

المحاضرة الخامسة: تحليل المركبات الرئيسية

Principal Component Analysis (PCA)- Analyse en composantes principales (ACP)

1. تمهيد

تعتبر طريقة تحليل المركبات أو المكونات الرئيسية (PCA) من أشهر الطرق وأكثرها استعمالاً في مختلف البحوث والدراسات العلمية في مجالات عدّة (علم الحاسوب، الطب، البيولوجيا،)، وهذا بسبب قدرتها الكبيرة على ضغط وتقليل البيانات، مما يجعلها مفيدة جداً عندما يكون هناك كم هائل من البيانات الكمية القابلة للمعالجة لغرض التفسير. وتستخدم طريقة (PCA) بشكل شائع في التسويق لتجميع عناصر من أداة القياس (فرقات الاستبيان مثلاً) في أبعاد أو عوامل قليلة متصلة.

2. نشأة تحليل المركبات الرئيسية

تم اختراع PCA عام 1901 من قبل كارل بيرسون Karl Pearson، منظر اختبار كاي مربع (χ^2)، محاولة منه لعميم مبادئ نظرية عزم القصور الذاتي في الميكانيكا، وقد حاول بيرسون، آنذاك، تعميم أعماله في مجال الانحدار والارتباط، ليس لتفسير متغير بأخر، بل لوصف البيانات وتلخيصها.

وفي 1930، قام هارولد هوتلن Harold Hotelling بتنمية وتطوير الطريقة، في إطار تعريف نظري شمل طرق التحليل العاملية التي انبثقت من طريقة تحليل المركبات الرئيسية، وقد كان أكبر عائق أمام تبني هذه الطريقة في النصف الأول من القرن العشرين، هو الكم الهائل من الحسابات المعقدة التي تستهلكها، والتي لم تكن إمكانيات الحاسوب الآلي المتوفّرة آنذاك تسمح بها.

وابتداءً من السبعينيات، ومع تطور الحاسوب الآلي، تناولت شعبية طريقة المركبات الأساسية وبقي طرق التحليل العاملية في مجتمع الإحصائيين، بل وتم تبنيها من طرف مجالات معرفية متنوعة أخرى كالاقتصاد، علم الاجتماع والمعلوماتية بهدف المعالجة الرقمية وضغط البيانات.

3. تعريف تحليل المركبات الرئيسية

تحليل المركبات الرئيسية هو: "أسلوب رياضي يقوم على أساس تحويل مجموعة من المتغيرات التفسيرية المترابطة فيما بينها إلى مجموعة جديدة من المتغيرات المستقلة (المتعامدة Orthogonal) تدعى المركبات الرئيسية، حيث كل مركبة رئيسية هي عبارة عن توليفة خطية للمتغيرات الأصلية".

تحليل المكونات الرئيسية هو: "تقنية تقليل الأبعاد التي تحول مجموعة كبيرة من المتغيرات إلى مجموعة أصغر، مع الاحتفاظ بأهم المعلومات في المجموعة الأصلية، أي أن الهدف الرئيسي من طريقة PCA هو تقليل تعقيد البيانات، دون فقدان جوهر ما تمثله هذه البيانات".

4. بعض استخدامات تحليل المركبات الرئيسية

- في التمويل، تُستخدم PCA لتقليل أبعاد مجموعة كبيرة من الأصول المالية (مثل الأسهم) إلى عدد أقل من المكونات التي تلتقط اتجاهات السوق الأساسية، ويمكن للمستثمرين استخدام هذه المكونات لتقدير المخاطر وتخصيص الأصول بشكل أكثر فعالية.

- في التصوير الطبي، يمكن استخدام PCA لتقليل تعقيد الصور الطبية مع الاحتفاظ بالمعلومات الهامة، فيساعد ذلك في تحسين جودة التصوير وتشخيص الأمراض بشكل أكثر دقة.

- في التصنيع، يمكن للشركات المصنعة استخدام PCA لمراقبة الجودة، من خلال تحليل عدد كبير من العوامل التي تؤثر على الإنتاج، وعبر تقليل هذه العوامل، يمكن تحديد المشكلات المحتملة بشكل أسرع واتخاذ الإجراءات التصحيحية.

- في التسويق، يمكن للشركات استخدام PCA لتحليل أنماط سلوك العملاء، من خلال تقليل عدد المتغيرات مثل الدخل، العمر، التفضيلات...، إلى عدد أقل من المكونات التي تفسر بشكل أفضل سلوكيات الشراء.

5. خصائص طريقة تحليل المركبات الرئيسية

أ. طريقة وصفية (**Descriptive**): تقوم بتحويل المعطيات الأولية إلى مخططات ورسومات، وبالتالي تمنحها الطابع الوصفي والمرئي، عبر تقليص الأبعاد (المتغيرات) إلى بعدين مثلاً، وبذلك يتم تمثيل البيانات على ورقة في المستوى، على أن يحتفظ الرسم البياني أكبر قدر ممكن من المعلومات الموجودة في جدول البيانات.

ب. طريقة استكشافية (**Exploratoire**): تهدف طريقة PCA لاستكشاف الظواهر عبر إظهار الفجوات بين المتغيرات وتشكيل مجموعات متشابهة من المفردات، وليس اختبار فرضيات أو نماذج مسبقة (طريقة استدلالية deductive). في حالة الاستبيان، لا تقوم PCA باختبار علاقة الرضا بالولاء مثلاً، وإنما تقوم بدراسة مجموعة فقرات الاستبيان (المتغيرات)، بهدف اخترالها وتجميعها في أبعاد أو محاور مستقلة.

ج. طريقة متعددة الأبعاد (**Multidimensionnelle**): تتطلب طريقة PCA دائمًا من عدة متغيرات كمية يتم قياسها على عينة من المفردات المعينين، ثم اخترالها في مركبتين (بعدين) أو أكثر، وفي حالة الاستبيان مثلاً فإن طريقة PCA لا تدرس إجابة واحدة، وإنما جميع الإجابات المشكلة له باعتبار كل سؤال هو متغير في حد ذاته.

د. طريقة تلخيصية - اخترالية: تهدف طريقة PCA إلى تلخيص جدول البيانات الذي يضم العديد من المتغيرات الكمية، واخترالها في مركبتين أو ثلاثة مركبات رئيسية (تسمى عوامل أو مكونات)، وهذا لا يعني أنها حذف المتغيرات، مما يجعلها تسمح بتعيين الأفراد المتشابهين والمختلفين، وتحديد درجة الترابط بين المتغيرات، واكتشاف المتغيرات المسؤولة عن التشابه أو الاختلاف بين الأفراد.

هـ. طريقة رياضية: يتمثل مبدأ ACP في إسقاط سحابة نقاط الأفراد (فضاء R^n ذو بعد n)، والمتغيرات (فضاء R^p ذو بعد p)، إلى محاور أو مستويات من 2 إلى 3 أبعاد فقط (فضاء شعاعي جزئي ذو بعد أقل)، مع الحفاظ قد المستطاع على المسافات بين الأفراد والمتغيرات قدر الإمكان، أي بتعبير آخر التقليل أقصى ما يمكن من التشوه الذي قد يطرأ على الساحبة الأصلية نتيجة الإسقاط (الحصول على تباين كلي أكبر ما يمكن).

و. طريقة تعظيمية للتباين: على الرغم من أنه يتم استخراج المركبة الأولى للنقط أقصى قدر من التباين الكلي، إلا أنه نادرًا ما يمكن التقاط التباين الكلي. وبالتالي، فإن ما تبقى من تباين تولده المركبة الثانية ... وهكذا، ومع ذلك لا يمكن أن يتجاوز عدد المركبات المستخرجة عدد المتغيرات الأصلية، كما يمكن الاقتصر على عدد محدود من المركبات (2 أو 3) التي تحتافظ بأكبر نسبة من التباين الكلي.

6. أمثلة واقعية

المكونات الرئيسية هي متغيرات جديدة يتم إنشاؤها كتركيبيات خطية للمتغيرات الأصلية في مجموعة البيانات. هذه المكونات غير مترابطة وترتبط حسب مقدار التباين الذي تلقته من البيانات الأصلية. المكون الرئيسي الأول يلقط أكبر قدر من التباين، يليه المكون الثاني، وهكذا. ولله ذلك نستعرض بعض الأمثلة من الواقع.

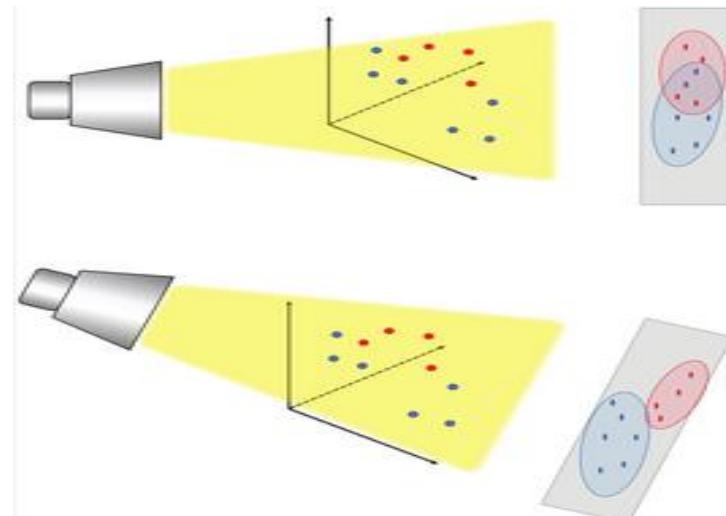
مثال (1):

لدينا مجموعة بيانات تحتوي على 10 خصائص (متغيرات)، يمكن لتحليل المركبات الرئيسية تقليل هذا العدد إلى 3 خصائص (متغيرات) مستقلة فقط على سبيل المثال، شرط أن تبقى تحفظ معظم التباين والأنمط الموجودة في مجموعة البيانات الأصلية، وهذا التبسيط يجعل استكشاف البيانات وتحليلها وتمثيلها ببيانات أسهل.

مثال (2):

مجموعة بيانات تحتوي على ثلاثة متغيرات: الطول، الوزن، والอายุ. هذه المتغيرات مترابطة (بشكل عام كلما زاد طول، فإن الوزن يزداد)، مما يعني أن التغييرات في أحدها قد تؤثر على باقي المتغيرات. هنا يقوم تحليل المركبات الرئيسية PCA بإنشاء متغيرات جديدة أقل وغير مترابطة (تسمى المكونات الرئيسية) تلقط جوهر ومعظم البيانات الأصلية. على سبيل المثال: المركبة الرئيسية الأولى PC_1 قد يلقط الحجم الإجمالي للشخص، من خلال دمج الطول والوزن. المركبة الرئيسية الثانية PC_2 قد يلقط التباين المرتبط بالعمر لوحده. ومن خلال التركيز على هذه المكونات الرئيسية، يمكننا تقليل أبعاد مجموعة البيانات مع الاحتفاظ بمعظم المعلومات (بدل 3 متغيرات نستخدم بعدين فقط).

مثال (3):



لنفترض تسلیط ضوء على مجموعة من النقاط من مجسم ثلاثي الأبعاد، وملاحظة ظلال هذه النقاط في بُعدين على الحائط. يُمثل تسلیط الضوء على البيانات البحث عن المستوى الذي يُحدث أكبر تباين بين مجموعات البيانات. تُشير زاوية الضوء في الصورة السفلية إلى مستوى ثانٍ للأبعاد أفضل لإسقاط النقاط عليه مقارنةً بالصورة أدناه.

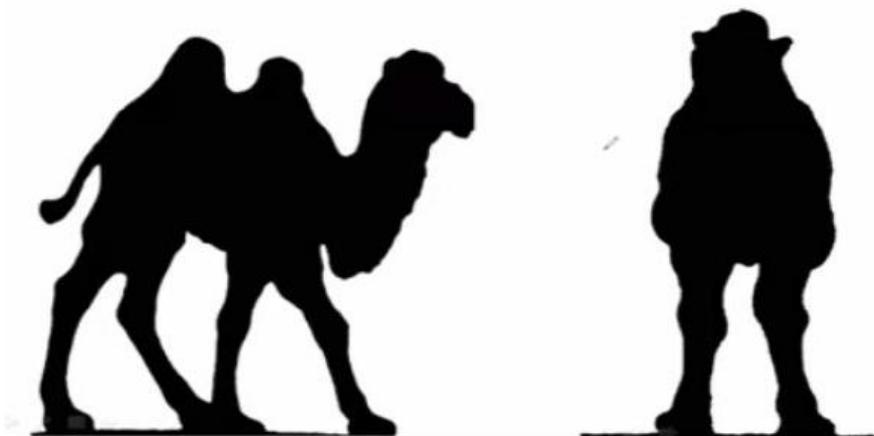
مثال (3):

يهم أحد الباحثين بدراسة سلوكيات طلاب الماستر، فيجمع بيانات عينة كبيرة من الطلاب حول الدافعية الذاتية، القدرة الفكرية، التاريخ الدراسي، التاريخ العائلي، الحالة الصحية، الخصائص الجسمانية، ... الخ، ويقوم بقياس كل من هذه المجالات بعدة متغيرات، ثم يقوم بإدخال المتغيرات في التحليل ويدرس الارتباطات فيما بينها.

يكشف التحليل عن أنماط الارتباط بين المتغيرات التي يعتقد أنها تعبر عن الأبعاد الرئيسية التي تؤثر على سلوكيات الطلاب، فمثلاً تتحدد العديد من متغيرات القدرة الفكرية مع بعض متغيرات التاريخ الدراسي لتشكيل عامل الذكاء، وبالمثل قد تتحدد متغيرات الدافعية والتاريخ الدراسي لتشكيل عامل تفضيل الاستقلالية

مثال (4)

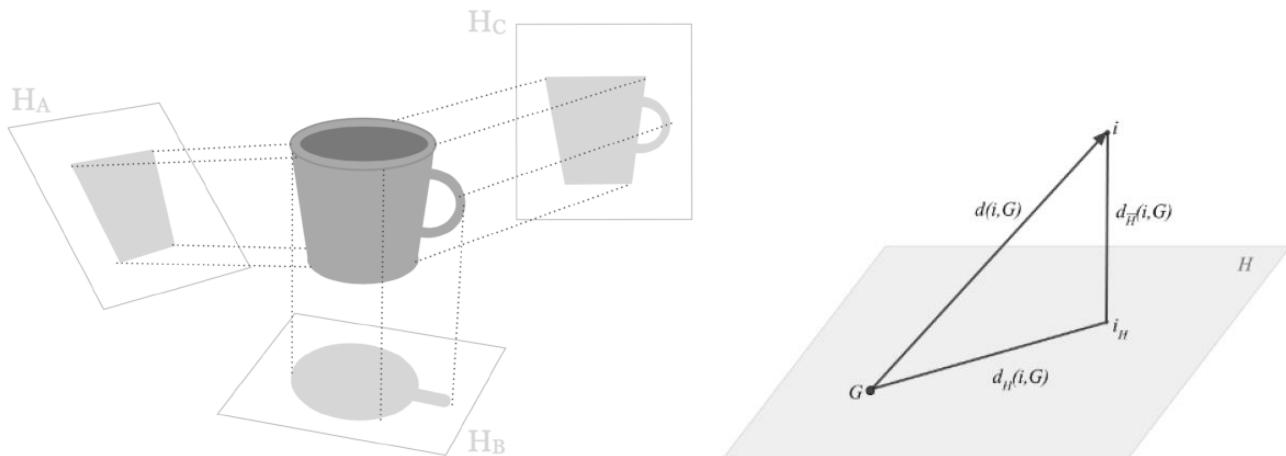
1 ère composante principale 2ème composante principale



لو نظرنا فقط للصورة الموجودة على اليمين (2^{ème} composante principale) فهل سنكون متأكدين بنسبة مائة في المائة أنها صورة جمل، بالطبع لا، ربما تكون صورة لحصان أو إنسان متخي... الخ. سنكون متأكدين بنسبة 20% أنه جمل. الآن لو ننظر إلى الصورة على اليسار (1^{ère} composante principale)، يمكننا التأكد بنسبة 70% من أنه جمل. وإذا نظرنا للصورتين معاً (استخدام المركبين معاً)، سنكون متأكدين بنسبة 90% أن الصورة لجمل.

إن النتيجة المهمة من هذه التجربة أنه عند انتقالنا من رؤية ثلاثة الأبعاد إلى رؤية ثنائية الأبعاد سنحتفظ بتسعين في المائة من المعلومات، والعشرة في المائة الضائعة لم تأثر على قرارنا في أن الصورة لجمل. بمعنى آخر أنّ تقليل عدد الأبعاد مع خسارة طفيفة في المعلومات يكون أفضل لنا لاتخاذ القرارات الصائبة.

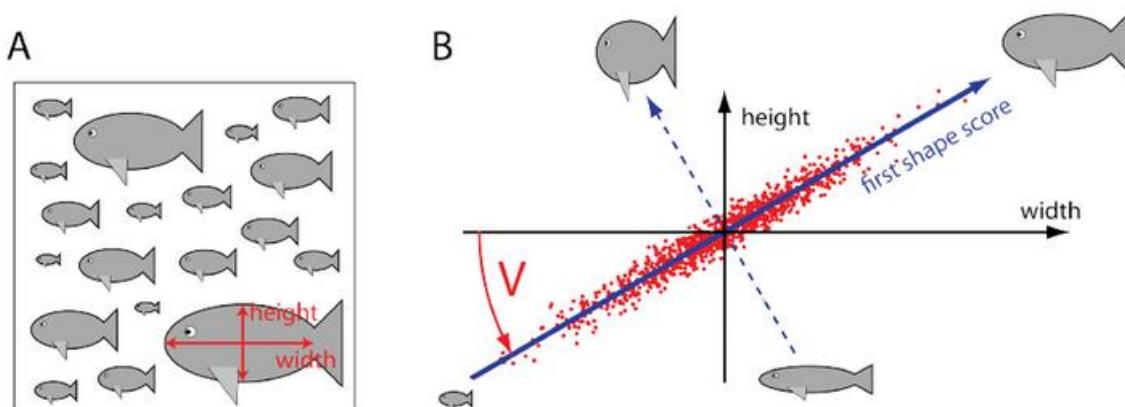
مثال (5)



بالنظر إلى الصورة على اليسار، يمكن القول أن الإسقاط على المستوى H_A أكثر فائدة من الإسقاط على المستوى H_B ، فعلى الأقل يمكننا أن نرى أن الشكل في H_A له علاقة بجسم طويل، وأن أحد نهاياته أوسع من الأخرى، وعلى النقيض من ذلك، فإن جميع نقاط السحابة المسقطة على المستوى H_B مشوهة، ولا تنفي فكرة واضحة عن السحابة الأصلية باستثناء ظل المقب، وأفضل إسقاط بين الإسقاطات الثلاث هو الإسقاط H_C . ولكي نحصل على الإسقاط H_C ، يجب البحث عن مستوى الإسقاط الذي يجعل تباين نقاط السحابة أكبر ما يمكن، ونكتب:

$$\text{Max}_H \sum_i \sum_{i'} d_H^2(i, i')$$

مثال (6)



الرسم على اليسار (A): يعطي مجموعة بيانات افتراضية لقياسات العرض والارتفاع لمجموعة من n مفردة (أسماك)، أي أن هناك فقط $2 = m$ من السمات الهندسية المقاسة هنا، نلاحظ من أحجام الأسماك أن هناك علاقة ارتباط بين عرض وارتفاع بين المفردات (الأسماك).

الرسم على اليمين (B): بما العرض والارتفاع ارتباطاً وثيقاً، مما يعني وجود تكرار الجزئي للسمات الهندسية المقاسة (لن تكون بحاجة إلا لأحد السنتين). وهنا يحدث تحليل المكونات الرئيسية تغييراً في نظام الإحداثيات من المحاور الأصلية (العرض، الارتفاع) (الموضحة باللون الأسود)، إلى مجموعة جديدة من المحاور (الموضحة باللون الأزرق)، التي تمثل المحاور الرئيسية لمصفوفة تباينات السمات المقاسة.

باختصار، يُشير المحور الجديد الأول (السهم الأزرق) إلى أقصى تباين في البيانات، بينما يُشير المحور الجديد الثاني (السهم الأزرق المتقطع) إلى أدنى تباين للبيانات. ويُشار إلى تغيير معلم الإحداثيات (من المعلم الأصلي الأسود إلى معلم المركبات الأزرق): بدوران بزاوية V حول مركز سحابة النقاط التي تمثل البيانات. بإسقاط البيانات على المحاور التي تطابق أقصى تباين بين السمات، وهو المحور الأول في هذا المثال، يمكن تقليل أبعاد مساحة البيانات، مع الحفاظ على معظم تباينها.

7. فوائد طريقة التحليل بالمركبات الرئيسية

غالباً ما يتم جمع البيانات حول متغيرات كثيرة العدد ومتراقبة فيما بينها، وهذا يجعل تفسيرها والكشف عن هيكلها صعباً جداً. وهنا فإن تحويل المتغيرات الأصلية إلى عدد أقل من المتغيرات المستقلة عن طريق تحليل المركبات الرئيسية ACP، يجعل هاتين المهتمين (التفسير والكشف عن هيكلة البيانات) أسهل، ومنه تظهر فوائد طريقة تحليل المركبات الرئيسية في النقاط التالية:

- تخفيض عدد المتغيرات إلى عدد أقل من المتغيرات التمثيلية المستقلة، وبالتالي تعديل سحابة النقط بشكل أفضل في فضاء شعاعي ذي أبعاد قليلة (2 أو 3)، والتي تمثل سحابة النقط الأصلية، مع الاحتفاظ بأقصى تباين كل مفسر.
- تصنيف المتغيرات والأفراد، بالإضافة إلى تقليل الأبعاد لمساحة الأصلية للمتغيرات، فإنه يمكن أيضاً استخدام ACP كتقنية تصنيف، وبالتالي يمكن تسلیط الضوء على العلاقات بين المتغيرات والأفراد.
- تسمح ACP بتحليل البيانات التي تتعلق بمتغيرات غير المتاجنة (وحدات قياس مختلفة)، من خلال تقديم خيار التحليل باستخدام مصفوفة التغایر (البيانات المشتركة) أو مصفوفة الارتباطات.

8. الفرق بين تحليل المركبات الرئيسية والتحليل العاملی

يشابه تحليل المكونات الأساسية والتحليل العاملی، لأن كلا الإجرائين يستخدمان لتبسيط هيكل مجموعة من المتغيرات، ومع ذلك فإن التحليلين يختلفان في عدة جوانب مهمة أبرزها:

- في تحليل المركبات الرئيسية يتم تقليل واحتزال المتغيرات، وانتاج مكونات ذات خصائص إحصائية مثالية، أما في التحليل العاملی فيتم تحديد المتغيرات الكامنة التي مصدر القيم المشاهدة لمتغيرات النتيجة.
- يعطي تحليل المركبات الرئيسية الأولوية للاحتفاظ بقدر أقصى من المعلومات القصوى، على عكس التحليل العاملی الذي يسعى لإنتاج عوامل قابلة للتفسير والتطبيق في الواقع.
- في تحليل المركبات الأساسية يتم حساب الأبعاد كتركيب خطى لمجموعة من المتغيرات الأصلية، أما في التحليل العاملی فيتم تعريف المتغيرات الأصلية على أنها مجموعات خطية من العوامل.
- في تحليل المركبات الأساسية يكون الهدف حساب أكبر قدر من التباين الكلي في المتغيرات قدر الإمكان، أما الهدف في التحليل العاملی فهو شرح التباين أو الارتباط بين المتغيرات.
- يتم استخدام تحليل المركبات الأساسية لتقليل البيانات إلى عدد أقل من المكونات، ويتم استخدام التحليل العاملی لفهم البنية الأساسية للبيانات.

9. أنواع تحليل المركبات الرئيسية

أ. الطريقة غير المعيارية (ACP - Non normé): تستعمل في حالة تجانس المتغيرات، أي أن تكون كل متغيرات جدول البيانات لها نفس وحدة القياس، وفي هذه الحالة يتم طرح متوسط المتغير (العمود) من كل عناصر ذلك العمود للحصول على مصفوفة مركزة، ولهذا تعرف بـ: المركزية أو التوسيط Centrage.

ب. الطريقة المعيارية (Normé - ACP): تستعمل في حالة عدم تجانس المتغيرات، أي أن تكون متغيرات جدول البيانات ليس لها نفس وحدة القياس، وفي هذه الحالة يتم طريق طرح متوسط المتغير (العمود) والقسمة على الإنحراف المعياري لذلك العمود من كل خانة مقابلة في جدول البيانات، وهذا حتى يتم الحصول على مصفوفة بيانات مركزة ومعيارية، ولهذا تعرف بـ: التخفيض Réduction لفستها على الإنحراف المعياري، أو التوحيد Normalisation لجعلها كل المتغيرات بدون وحدة.

ملاحظة (1): تقصر طريقة ACP غير المعيارية على عملية المركزية فقط، أما طريقة ACP المعيارية فتتعدى إلى عملية التخفيض، وبالتالي تشمل العمليتين معاً (المركزية + التخفيض).

ملاحظة (2): في حالة البيانات المركزة فقط (ACP centrée) يتم الاعتماد على مصفوفة الارتباطات بين المتغيرات لاستخراج المركبات أو المكونات الرئيسية، ويتم الاعتماد على مصفوفة التغایر (البيانات المشتركة) في حالة البيانات المعيارية (ACP Normé) لاستخراج المركبات أو المكونات الرئيسية.

10. شروط طريقة المركبات الرئيسية

قبل القيام بعملية التحليل البيانات باستخدام المركبات الرئيسية، يجب توفر (5) شروط في البيانات حتى تكون النتائج صحيحة:

- **الشرط الأول:** يجب أن تكون المتغيرات قياسية (كمية) مستمرة، على الرغم من استخدام المتغيرات الترتيبية كثيرة في كثير من الدراسات في العالم الحقيقي.
- **الشرط الثاني:** يجب أن تكون هناك علاقة خطية بين جميع المتغيرات. والسبب أن التحليل بالمركبات الرئيسية يعتمد على معاملات ارتباط بيرسون، لذا يجب أن تكون هناك علاقة خطية بين المتغيرات.
- **الشرط الثالث:** يجب أن يكون هناك كفاية في حجم العينة، وبشكل عام توصي المراجع بحد أدنى من 150 مفردة، أو من 5 إلى 10 مفردات لكل متغير كحد أدنى لحجم العينة، ومن بين اختبارات كفاية العينة مقاييس كايزر- ماير- أولكين (KMO) لكتابه أخذ العينات لمجموعة البيانات الإجمالية؛ ومقاييس KMO لكل متغير فردي.
- **الشرط الرابع:** يجب أن يكون هناك ارتباطات كافية بين المتغيرات من أجل تقليلها إلى عدد أقل من المكونات.
- **الشرط الخامس:** يجب ألا يكون هناك قيم منطرفة كبيرة. لأنها سيؤثر سلبيًا على نتائج التحليل، وهنا يمكن الاعتماد على اختبار مسافة Mahalanobis في برنامج SPSS.

11. منهجية التحليل بالمركبات الرئيسية: الخطوات والأدوات

أ. إنشاء جدول ومصفوفة البيانات:

حيث تتكون الصيغ من مفردات العينة (عملاء، منتجات، سنوات، مناطق ...)، وتتكون الأعمدة من المتغيرات المدروسة (كمية)، وهذا تتشكل مصفوفة $p \times n$ حيث n حجم العينة، و p عدد المتغيرات. و x_{ij} قيمة المتغير j للمفردة i .

ب. تحويل البيانات الأصلية إلى بيانات ممكزة أو معيارية:

تحسب البيانات الممكزة بطرح متوسط كل متغير (عمود) من كل قيم ذلك العمود، وتحسب البيانات المعيارية بطرح متوسط كل متغير (عمود) ثم القسمة على الإنحراف المعياري لذلك العمود، مما يعني تحقيق تجانس البيانات عبر إلغاء مشكلة تضخم البيانات واختلاف وحدات قياس المتغيرات.

ج. حساب مصفوفة التباين المشتركة V أو مصفوفة الارتباطات R

يمكن القيام بتحليل المركبات الرئيسية إما بالاعتماد على مصفوفة التباين المشتركة أو مصفوفة الارتباطات للمتغيرات، وإن نوع المصفوفة المفضل يعتمد على طبيعة المتغيرات، فيتم الاعتماد على مصفوفة التباين المشتركة إذا كان للمتغيرات نفس وحدات القياس (تجانس الوحدات)، وتسمى في هذه الحالة التحليل بالمركبات الأساسية غير المعيارية ACP Non normé، ويتم الاعتماد على مصفوفة الارتباطات إذا لم تكن للمتغيرات نفس وحدات القياس (عدم تجانس الوحدات)، وتسمى في هذه الحالة التحليل بالمركبات الرئيسية المعياري ACP Normé.

د. حساب الأشعة الذاتية والقيم الذاتية لمصفوفة التباين المشتركة أو الارتباطات، هذه المفاهيم المتقدمة في الجبر الخطي، ضرورية في تحديد المكونات الرئيسية. والأشعة الذاتية تمثل الاتجاهات التي تتبادر فيها البيانات بشكل أكبر، أما القيم الذاتية فتمثل حجم التباين في اتجاه كل متوجه ذاتي. فمثلاً إذا كان لدينا مجموعة بيانات ثنائية الأبعاد تحتوي على المتغيرين X_1 و X_2 ، الشعاع الذاتي الذي له أكبر قيمة ذاتية يتواافق مع اتجاه أكبر تباين (المكون الرئيسي الأول)، بينما يكون الشعاع الذاتي الثاني متعامداً على الأول ويمثل ثاني أكبر تباين.

هـ. تحديد عدد المركبات (المحاور) التي تؤخذ في التحليل

هناك عدة معايير تسمح بتحديد عدد المركبات (المحاور) التي تؤخذ في التحليل، لأنه لا يؤخذ منها إلا التي تسهم بنسبة كبيرة في التباين الكلي، ومن بين هذه المعايير:

- **معيار كايزر Kaiser:** نأخذ كل القيم الذاتية الأكبر من 1.
- **معيار نسبة المستوى العامل الأول:** إذا كانت قيمة النسبة: $\lambda_{(1)} / \sum \lambda_i * 100$ أكبر من 80%， فقدان المعلومات صغير، فلا داعي لإنشاء المستوى العامل الثاني.

- **معيار نسبة المحور العاملی الثاني:** إذا كانت قيمة النسبة: $100 * \frac{\lambda_2}{\sum \lambda_2}$ أكبر من 15%， فلا بد من إنشاء المستوى العاملی الثاني.

- **معيار التمثيل البياني للقيم الذاتية:** بعد إنشاء التمثيل البياني لأعمدة للفيما الذاتية نقوم برسم مستقيم شبه أفق يربط بين أكبر عدد من القيم الذاتية، والقيم الكبيرة التي لا تنتمي للمستقيم تمثل المحاور التي تؤخذ في التحليل. أو نربط بين رؤوس الأعمدة بخطوط مستقيمة، وأين تشكل لنا مرفق (Coude)، فتوقف عند تلك القيمة الذاتية (المرفق يؤخذ).

و. تشكيل المصفوفة المميزة

هي مصفوفة تتكون من الأشعة الذاتية المختارة في الخطوة، والتي تمثل المكونات الرئيسية التي سيتم الاحتفاظ بها. فإذا كان لدينا ثلاثة أشعة ذاتية ولكن نقرر الاحتفاظ باثنتين فقط بناءً على قيمهم الذاتية، فإن المصفوفة المميزة ستحتوي على عمودين، يمثل كل منهما أحد المتوجهين الذاتيين المختارين.

ز. إعادة تشكيل البيانات على طول المكونات الرئيسية

الخطوة الأخيرة هي إعادة تشكيل البيانات على طول المكونات الرئيسية. يتم تحقيق ذلك من خلال ضرب مصفوفة البيانات الأصلية في المتوجه المميز. النتيجة هي تمثيل جديد للبيانات بناءً على المكونات الرئيسية المختارة.