلة وأهميتها ودورها.

البيانات التالية عن الانفاق العائلى (y) والدخل العائلى (X) بالدولار.

Y	٧٠	٦٥	٩٠	٩٥	١١٠	١١٥	١٢٠	١٤٠	١٥٥	١٥٠
X	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260

$$\begin{aligned}\sum Y &= 1110 & \sum X &= 1700 & \sum XY &= 205500 & \sum X^2 &= 322000 \\ \sum X^2 &= 33000 & n &= 10\end{aligned}$$

المطلوب:

١- احسب معادلة الانحدار البسيط بين X و Y أو قدر معادلة نموذج الاقتصاد القياسى

باستخدام طريقة المربعات الصغرى OLS

$$Y = b_0 + b_1 X + U$$

ثم فسر اقتصادياً دالة الانفاق

٢- اختبر معنوية المعلمات b_0 , b_1 باستخدام اختبار t، إذا علمت أن قيمة t الجدولية = 1.8.

٣- كم يفسر التغير فى المتغير المستقل X فى التغير فى المتغير التابع Y أى بمعنى احسب R^2 (معامل التحديد).

٤- احسب جدول تحليل التباين ANOVA لاختبار معنوية الدالة، إذا علمت أن قيمة F الجدولية = ٢.٣٩.

٥- اختبر وجود أو عدم وجود مشكلة الارتباط الذاتي D.W إذا علمت أن $d_L=0.927$ $d_u=1.32$.

الدور الأول

أ.د/ثامر محمود العاني
معهد البحوث والدراسات العربية
أستاذ مادة الاقتصاد القياسي
الزمن : ثلاث ساعات

السؤال الأول:

- ١- ما هو مفهوم الاقتصاد القياسي؟ وما هي علاقته بالعلوم الأخرى الاقتصادية؟
- ٢- ما هي أهداف الاقتصاد القياسي ؟
- ٣- اشرح مراحل بناء نموذج اقتصاد قياسي (منهج الاقتصاد القياسي)، اعط مثال على نموذج قياسي من متغيرين وآخر من ثلاثة متغيرات، أى بسيط ومتعدد. وادعم اجابتك من النظرية الاقتصادية.

السؤال الثاني:

البيانات التالية عن الانفاق العائلي (y) والدخل العائلي (X) (بالدولار).

Y	٧٠	٦٥	٩٠	٩٥	١١٠	١١٥	١٢٠	١٤٠	١٥٥	١٥٠
X	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260

$$\begin{aligned}\sum Y &= 1110 & \sum X &= 1700 & \sum XY &= 205500 & \sum X^2 &= 322000 \\ \sum X^2 &= 33000 & n &= 10\end{aligned}$$

المطلوب:

- ١- احسب معادلة الانحدار البسيط بين X و Y أو قدر معادلة نموذج الاقتصاد القياسي

باستخدام طريقة المربعات الصغرى OLS

$$Y = b_0 + b_1 X + U$$

ثم فسر اقتصادياً دالة الانفاق

٢-اختبر معنوية المعلمات b_0 , b_1 باستخدام اختبار t ، إذا علمت أن قيمة t الجدولية = 1.8.

٣-كم يفسر التغير في المتغير المستقل X في التغير في المتغير التابع Y أى بمعنى احسب R^2 (معامل التحديد).

٤-احسب جدول تحليل التباين ANOVA لاختبار معنوية الدالة، إذا علمت أن قيمة F الجدولية = ٢.٣٩.

٥-اختبر وجود أو عدم وجود مشكلة الارتباط الذاتي $D.W$ إذا علمت أن $d_L=0.927$ $d_U=1.32$.

السؤال الثالث:

البيانات التالية تمثل العلاقة بين الانفاق الاستهلاكي الشخصى (y) ، والدخل القابل للتصرف به فى الولايات المتحدة الأمريكية X_1 ، خلال الفترة الزمنية ١٩٧٠، ١٩٥٦، والأرقام بالمليارات الدولارات الأمريكية:

Y	X_1	X_2
281.4	309.3	1956=1
288.1	316.1	1957=2
290.0	318.8	1958=3
307.3	333.0	1959=4
316.1	340.3	1960=5
322.5	350.5	1961=6
338.4	367.2	1962=7
353.3	381.2	1963=8
373.7	408.1	1964=9
397.7	434.8	1965=10
418.1	458.9	1966=11
480.1	477.5	1967=12
452.7	499.0	1968=13
469.1	513.5	1969=14
476.9	533.2	1970=15

تم الحصول على النتائج التالية :

$$Y_i = 53.160 + 0.726X_1 + 2.736X_2$$

$$S_e (13.026) (0.0488) (0.848)$$

$$T (4.08) \quad () \quad ()$$

$$N=15 \quad R_2=0.9988 \quad F_{2,12} = 5128.88$$

المطلوب :

- ١-فسر نتائج نموذج الاقتصاد القياسى، وهل تتسق النتائج مع النظرية الاقتصادية.
 - ٢-اختبر معنوية المعلمات للنموذج، إذا علمت أن قيمة t الجدولية =2.2.
 - ٣-ما هى قيمة معامل التحديد ؟ فسر النتيجة
 - ٤-اختبر معنوية الدالة باستخدام اختبار F، إذا كانت F الجدولية =19.3
 - ٥-تنبأ بالانفاق الاستهلاكى الشخصى، إذا كان الدخل القابل للتعرف به (٦٠٠) مليار عام
- .١٩٧١

الدور الثانى

أ.د/ثامر محمود العانى
معهد البحوث والدراسات العربية
أستاذ مادة الاقتصاد القياسى
الزمن : ثلاث ساعات

السؤال الأول:

البيانات التالية تمثل العلاقة بين الانفاق الاستهلاكى الشخصى (y) ، والدخل القابل للتصرف به فى الولايات المتحدة الأمريكية X1، خلال الفترة الزمنية ١٩٥٦ ، ١٩٧٠ ، والأرقام بالمليارات الدولارات الأمريكية، وتم الحصول على النتائج التالية:

$$Y_i = 53.160 + 0.726X_1 + 2.736X_2$$
$$S_e (13.026) (0.0488) (0.848)$$
$$T (4.08) \quad () \quad ()$$
$$N=15 \quad R_2=0.9988 \quad F_{2,12} = 5128.88$$

المطلوب :

- ١-فسر نتائج نموذج الاقتصاد القياسى، وهل تتسق النتائج مع النظرية الاقتصادية.
- ٢-اختبر معنوية المعلمات للنموذج، إذا علمت أن قيمة t الجدولية =2.2.
- ٣-ما هى قيمة معامل التحديد ؟ فسر النتيجة
- ٤-اختبر معنوية الدالة باستخدام اختبار F، إذا كانت F الجدولية =19.3
- ٥-تتبأ بالانفاق الاستهلاكى الشخصى، إذا كان الدخل القابل للتعرف به (٦٠٠) مليار عام ١٩٧١.

السؤال الثانى:

البيانات التالية عن الانفاق العائلى (y) والدخل العائلى (X) (بالدولار).

Y	٧٠	٦٥	٩٠	٩٥	١١٠	١١٥	١٢٠	١٤٠	١٥٥	١٥٠
X	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260

$$\begin{aligned} \sum Y &= 1110 & \sum X &= 1700 & \sum XY &= 205500 & \sum X^2 &= 322000 \\ \sum X^2 &= 33000 & n &= 10 \end{aligned}$$

المطلوب:

١- احسب معادلة الانحدار البسيط بين X و Y أو قدر معادلة نموذج الاقتصاد القياسى

باستخدام طريقة المربعات الصغرى OLS

$$Y = b_0 + b_1 X + U$$

ثم فسر اقتصادياً دالة الانفاق

٢- اختبر معنوية المعلمات b_0 , b_1 باستخدام اختبار t، إذا علمت أن قيمة t الجدولية =

1.8.

٣- كم يفسر التغير فى المتغير المستقل X فى التغير فى المتغير التابع Y أى بمعنى

احسب R^2 (معامل التحديد).

٤- احسب جدول تحليل التباين ANOVA لاختبار معنوية الدالة، إذا علمت أن قيمة F

الجدولية = ٢.٣٩.

٥- اختبر وجود أو عدم وجود مشكلة الارتباط الذاتى D.W إذا علمت أن $d_L = 0.927$

$d_U = 1.32$.

السؤال الثالث:

١- ما هو مفهوم الاقتصاد القياسى؟ وما هى علاقته بالعلوم الأخرى الاقتصادية؟

٢- ما هى أهداف الاقتصاد القياسى ؟

٣- اشرح مراحل بناء نموذج اقتصاد قياسي (منهج الاقتصاد القياسى)، اعط مثال على

نموذج قياسي من متغيرين وآخر من ثلاثة متغيرات، أى بسيط ومتعدد. وادعم اجابتك

من النظرية الاقتصادية.

