Université Mohamed Khider de Biskra
Département Informatique
Module: Analyse de données

Première Année Master
2024/2025

Corrigé-Interrogation

Solution de l'Exercice 1

1. L'estimation ponctuelle de la moyenne et la variance corrigée et son écart-type de X sont données par :

$$\begin{aligned}\overline{X} &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = 42.26.\\ \hat{\sigma}_c^2 &= \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{X})^2 = 46.23.\\ \hat{\sigma}_c &= \sqrt{\hat{\sigma}_c^2} = \sqrt{46.23} = 6.8.\end{aligned}$$

2. Dans cette question, la formulation du test à réaliser est la suivante :

$$H_0 :\ ''\mu = 40'' \text{ contre } H_1 :\ ''\mu \neq 40''.$$

Au vu de l'échantillon précédent (la taille de l'échantillon > 30, X suit une loi normale et la vraie variance est inconnue) c'est le test de loi normale qu'il faut réaliser. On a :
• La statistique du test $U = \frac{\overline{X}-\mu_0}{\hat{\sigma}_c/\sqrt{n}} = \frac{42.26-40}{6.8/\sqrt{31}} = 1.85$,
• La valeur critique de test sur la table de la loi normale est: $u_\alpha = 2.33$.
A cet effet, on constate que $u \in [-u_\alpha, u_\alpha](1.85 \in [-2.33, 2.33]) \Rightarrow H_0$ est vraie, c'est-à-dire à un seuil de risque 2% la taille moyenne de l'échantillon est égale de 40cm.

Solution de l'Exercice 2

1. Le test à réaliser dans ce cas est le test d'homogénéité de moyenne des deux échantillons cas petits échantillons($n < 30$), dont la formulation du test est donné par :

$$H_0 :\ ''\ \mu_1 = \mu_2\ '' \text{ contre } H_1 :\ ''\ \mu_1 < \mu_2\ '', \tag{1}$$

Supposant que les deux échantillons sont issus d'une loi normale, mutuellement indépendants. On doit vérifier d'abord l'homogénéité de leurs variances, et cela en réalisant le test suivant :

$$H_0 :\ ''\ \sigma_1^2 = \sigma_2^2\ '' \text{ contre } H_1 :\ ''\ \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2\ '',$$

Notons que les moyennes des deux échantillons sont données par :
$\overline{X_1} = \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{7} X_i = \frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7} X_i = 25.71,\quad \overline{X_2} = \frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{9} X_i = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9} X_i = 31.11.$

a) La statistique du test d'homogénéité de variance des deux échantillons est donnée par : $F = \frac{\hat{\sigma}_{c2}^2}{\hat{\sigma}_{c1}^2}$ (le fait que $\hat{\sigma}_{c2}^2 > \hat{\sigma}_{c1}^2$) est sa réalisation est $f = 1.16$.

b) La valeur critique du test, pour $\alpha = 2\%$, est : $f_\alpha = f_{(n_2-1,n_1-1,1-\alpha/2)} = f_{(8,6,0.99)} = 8.10$.

c) On constate que : $f \in [1, f_\alpha[$, cela signifier que les deux échantillons ont la même variance.

d) Le fait que les deux échantillons ont la même variance donc on calcule la variance commune définie par :

$$\hat{\sigma}_c^2 = \frac{(n_1-1)\hat{\sigma}_{c1}^2 + (n_2-1)\hat{\sigma}_{c2}^2}{n_1+n_2-2} = 91.07.$$

e) Ainsi, la statistique du test d'homogénéité de moyenne (1) est donnée par :

$$T = \frac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{\sqrt{\hat{\sigma}_c^2(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}} \quad \text{et sa réalisation est} \quad t = -1.12.$$

f) La valeur critique du test est : $t_\alpha = t(n_1+n_2-2, 1-\alpha) = t(14, 1-0.02) = 2.145$..

g) On constate que, $t > -t_\alpha$ on ne rejette pas H_0, on peut dire que la durée de vie moyenne des capteurs de type X_1 est égale à celle des capteurs de type X_2 pour un risque $\alpha = 2\%$.

Solution de l'Exercice 3 *(04 points)*
Compléter le tableau suivant, de l'$ANOVA$, par les bonnes réponses:

	SC	*ddl*	*CM*	f_{obs}	f_α
Inter-groupes	*960*	*3*	*320*	*16*	$f_{(3,16,0.95)} = 3.24$
Intra-groupes	*320*	*16*	*20*		
Total	*1280*	*19*			

On remarque que $f_{obs} > f_\alpha$, Alors on constate, au seuil de risque 5%, que le facteur considère a une influence sur le critère retenu.

Bonne chance.