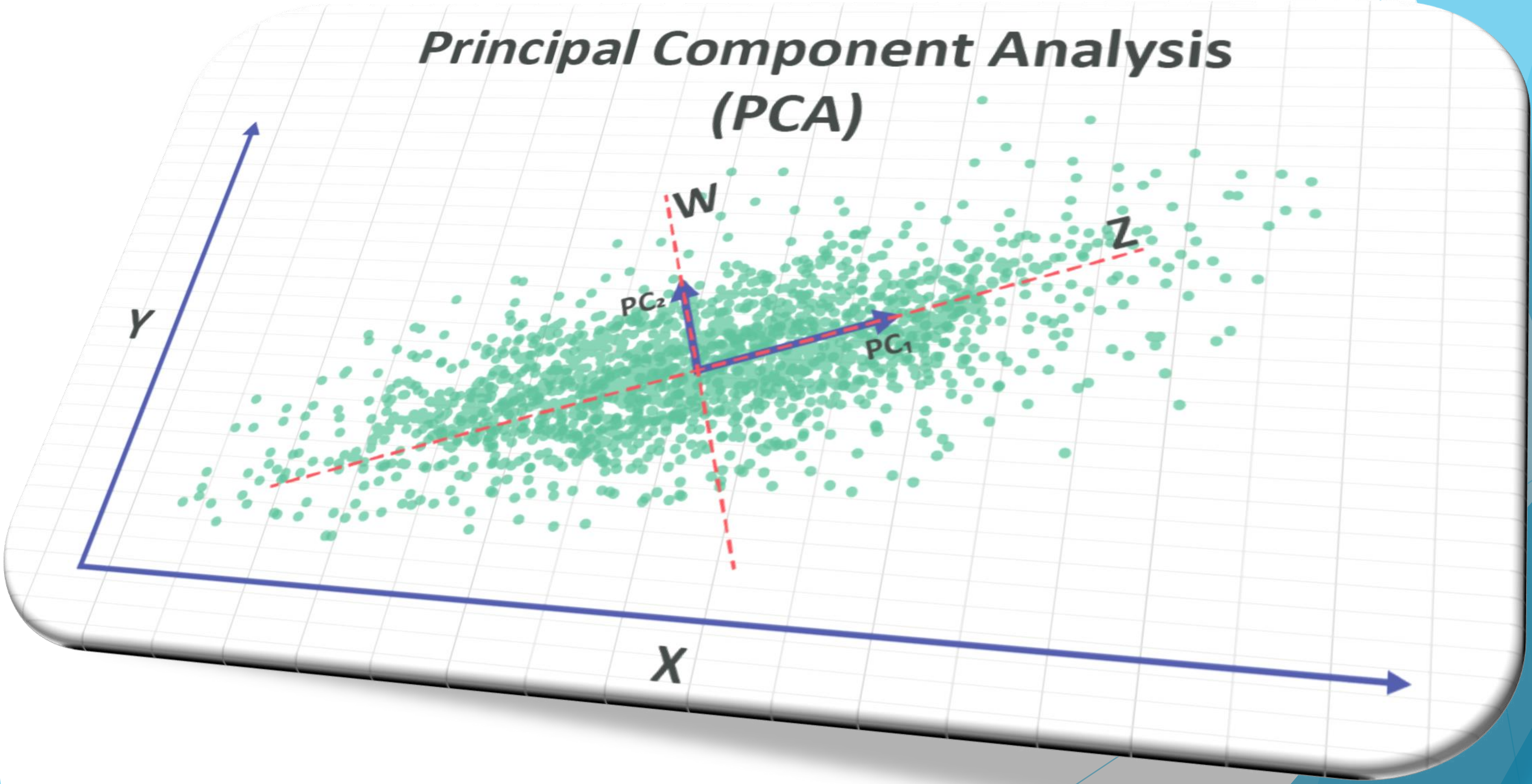

بسم الله الرحمن الرحيم

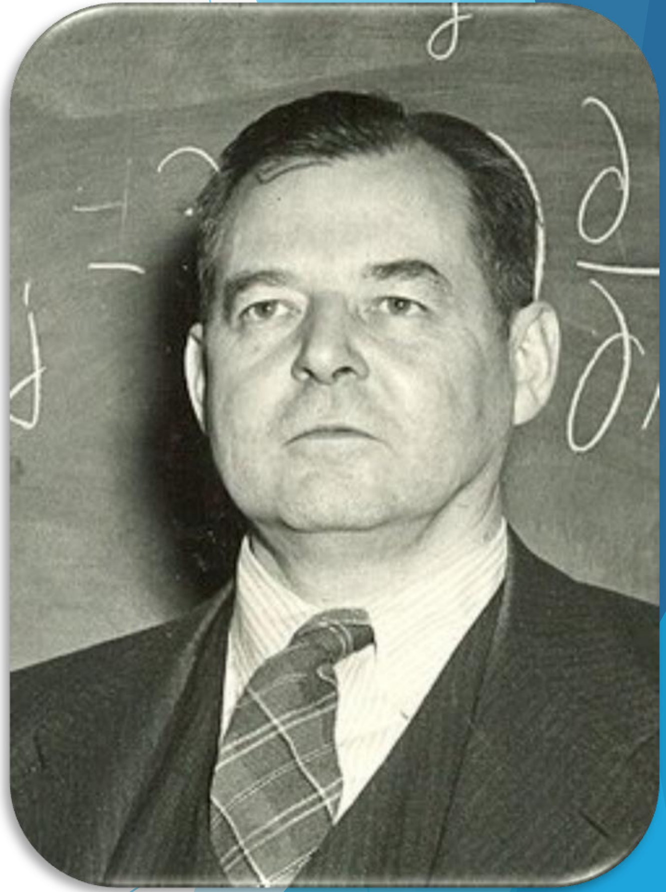
المحور الرابع: تحليل المركبات الأساسية Principal Component Analysis



الهدف من المحور:

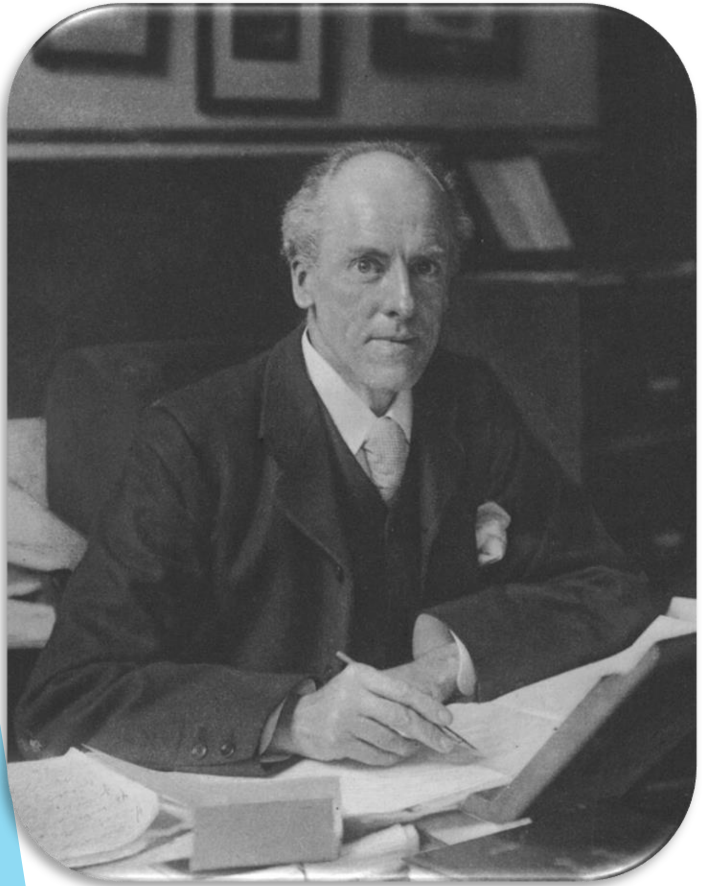
- ✓ لمحة تاريخية على تحليل المركبات الأساسية
- ✓ تعريف تقنية تحليل المركبات الأساسية
- ✓ الهدف من تقنية تحليل المركبات الأساسية
- ✓ المبدأ الذي تقوم عليه تقنية تحليل المركبات الأساسية
- ✓ خطوات تنفيذ تقنية تحليل المركبات الأساسية

1- لمحة تاريخية على تقنية تحليل المركبات الأساسية



استخدمت طريقة تحليل المركبات الرئيسية لأول مرة من قبل **Karl pearson** (1901)

ثم تم تطوير هذه الطريقة من قبل **Harold Hotelling** وذلك عام (1933)



2- تعريف تقنية تحليل المركبات الأساسية

كما يعرف تحليل المركبات الأساسية على أنها أحد تقنيات تحليل البيانات التي تختص في اختزال الجداول ذات الأبعاد الكبيرة، أي اختزال عدد كبير من المتغيرات الخام إلى عدد أقل من المتغيرات الجديدة والتي تعرف بالمركبات الأساسية.

أسلوب رياضي يقوم على أساس تحويل مجموعة من المتغيرات المترابطة فيما بينها إلى مجموعة جديدة من المتغيرات غير المترابطة (أو المتعامدة - Orthogonal) تدعى بالمركبات الرئيسية

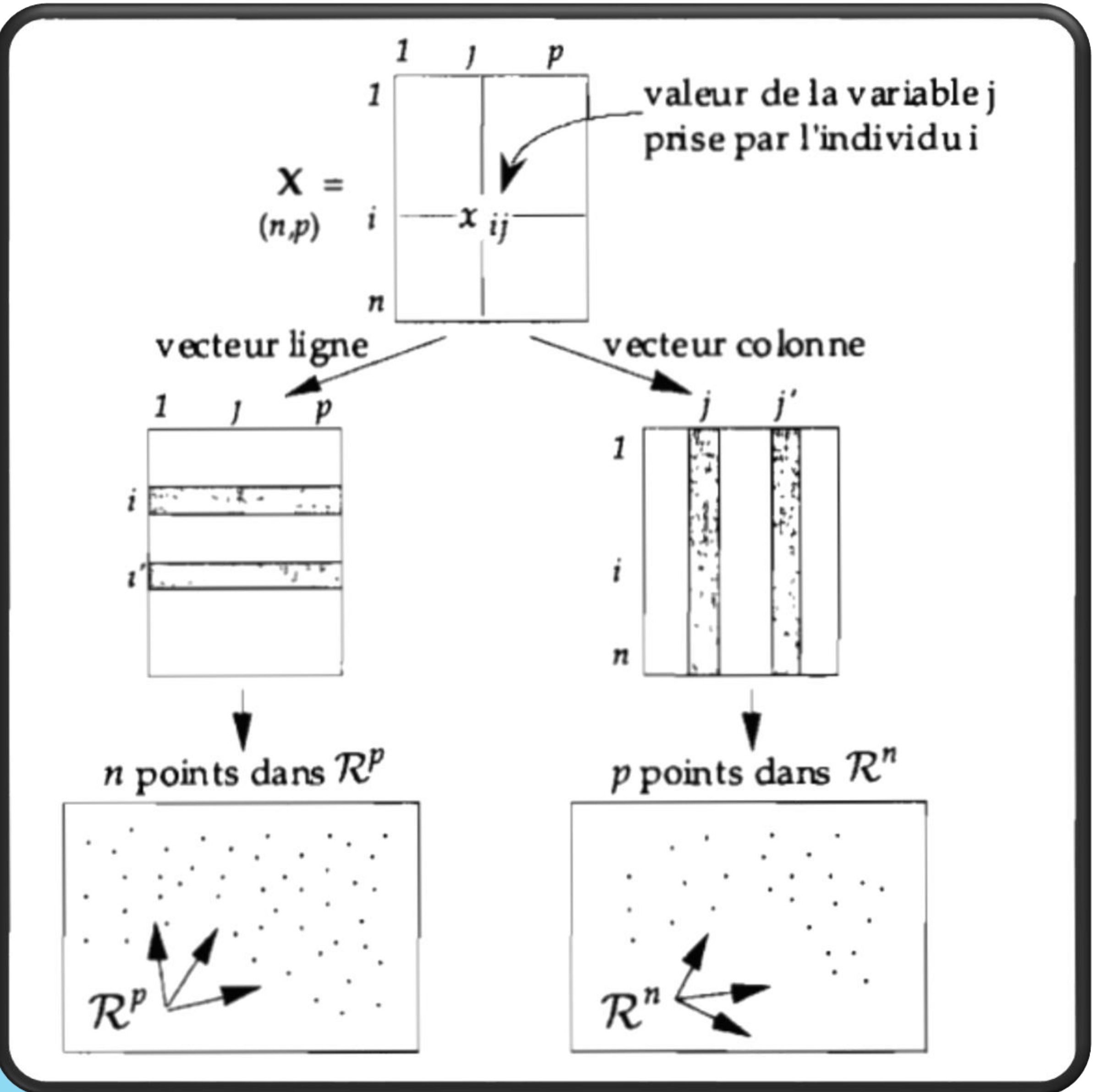
3- الهدف من استخدام تقنية تحليل المركبات الأساسية

تتضمن طريقة تحليل المركبات الأساسية هدفين رئيسين:

- تلخيص (اختزال) جدول البيانات الذي يضم العديد من المتغيرات الكمية واختزالها في مركبتين أو ثلاث مركبات رئيسية

- التمثيل البياني لأكبر قدر ممكن من المعلومات الموجودة في جدول البيانات (والتي من الصعب تمثيلها في الأصل في فضاء متعدد الابعاد)، في تمثيل بياني بسيط مكون من محورين أو ثلاث محاور.

4- مبدأ تقنية تحليل المركبات الأساسية



نقطة الانطلاق في التحليل بالمركبات الرئيسية، هو جدول X يحتوي على عدد p من المتغيرات تم قياسها على عدد n من الأفراد.

سحابة n من الأفراد تمثل في فضاء P من المتغيرات

سحابة P من المتغيرات تمثل في فضاء n من الأفراد

إذا الجدول X هو مصفوفة حيث يمثل كل متجه (صف أو عمود) نقطة إما في فضاء R^p أو R^n

4- مبدأ تقنية تحليل المركبات الأساسية

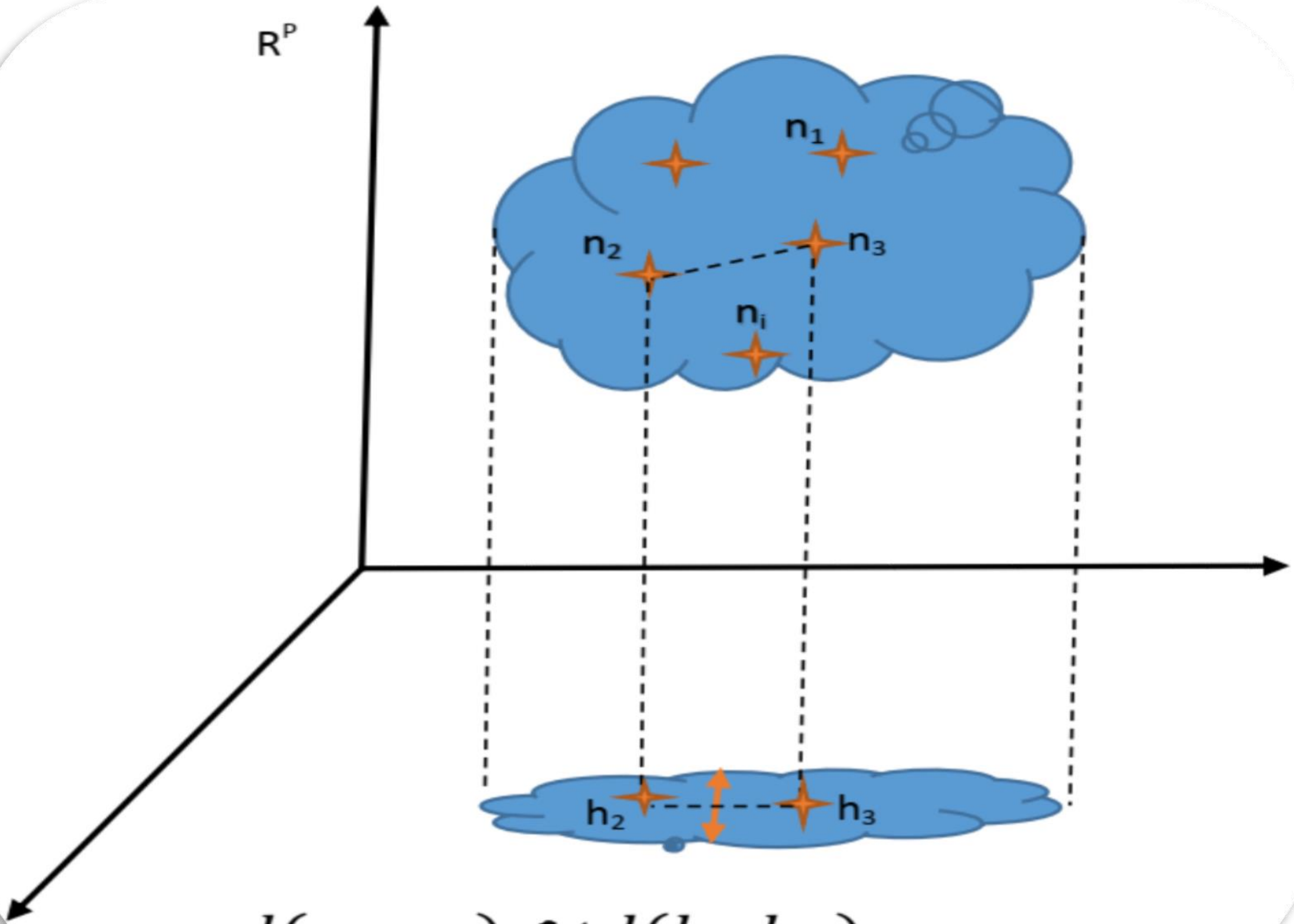
- يتمثل المبدأ الأساسي لـ PCA (للتقليل من الأبعاد) في إسقاط سحابة نقاط الأفراد (المتغيرات) من فضاء ذو p (n) بُعد (متعدد الأبعاد) إلى فضاء جزئي ذو بعدين أو 3 أبعاد فقط. مع الحصول على تمثيل أقرب ما يمكن لسحابة النقاط الأصلية.

- أي العمل على عدم تشويه سحابة النقاط الأصلية عند اسقاطها

- بمعنى الحفاظ على المسافات بين نقاط السحابة الأصلية قدر الإمكان

- بتعبير آخر علينا أن نجعل المسافات الإجمالية بين النقاط المسقطة أقرب ما يمكن إلى المسافات الحقيقية بين النقاط في الفضاء الأصلي.

4- مبدأ تقنية تحليل المركبات الأساسية



$$d(n_i, n_{i'}) \backsimeq d(h_i, h_{i'})$$

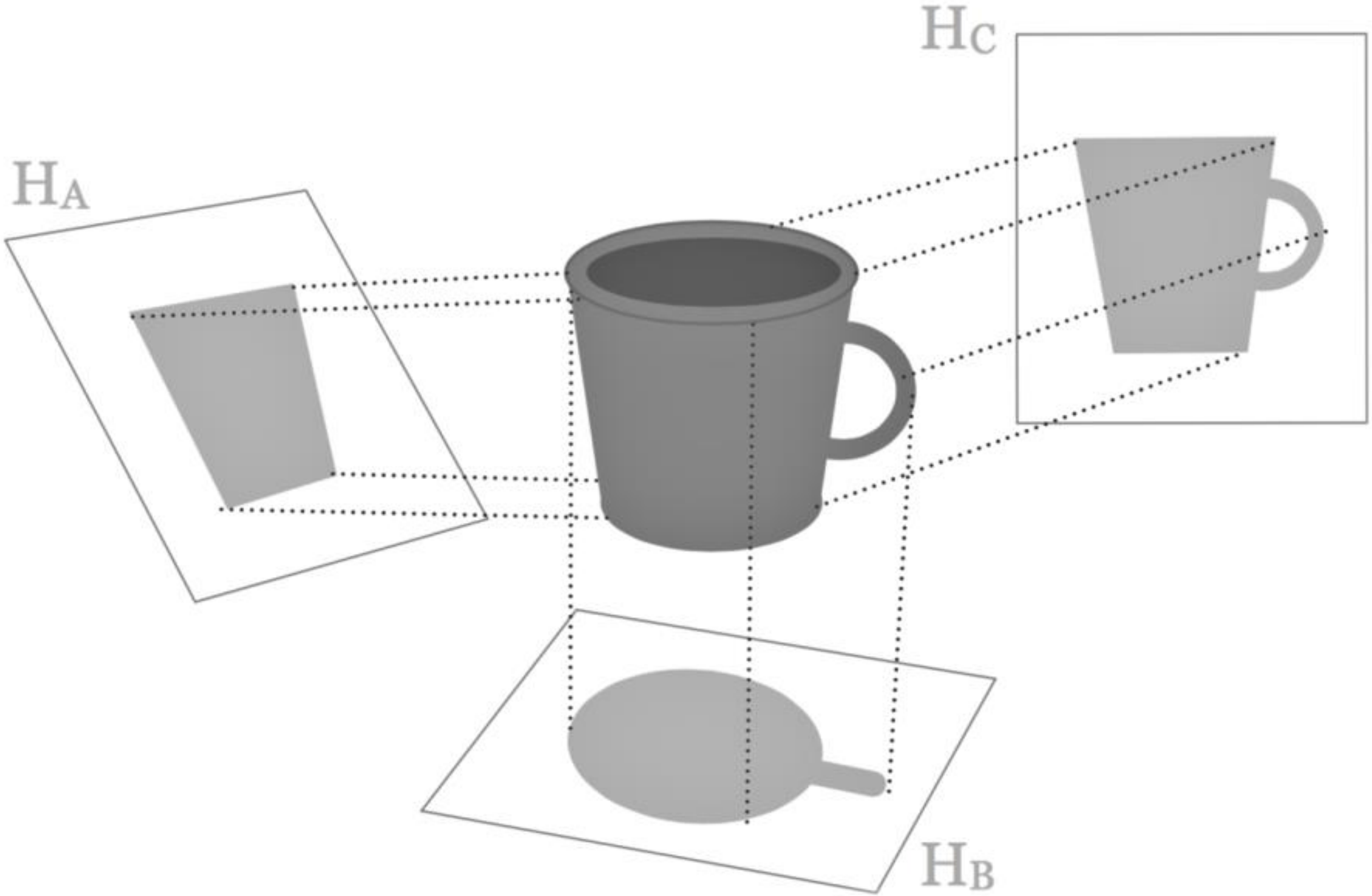
4- مبدأ تقنية تحليل المركبات الأساسية

السؤال المطروح هو:

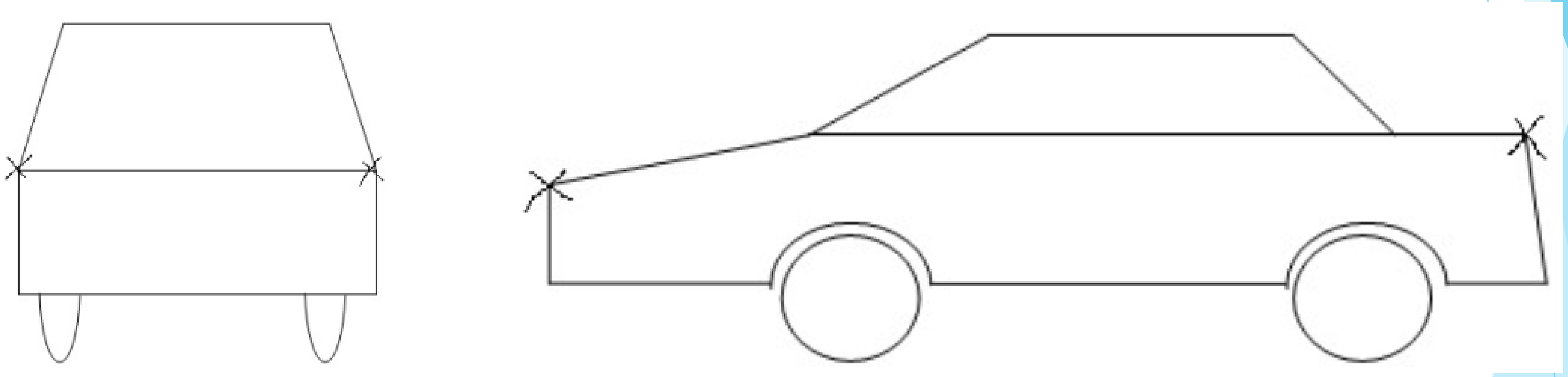
كيف نختار المحور (أو المستوى)؟ الذي يحقق لنا شرط

- ✓المحافظة على المسافات بين النقاط قدر الإمكان
- ✓أن تكون أكثر تمثيلا للسحابة الأصلية

4- مبدأ تقنية تحليل المركبات الأساسية



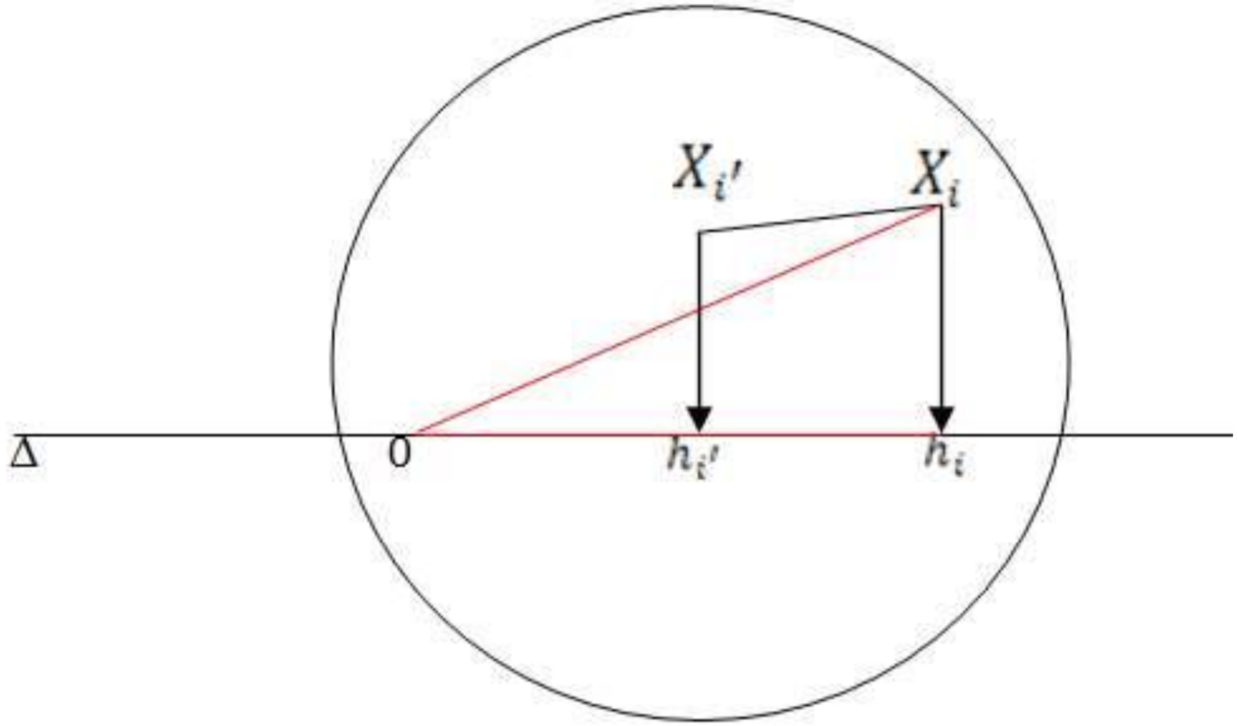
4- مبدأ تقنية تحليل المركبات الأساسية



✓ بالتالي يكون المحور (المستوي) الأكثر تمثيلا لسحابة النقاط هو الذي تكون فيه أطراف السحابة أكثر تشتتا (أي أكبر تباين ممكن)

4- مبدأ تقنية تحليل المركبات الأساسية

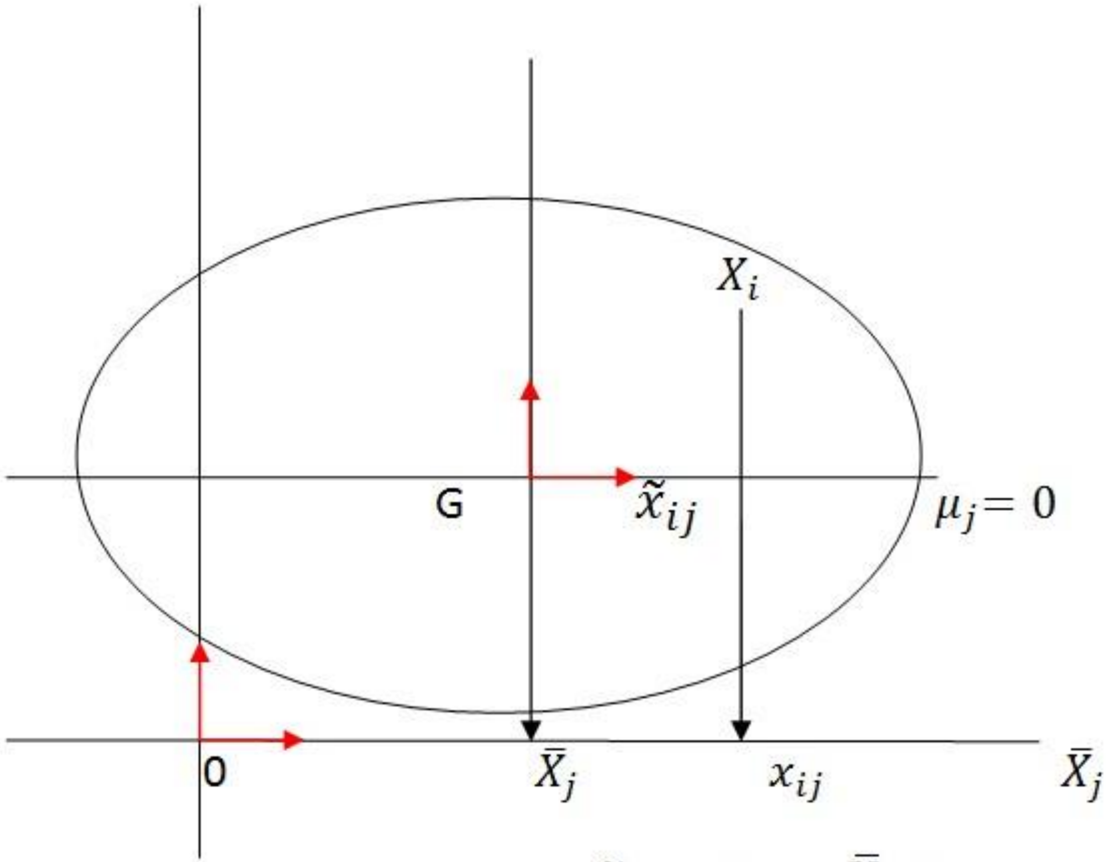
في التمثيل الهندسي يعتمد الإسقاط على مبدأ المحافظة على المسافات بين الأفراد



$$d(X_i, X_i^{'}) \approx d(h_i, h_i^{'})$$

4- مبدأ تقنية تحليل المركبات الأساسية

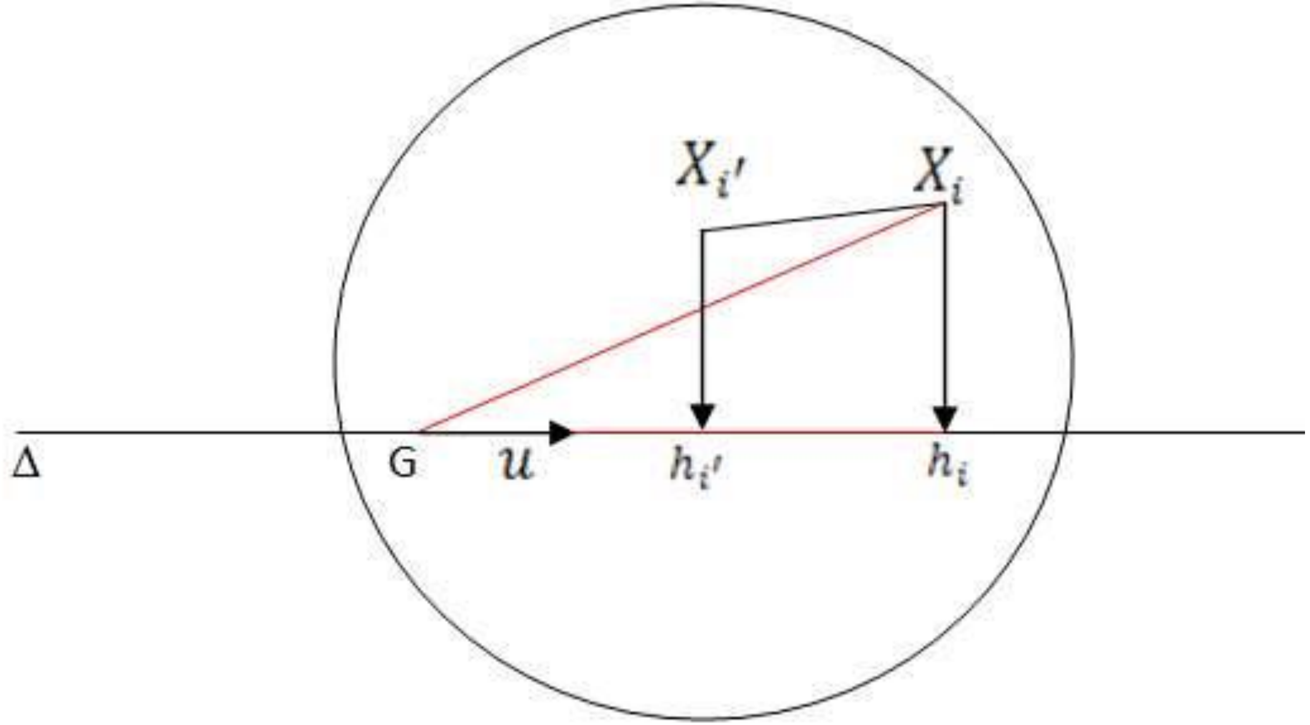
عند الإسقاط على المستقيم Δ وللحصول على تمثيل أقل تشوه لسحابة النقاط، نأخذ مركز ثقل سحابة النقاط (G)كمركز للإسقاط، والذي يمثل متوسط المتغيرات



حيث: $\tilde{x}_i = x_{ij} - \bar{X}_j$

4- مبدأ تقنية تحليل المركبات الأساسية

وبشكل عام يمكن توضيح الإسقاط بجعل مركز الإسقاط هو النقطة Gكما يلي:



$$Max(I_{\Delta}) = Max(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} d^2(G,h_i))$$

I_{Δ} (Inertie)هو تباين النقاط على طول المستقيم Δ (أي تشتت النقاط المسقطة على المستقيم Δ حول المركز G

أن تعظيم التباين الكلي على طول المستقيم Δ يعني البحث عن أكبر القيم الذاتية لمصفوفة التباين والتباين المشترك/ أو لمصفوفة الارتباط (حسب طبيعة المتغيرات المدروسة)

5- أنواع تقنية تحليل المركبات الأساسية

يوجد نوعين (أو طريقتين):

الطريقة الأولى: تحليل المركبات الأساسية البسيطة (غير معياري) Non-Normalized

- ✓ تستخدم هذه الطريقة في حال كانت جميع المتغيرات متجانسة
- ✓ يتم العمل في هذه الحالة على جدول البيانات المركز
- ✓ وبالتالي نستخدم مصفوفة التباين والتباين المشترك

5- أنواع تقنية تحليل المركبات الأساسية

الطريقة الثانية: تحليل المركبات الأساسية المعيارية Normalized

- ✓ تستخدم هذه الطريقة في حال كانت المتغيرات غير متجانسة
- ✓ يتم العمل في هذه الحالة على جدول البيانات المعيارية (الممركزة المختزلة)
- ✓ وبالتالي نستخدم مصفوفة الإرتباط

5- خطوات إجراء تقنية تحليل المركبات الأساسية

6-1 تشكيل جدول البيانات الكمية:

- ✓ يستخدم أسلوب تحليل المركبات الرئيسية مع جدول البيات الكمية
- ✓ يضم أفراد وكذلك متغيرات كمية مستمرة
- ✓ قد تكون المتغيرات متجانسة أو غير متجانسة في معيار القياس
- ✓ تكون المتغيرات مترابطة فيما بينها

6- خطوات إجراء تقنية تحليل المركبات الأساسية

مثال: ليكن لدينا نقاط خمس (5) طلبة في ثلاث (3) مقاييس.

المتغيرات / الأفراد	X_1	X_2	X_3
1	11	10	13
2	11	8	11
3	14	13	15
4	10	8	11
5	9	11	10

$$X_{5\times 3} = \begin{pmatrix} 11 & 10 & 13 \\ 11 & 8 & 11 \\ 14 & 13 & 15 \\ 10 & 8 & 11 \\ 9 & 11 & 10 \end{pmatrix}$$

6- خطوات إجراء تقنية تحليل المركبات الأساسية

2-6 حساب المتوسطات وتشكيل جدول البيانات الكمية الممركز:

- ✓ حساب المتوسطات الحسابية لكل متغيرعلى حدة (كل عمود لديه متوسط حسابي)
- ✓ طرح المتوسطات الحسابية من القيم x_i الموجودة في نفس العمود
- ✓ و G هي نقطة مركز ثقل سحابة النقاط إحداثياتها هي متوسطات المتغيرات
- ✓ جعل البيانات ممركزة لا يؤثر على شكل سحابة النقاط

الأفراد \ المتغيرات	X_1	X_2	X_2
1	11	10	13
2	11	8	11
3	14	13	15
4	10	8	11
5	9	11	10
G	**11**	**10**	**12**

يمكن حسابها لكل عمود بالقانون:

$$\bar{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$\bar{X}_1 = \frac{11+11+14+10+9}{5} = 11$$

لدينا: $\bar{X}_1 = 11$ ،$\bar{X}_2 = 10$ ،$\bar{X}_3 = 12$.

جدول البيانات المركزة

المتغيرات / الأفراد	X_1	X_2	X_2
1	11-11=0	10-10=0	13-12=1
2	0	-2	-1
3	3	3	3
4	-1	-2	-1
5	-2	1	-2

المصفوفة المركز

يمكن حسابها بطرح المتوسط الحسابي من كل عنصر في العمود الذي يوافقه

$$\Rightarrow X_c = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \\ 3 & 3 & 3 \\ -1 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

6- خطوات إجراء تقنية تحليل المركبات الأساسية

3-6 حساب التباينات والانحرافات وتشكيل جدول البيانات المعيارية (المركزة المختزلة)

- ✓ بالنسبة للبيانات الغير متجانسة في وحدات القياس يجب تحويلها الى بيانات معيارية
- ✓ نحسب أولا التباينات ثم الانحرافات المعيارية (لكل عمود) $v = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n}, s = \sqrt{v}$
- ✓ نقسم عناصر كل عمود من المصفوفة المركزة على الانحراف المعياري المقابل له

جدول البيانات المركزة

المتغيرات / الأفراد	X_1	X_2	X_2
1	0	0	1
2	0	-2	-1
3	3	3	3
4	-1	-2	-1
5	-2	1	-2
V	2.8	3.6	3.2
S	1.67	1.89	1.78

جدول البيانات المعيارية

المتغيرات / الأفراد	X_1	X_2	X_2
1	0	0	0.56
2	0	-1.05	-0.56
3	1.79	1.58	1.68
4	-0.6	-1.05	-0.56
5	-1.2	0.53	-1.12

المصفوفة المعيارية

$$X_{CR} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0{,}56 \\ 0 & -1{,}05 & -0{,}56 \\ 1{,}79 & 1{,}58 & 1{,}68 \\ -0{,}6 & -1{,}05 & -0{,}56 \\ -1{,}2 & 0{,}53 & -1{,}12 \end{pmatrix}$$

6- خطوات إجراء تقنية تحليل المركبات الأساسية

6-4 حساب مصفوفة التباين والتباين المشترك أو حساب مصفوفة الارتباط

6-4-1حساب مصفوفة التباين والتباين المشترك

- ✓ نحسب مصفوفة التباين والتباين المشترك V في حال كانت المتغيرات متجانسة
- ✓ يتم حساب التباين والتباين المشترك من الصيغة المصفوفية التالية:

$$V = \frac{1}{n} . X_C^T . X_C$$

أو

حيث:

X_C^T هي منقول المصفوفة المركزة

X_C هي المصفوفة المركزة

6- خطوات إجراء تقنية تحليل المركبات الأساسية

ملاحظات:

- ✓ مصفوفة التباين والتباين المشترك V هي مصفوفة متناظرة ومن الدرجة $p \times p$
- ✓ أن القطر الرئيسي للمصفوفة Vهي تباينات المتغيرات
- ✓ المصفوفة V، مصفوفة متماثلة (تساوي منقولها) $V = V^T$
- ✓عند استخدام المصفوفة V، يحسب التباين الكلي (Inertie Total) من العلاقة:

$$I_T = Trace(V) = \sum Var$$

حساب مصفوفة التباين والتباين المشترك

$$V = \frac{1}{n}.X_C^T.X_C = \frac{1}{5}.\begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 & -1 & -2 \\ 0 & -2 & 3 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 3 & -1 & -2 \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \\ 3 & 3 & 3 \\ -1 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.8 & 1.8 & 2.8 \\ 1.8 & 3.6 & 2.2 \\ 2.8 & 2.2 & 3.2 \end{pmatrix}$$

6- خطوات إجراء تقنية تحليل المركبات الأساسية

6-4 حساب مصفوفة التباين والتباين المشترك أو حساب مصفوفة الارتباط

6-4-2حساب مصفوفة الارتباط:

- ✓ نحسب مصفوفة الارتباط R في حال كانت المتغيرات متجانسة
- ✓ يتم حساب مصفوفة الارتباط من الصيغة المصفوفية التالية:

أو

$$R = \frac{1}{n} . X_{CR}^{T} . X_{CR}$$

حيث:

X_{CR}^{T} هي منقول المصفوفة المعيارية

X_{CR} هي المصفوفة المعيارية

6- خطوات إجراء تقنية تحليل المركبات الأساسية

ملاحظات:

- ✓ مصفوفة الارتباط **R** هي مصفوفة متناظرة ومن الدرجة $p \times p$
- ✓ أن كل أعداد القطر الرئيسي للمصفوفة **R** هي الواحد الصحيح (1)
- ✓ المصفوفة **R**، مصفوفة متماثلة (تساوي منقولها) $R = R^T$
- ✓ عند استخدام المصفوفة **R**، يحسب التباين الكلي (Inertie Total) من العلاقة:

$$I_T = Trace(R) = p$$

حساب مصفوفة الارتباط:

$$R=\frac{1}{n}.X_{CR}^{T}.X_{CR}=\frac{1}{5}.\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1.79 & -0.6 & -1.2 \\ 0 & -1.05 & 1.58 & -1.05 & 0.53 \\ 0.56 & -0.56 & 1.68 & -0.56 & -1.12 \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.56 \\ 0 & -1.05 & -0.56 \\ 1.79 & 1.58 & 1.68 \\ -0.6 & -1.05 & -0.56 \\ -1.2 & 0.53 & -1.12 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0.57 & 0.94 \\ 0.57 & 1 & 0.65 \\ 0.94 & 0.65 & 1 \end{pmatrix}$$

6- خطوات إجراء تقنية تحليل المركبات الأساسية

5-6 حساب القيم والأشعة الذاتية لمصفوفة التباين والتباين المشترك

1-5-6حساب القيم الذاتية لمصفوفة التباين:

لدينا مصفوفة التباين والتباين المشترك **V** هي:

$$V=\begin{pmatrix}2.8 & 1.8 & 2.8\\ 1.8 & 3.6 & 2.2\\ 2.8 & 2.2 & 3.2\end{pmatrix}$$

نقوم بحساب القيم الذاتية انطلاقا من العلاقة:

$$\det(V-\lambda I)=0$$

$$\det(V-\lambda I)=0\Rightarrow\left|\begin{pmatrix}2.8 & 1.8 & 2.8\\ 1.8 & 3.6 & 2.2\\ 2.8 & 2.2 & 3.2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda & 0 & 0\\ 0 & \lambda & 0\\ 0 & 0 & \lambda\end{pmatrix}\right|=0\Rightarrow\begin{vmatrix}2.8-\lambda & 1.8 & 2.8\\ 1.8 & 3.6-\lambda & 2.2\\ 2.8 & 2.2 & 3.2-\lambda\end{vmatrix}=0$$

$$-\lambda^3+9.6\lambda^2-14.64\lambda+2.28=0$$

ومنه توجد ثلاث قيم ذاتية هي (بالترتيب):

$$\lambda_1 = 7.74 \qquad \lambda_2 = 1.68 \qquad \lambda_3 = 0.18$$

2-5-6حساب الأشعة الذاتية:

نقوم بحساب الأشعة الذاتية المرافقة للقيم الذاتية انطلاقا من العلاقة: $(V - \lambda I)u = 0$

$$(V - \lambda I)u = 0 \Rightarrow \left(\begin{pmatrix} 2.8 & 1.8 & 2.8 \\ 1.8 & 3.6 & 2.2 \\ 2.8 & 2.2 & 3.2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2.8-\lambda & 1.8 & 2.8 \\ 1.8 & 3.6-\lambda & 2.2 \\ 2.8 & 2.2 & 3.2-\lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

لما $\lambda_1 = 7.74$ الشعاع الذاتي الأول المرافق هو

$$u_1 = \begin{pmatrix} 0.9x_3 \\ 0.92x_3 \\ x_3 \end{pmatrix} = x_3 \begin{pmatrix} 0.9 \\ 0.92 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- تحويل الشعاع الذاتي إلى شعاع معياري:

✓ الشعاع الذاتي المعياري: هو شعاع ذاتي تم توحيده ليكون طوله (أو معياره) يساوي1،

✓ لجعل الشعاع معياري يكفي أن نقسم كل قيمه على طويلته (طوله)

✓ يتم حساب طويلة شعاع باستخدام القاعدة:

$$\left\|\vec{u}\right\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}$$

لنحسب طويلةالشعاع الذاتي الأول

$$u_1 = x_3 \begin{pmatrix} 0.9 \\ 0.92 \\ 1 \end{pmatrix}$$

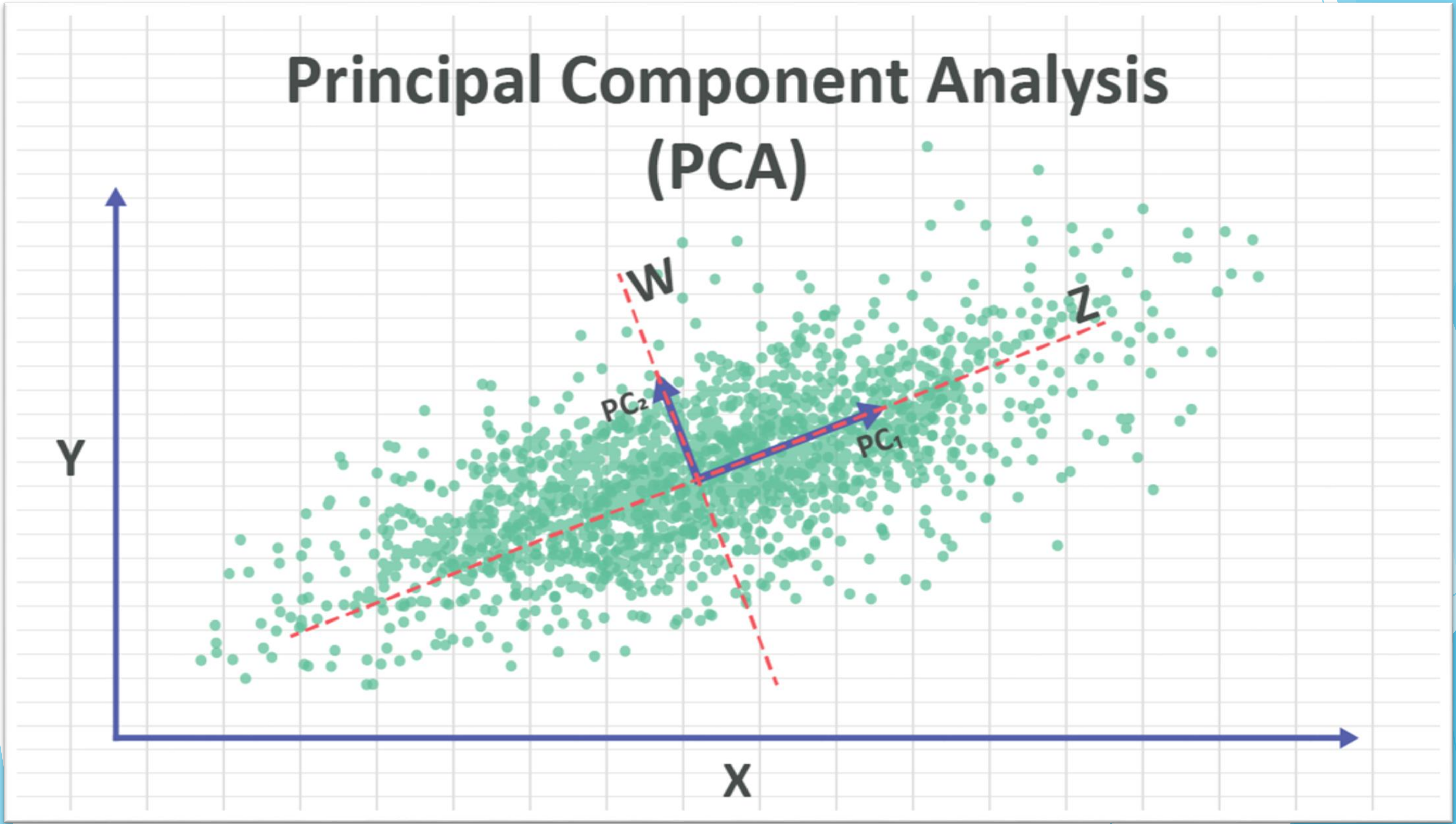
$$\left\|\vec{u}_1\right\| = \sqrt{(0.9)^2 + (0.92)^2 + (1)^2} = \sqrt{2.66} = 1.63$$

ومنه الشعاع الذاتي المعياري الأول

$$\vec{u}_1 = \frac{1}{1.63} \begin{pmatrix} 0.9 \\ 0.92 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{u}_1 = \begin{pmatrix} 0.55 \\ 0.56 \\ 0.61 \end{pmatrix}$$

وبنفس الطريقة نتحصل على بقية الأشعة الذاتية المعيارية:

$$\vec{u}_2 = \begin{pmatrix} -0.46 \\ 0.82 \\ -0.34 \end{pmatrix} \qquad \vec{u}_3 = \begin{pmatrix} -0.69 \\ -0.09 \\ 0.71 \end{pmatrix}$$


Principal Component Analysis
(PCA)
W
Z
PC2
PC1
Y
X

توضيح للمفاهيم: بعد ترتيب القيم الذاتية من الأكبر إلى الأصغر

- ✓ القيمة الذاتية الأولى تعطينا الشعاع الذاتي الأول، والذي بدوره يعطينا المحور العاملي الأول **F1** (المستقيم $\Delta 1$)، وهي تمثل المركبة الرئيسية الأولى

- ✓ القيمة الذاتية الأولى λ_1 تمثل المساهمة المطلقة للمحور الأول في التباين الكلي (Inertie)

- ✓ القيمة الذاتية الثانية تعطينا الشعاع الذاتي الثاني، والذي يعطينا المحور العاملي الثاني **F2** (المستقيم $\Delta 2$)، وهي تمثل المركبة الرئيسية الثانية

- ✓ القيمة الذاتية الثانية λ_2 تمثل المساهمة المطلقة للمحور الثاني في التباين الكلي (Inertie)

توضيح للمفاهيم:

- ✓ المحورين العامليين الأول والثاني يشكلان معا المستوى العاملي الأول
- ✓ حيث يكون الشعاع الذاتي الأول متعامد مع الشعاع الذاتي الثاني، أي $\vec{u}_1 \perp \vec{u}_2$
- ✓ القيمة الذاتية الأولى والثانية معا أي $\lambda_1 + \lambda_2$ تمثل المساهمة المطلقة للمستوي العاملي الأول في التباين الكلي (Inertie)

6-6 تشكيل جدول القيم الذاتية والمساهمة النسبية للمحاور (جدول التباين الكلي المفسر):

الرقم	القيم الذاتية (λ_i)	النسبة المئوية (%)	النسبة المئوية الصاعدة (%↑)
1	7,74	$\frac{\lambda_1}{\sum_{i=1}^{3}\lambda_i} * 100 = 80{,}6$	$\frac{\lambda_1}{\sum_{i=1}^{3}\lambda_i} * 100 = 80{,}6$
2	1,68	$\frac{\lambda_2}{\sum_{i=1}^{3}\lambda_i} * 100 = 17{,}5$	$\frac{\lambda_1+\lambda_2}{\sum_{i=1}^{3}\lambda_i} * 100 = 98{,}1$
3	0,18	$\frac{\lambda_3}{\sum_{i=1}^{3}\lambda_i} * 100 = 1{,}9$	$\frac{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3}{\sum_{i=1}^{3}\lambda_i} * 100 = 100$
	$\sum_{i=1}^{3}\lambda_i = 9{,}6$	100	

تفسير:

- ✓ كل قيمة ذاتية λi تمثل المساهمة المطلقة للمحور i في التباين الكلي
- ✓ كل نسبة $\frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^{p}\lambda_i}\times 100$ تمثل المساهمة النسبية للمحور i في التباين الكلي
- ✓ تمثل القيمة $\frac{\lambda_1}{\sum_{i=1}^{p}\lambda_i}\times 100 = 80.6\%$ نسبة التباين المفسر بالمحور العاملي الأول من التباين الكلي
- ✓ تمثل القيمة $\frac{\lambda_2}{\sum_{i=1}^{p}\lambda_i}\times 100 = 17.5\%$ نسبة التباين المفسر بالمحور العاملي الثاني من التباين الكلي
- ✓ تمثل القيمة $\frac{\lambda_1+\lambda_2}{\sum_{i=1}^{p}\lambda_i}\times 100 = 98.1\%$ نسبة التباين المفسر بالمستوي العاملي الأول من التباين الكلي

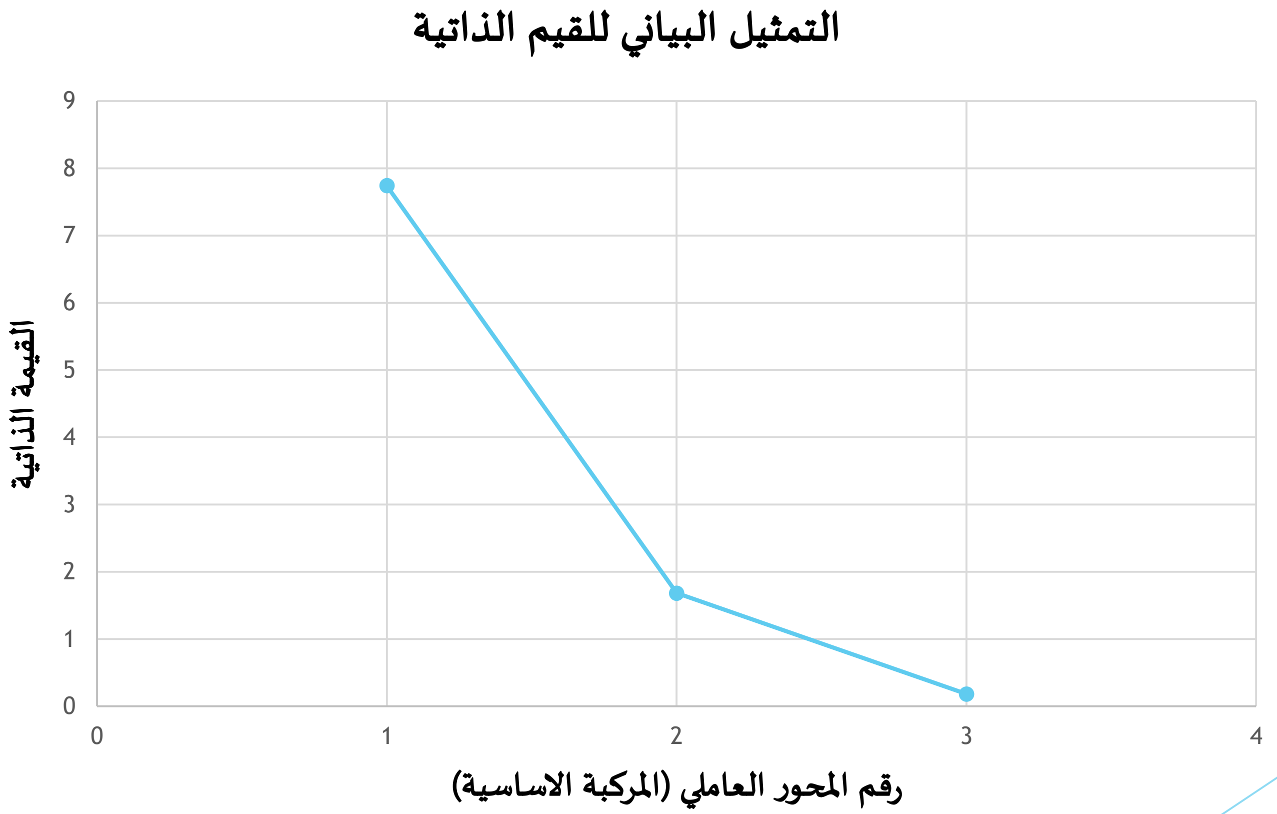
أي نسبة التباين المفسر بالمحور العاملي الأول والثاني معا

8-6 تحديد عدد المحاور التي سنأخذ في التحليل:

يوجد العديد من المعايير المستخدمة في تحديد عدد المحاور التي تؤخذ في التحليل، من بينها:

- ✓ **معيار كايزر Kaiser:** اختيار العوامل التي تكون القيمة الذاتية لها أكبر من 1
- ✓ **معيار نسبة التباين المُفَسَّر:** يركز على نسبة التباين التراكمي الذي تفسره العوامل التي يتم ترتيبها بالتتابع. في هذاالمعيار نقوم باختيار عدد العوامل التي تفسر معا نسبة تباين تصل إلى 70% أو 80 % فأكثر.
- ✓ **معيار نسبة تباين المحور العاملي الثالث (الأخير):** يركز على نسبة التباين الذي يفسره المحور العاملي فإذا كان أكبر من 15% فلا بد من اختياره. وإن كان أقل نتوقف ولا نختاره.

- **معيار التمثيل البياني للقيم الذاتية (Scree Plot):** نرسم تمثيل بياني بالنقاط (أو بالأعمدة) للقيم الذاتية، نربط بين النقاط (أو رؤوس الأعمدة) بخطوط مستقيمة، وأين تشكل لنا انعطاف فنتوقف عند تلك القيمة الذاتية (تؤخذ في الحسبان النقطة التي يبدأ منها الانحراف)



9-6 حساب مركبات (إحداثيات) الأفراد على المحاور الأساسية :

- ✓ بعد تحديد عدد المحاور العاملية يجب تحديد المركبات (الإحداثيات) الرئيسية للأفراد على المحاور العاملية الجديدة

- ✓ وهي تمثل اسقاطات نقاط الأفراد على المحاور العاملية الجديدة

- ✓ إذا كان تحليل المركبات الأساسية غير معياري (أي بالاعتماد على المصفوفة V) تحسب المركبات بالعلاقة التالية:

$$F_i = X_c \vec{u}_i$$

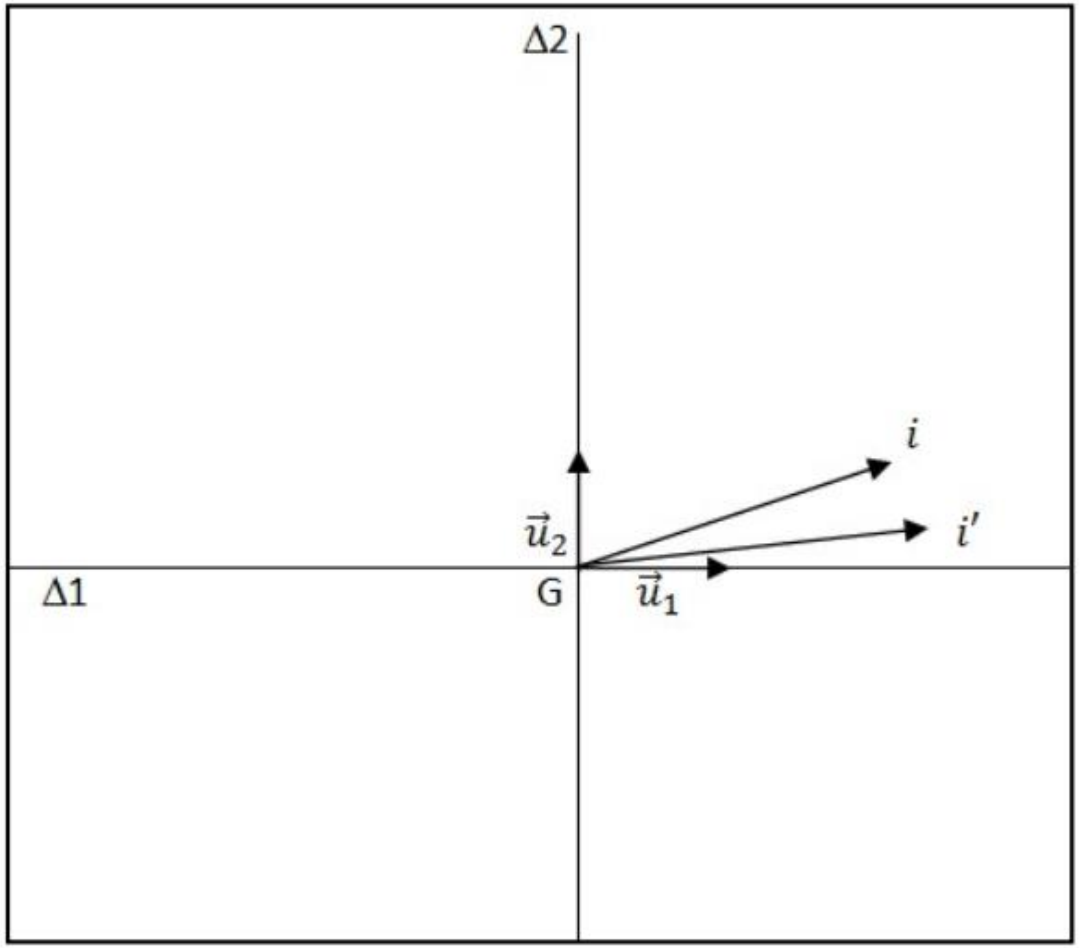
$$F_1 = X_c \vec{u}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \\ 3 & 3 & 3 \\ -1 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.55 \\ 0.56 \\ 0.61 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.61 \\ -1.73 \\ 5.16 \\ -2.28 \\ -1.76 \end{pmatrix}$$

$$F_1 = X_c \vec{u}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \\ 3 & 3 & 3 \\ -1 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0.46 \\ 0.82 \\ -0.34 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.34 \\ -1.3 \\ 0.06 \\ -0.84 \\ 2.42 \end{pmatrix}$$

10-6 التمثيل البياني للأفراد على المحاور الرئيسية :

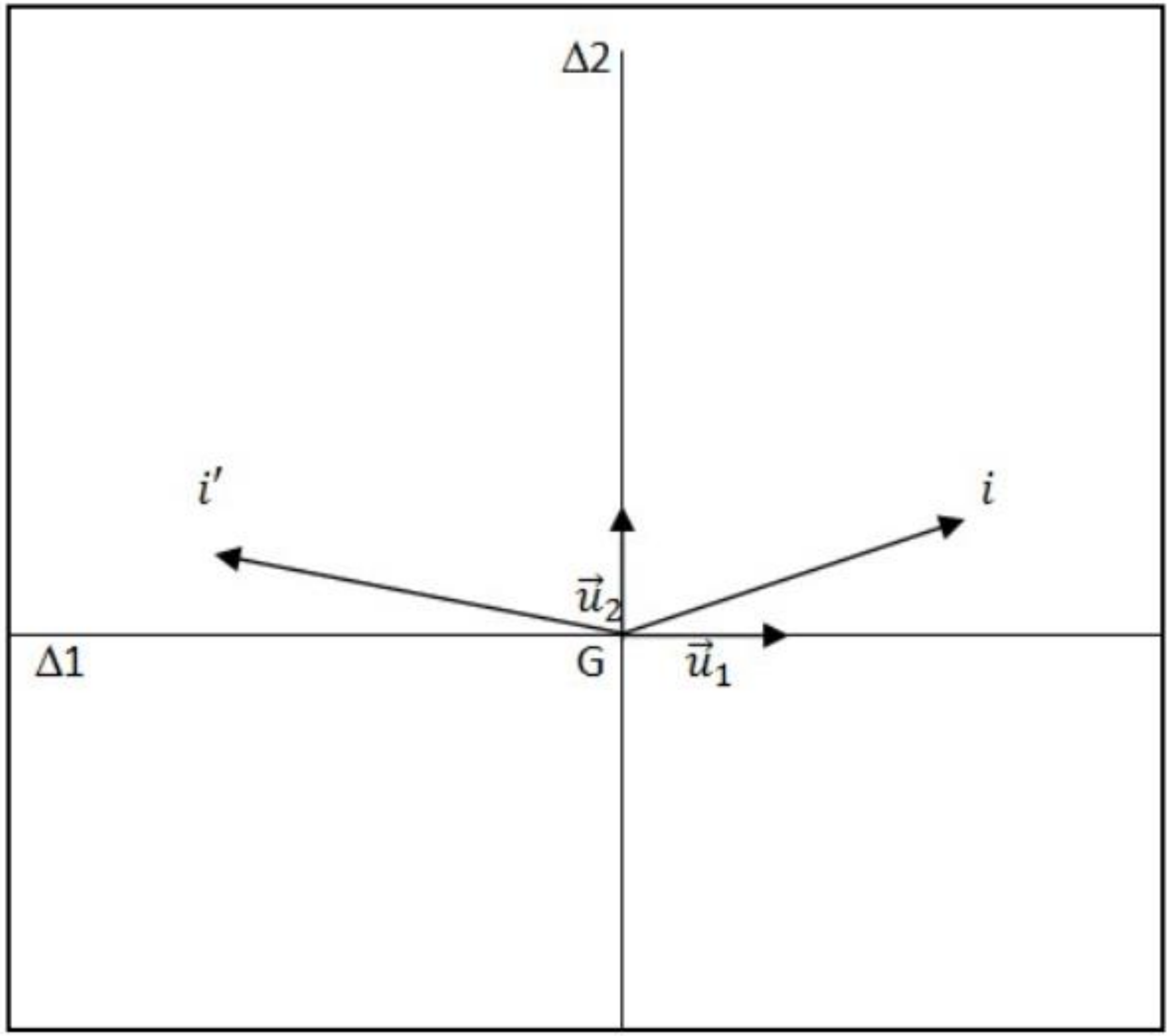
يبين لنا التمثيل البياني للأفراد على المحاور الرئيسية ما يلي:

- ✓ المسافات بين الأفراد تدل على التشابه (أو الاختلاف)



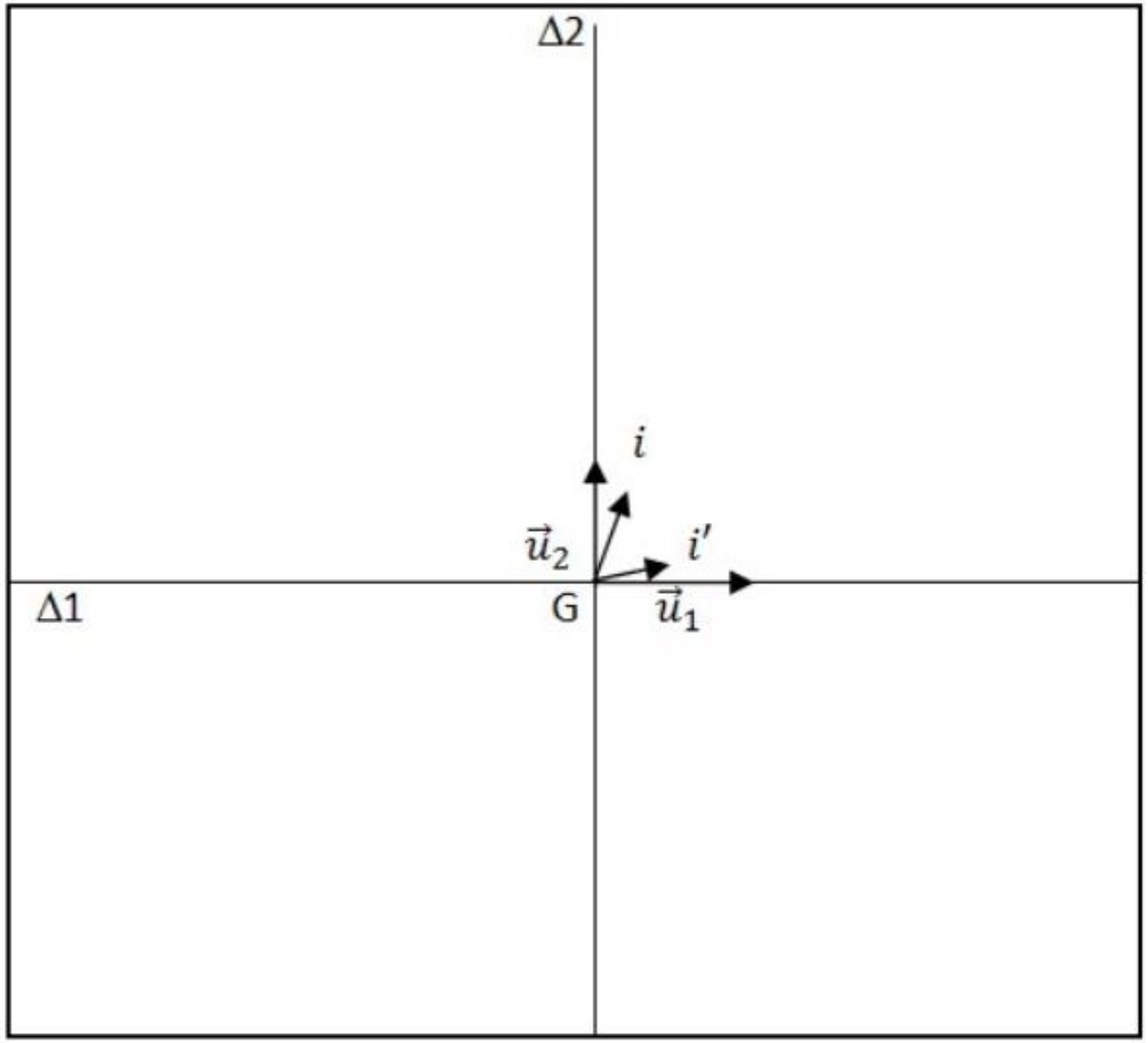
- ✓ إذا كان الفرد i قريب من الفرد i' فهذا يدل على أن هذان الفردان متشابهان، أي يأخذان قيما متقاربة على كل المتغيرات بشكل عام.

10-6 التمثيل البياني للأفراد على المحاور الرئيسية :



- ✓ إذا كانت نقطة الفرد i بعيدة عن نقطة الفرد i' فهذا يدل على أن هذان الفردان مختلفان، أي يأخذان قيما متباعدة على كل المتغيرات بشكل عام.

10-6 التمثيل البياني للأفراد على المحاور الرئيسية :



- ✓ الأفراد القريبة من المبدأ (G) هي الأفراد التي قيمها عند جميع المتغيرات قريبة من المتوسط بشكل عام.