الجمهـورية الجزائـرية الديمقـراطية الشعبيــة

République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليـم العــالي و البحــث العلمــي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جـامعة محــمد خيضــر –بسكرة –

كـلية العلـوم الاقتصـادية و التجـارية و علـوم التسييـر

قســم علــوم التسييـر

المحاضرة الخامسة و السادسة:

نموذج النقل

السنــــة الجامعيـــــة: 2024 / 2025

أهداف المحاضرة:

ينتظر من الطالب بعد تناوله هذه المحاضرة ان يكن قادرا على :

- التعبير الرياضي لمسائل النقل.
- حل مسائل النقل لاتخاذ القرار الأمثل.
- التمييز وحل مختلف الحالات الخاصة لمسائل النقل

محتوى المحاضرة

- I .صياغة نموذج النقل.
- II. حل نموذج النقل.
- III. الحالات الخاصة في مسائل النقل.

يعتبر نموذج النقل من النماذج الرياضية المشتقة أصلا من النموذج الرياضي العام للبرمجة الخطية باعتباره يهدف الى الوصول الى الأمثلية في وجود مجموعة من القيود الخطية ، وهذا يعني على وجه الخصوص أنه يهتم بالبحث عن أقل تكلفة أو أعلى ربح لنقل كميات من مجموعة مناطق تدعى بمصادر العرض (المنبع) الى مواقع أخرى تسمى بمصادر الطلب(المصب) . وقد تم تطويره لأول مرة عام 1941 من قبل F.L.Hichcok حيث قدم دراسة بعنوان " توزيع الانتاج من عدة مصادر الى عدة مناطق محلية"، بينما يعتبر Dantzig أول من قام بحله بأسلوب البرمجة الخطية ، في حين قدما كل من Charnesو cooper طريقة الحجر المتنقل و التي أجريا عليها بعض التحسينات لتصبح طريقة التوزيع المعدل

I صياغة نموذج النقل:

إن العرض الإنشائي لمسألة النقل يمكن تلخيصه في جدول شامل يسمى **بجدول النقل** الذي يكون كالتالي:

مصب/ منبع	D_1	D_2	....	D_n	a_i
S_1	C_{11} x_{11}	C_{12} x_{12}	....	C_{1n} x_{14}	a_1
S_2	C_{21} x_{21}	C_{22} x_{22}	....	C_{2n} x_{2n}	a_2
S_m	C_{m1} X_{m1}	C_{m2} X_{m2}	....	C_{mn} X_{mn}	a_m
b_i	b_1	b_2	......	b_n	$\sum_{j=1}^{n} b_j = \sum_{i=1}^{m} ai$

كما نلاحظ أن الصيغة الجدولية لمسألة النقل عبارة عن مصفوفة عدد صفوفها M التي تمثل المنابع (مراكز العرض)و عدد أعمدتها N التي تمثل المصبات (مراكز الطلب) ، أما مربعاتها و التي تتشكل من خلال تقاطع المنابع مع المصبات فتمثل خلايا الجدول التي تحتوي على تكلفة نقل الوحدة الواحدة من المنبع iالى المصب j وعلى الكمية المنقولة من المنبع iالى المصب j . كما أن الفرضية الأساسية لها تتمثل في أن **ما هو معروض في المنابع يكون مساويا لما هو مطلوب من قبل المصبات أي** $\sum_{j=1}^{n} b_j = \sum_{i=1}^{m} ai$ ، وفي هذه الحالة يسمى بنموذج النقل المتوازن.

وبشكل عام ، فان:

X_{ij}: عدد الوحدات المنقولة من المنبع i الى المصب j.

C_{ij}: تكلفة(ربح) نقل الوحدة الواحدة من المنبع i الى المصب j.

A_i : عدد الوحدات المعروضة عند المنبعS_i.

b_j: عدد الوحدات المطلوبة عند المصب D_i

وعلى اعتبار أن مسألة النقل من الحالات الخاصة للبرمجة الخطية ، فان نموذجها الخطي يأخذ الشكل التالي:

- **دالة الهدف:** $$MinZ / MaxZ = \sum_{i=1}^{m} \sum_{J=1}^{n} C_{ij} Xij$$
- **القيود:** تضم مسألة النقل نوعين من القيود هما:

1. **قيود العرض**: حيث يجب أن تتساوى الكمية المنقولة من كل منبع مع الكمية المتوفرة لذلك المنبع. أي:

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = a_i$$

2. **قيود الطلب**: حيث يجب أن يحصل كل مصب على كمية السلع تساوي حجم طلبه ، أي:

$$\sum_{j=1}^{n} \mathbf{x_{ij}} = \mathbf{b_i}$$

- **عدم سلبية المتغيرات**: بمعنى أن جميع الكميات المنقولة يجب أن تكون أكبر أو تساوي الصفر . أي:

$$x_{ij} \geq 0$$

ملاحظة : في حالة عدم توازن بين العرض و الطلب ، فانه يتم اضافة عمود وهمي اذا كان العرض أكبر من الطلب أو اضافة سطر وهمي اذا كان الطلب أكبر من العرض بتكاليف صفرية و كمية تساوي الفرق بينهما

مثال: تكلف مؤسسة القصباوية التي لها ثلاث وحدات انتاجية (أولى، ثانية، ثالثة) بتموين ثلاث مناطق مختلفة(الغربية، الوسطى، الشرقية) من السلعة التي تنتجها حيث تقدر الكمية المطلوبة لهذه المناطق على الترتيب 450،600،400 وحدة ، أما الطاقة الانتاجية للوحدات على التوالي هي 250،700،500 وحدة. كما يقدم الجدول أدناه تكاليف النقل من كل وحدة الى كل منطقة:

	الغربية	الوسطى	الشرقية
أولى	4	5	4
ثانية	6	7	8
ثالثة	4	3	2

المطلوب: . بناء جدول النقل لهذه المسألة.

.كتابة النموذج الخطي لهذه المسألة.

الحل:. يمكن اجمال معطيات المسألة في جدول النقل التالي:

	الغربية	الوسطى	الشرقية	a_i
وحدة أولى	4 x_{11}	5 x_{12}	4 x_{13}	500
وحدة ثانية	6 x_{21}	7 x_{22}	8 x_{23}	700
وحدة ثالثة	4 x_{31}	3 x_{32}	2 x_{33}	250
b_i	400	600	450	1450/1450

2. يمكن كتابة النموذج الخطي للمسألة كما يلي:

✓ **متغيرات القرار**: بما أنه لدينا ثلاثة منابع و ثلاثة مصبات فان عدد المتغيرات هو تسعة ($3*3=9$) حيث يمثل كل متغير الكمية المنقولة من المنبع i الى المصب j أي:

x_{11}: الكمية المنقولة من الوحدة الأولى الى المنطقة الغربية.

نستمر في تسمية المتغيرات بهذا الشكل الى غاية ان نصل الى:

X_{33}: الكمية المنقولة من الوحدة الثالثة الى المنطقة الشرقية.

✓ **دالة الهدف**: هي من نوع تخفيض تكاليف النقل أي:

$$Min\ Z = 4x_{11}+5x_{12}+4x_{13}+6x_{21}+7x_{22}+8x_{23}+4x_{31}+3x_{32}+2x_{33}$$

✓ **القيود**: تتضمن شقين:

قيود العرض:

قيد منبع الوحدة الأولى: $x_{11} + x_{12} + x_{13} = 500$

قيد منبع الوحدة الثانية: $x_{21} + x_{22} + x_{23} = 700$

قيد منبع الوحدة الثالثة: $x_{31} + x_{32} + x_{33} = 250$

قيود الطلب:

قيد مصب المنطقة الغربية: $x_{11} + x_{21} + x_{31} = 400$

قيد مصب المنطقة الوسطى: $x_{12} + x_{22} + x_{23} = 600$

قيد مصب المنطقة الشرقية: $x_{13} + x_{23} + x_{33} = 450$

✓ **عدم سلبية المتغيرات**: أي أن $x_{11},,,,,,,x_{33} \geq 0$

II: حل نموذج النقل:

تتطلب هذه الخطوة المرور بمرحلتين أولها مرحلة ايجاد الحل الأساسي الأولي و ثانيها مرحلة ايجاد الحل الأمثل:

أولا . مرحلة ايجاد الحل الأساسي الأولي:

يمثل الحل الأساسي الأولي الحل الذي عنده عدد الخلايا المملوءة (خلايا الأساس) مساوية لمجموع عدد المنابع والمصبات مطروح منها القيمة الواحد أي:

عدد الخلايا المملوءة = $m + n - 1$

ويتم التوصل الى ذلك باستخدام ثلاث طرق أساسية، أهمها:

1 طريقة أقل تكلفة: يتم ملء الخلية ذات الأقل تكلفة في الجدول باستخدام باستخدام علاقة $X_{ij}=Min[a_i, b_j]$ ، ثم الانتقال الى الخلية الموالية و التي تكون تساويها في التكلفة أو الأكبر منها مباشرة ، وهكذا نستمر في العملية حتى يتم تلبية كل الطلب و توزيع كل العرض

ملاحظة: في حالة وجود خلايا لها نفس التكلفة يتم التوزيع في الخلية ذات أكبر كمية، أما في حالة تساوي الكميات فيتم الاختيار عشوائيا .

مثال: بالعودة لمثالنا نجد جدول الحل الأساسي الأولي حسب طريقة أقل تكلفة كما يلي:

	الغربية	الوسطى	الشرقية	a_i
وحدة أولى	4 400	5	4 100	500
وحدة ثانية	6	7 600	8 100	700
وحدة ثالثة	4	3	2 250	250
b_i	400	600	450	**1450/1450**

نلاحظ من الجدول أعلاه أن:

. أدنى تكلفة في الجدول هي 2 المقابلة للخلية التي تربط بين المنطقة الشرقية و الوحدة الثالثة حيث تم نقل الكمية 250وحدة استنادا الى قاعدة $X_{33}=Min[250,450]= 250$ ، و بالتالي لم يبقى أي كمية في الوحدة الثالثة.

. التكلفة الموالية هي 4 حيث إما يتم النقل من الوحدة الأولى الى المنطقة الغربية أو من الوحدة الأولى الى المنطقة الشرقية، الا أن الاختيار كان للخلية التي تربط بين الوحدة الأولى و المنطقة الغربية بناءا على قاعدة الطلب الأكبر ، حيث تم نقل الكمية 400وحدة استنادا الى قاعدة: $X_{11}=Min[500,400] = 400$ ، و بالتالي يتم تلبية احتياجات المنطقة الغربية و يتبقى 100وحدة في الوحدة الأولى.

. أما التكلفة الموالية هي 4 المقابلة للخلية التي تربط بين الوحدة الأولى و المنطقة الشرقية ، حيث تم نقل الكمية 100وحدة استنادا الى قاعدة: $X_{13}=Min[100,200] = 100$ ، و بالتالي يتم تلبية احتياجات المنطقة الغربية و لم يتبقى أي كمية في الوحدة الأولى.

. التكلفة الموالية هي 7 المقابلة للخلية التي تربط بين الوحدة الثانية و المنطقة الوسطى ، حيث تم نقل الكمية 600وحدة استنادا الى قاعدة $X_{22}=Min[700,600] =600$ ، و بالتالي يتم تلبية احتياجات المنطقة الوسطى و يتبقى 100وحدة في الوحدة الثانية.

. التكلفة الموالية هي 8 و المقابلة للخلية التي تربط بين الوحدة الثانية و المنطقة الشرقية ،حيث تم نقل الكمية 100وحدة استنادا الى قاعدة $X_{23}=Min[100,100]= 100$ ، و بالتالي لم يبقى أي كمية في الوحدة الثانية.

وبعدما ما اكتمل التوزيع الأولي لأنه تم تصريف كل العرض و تلبية كل الطلب ، يجب التحقق من الشرط التالي:

عدد الخلايا المملوءة = $m+n-1$ أي $5= 3+3-1$ (الشرط محقق)

و بالتالي فان تكلفة الحل الأساسي الأولي باستخدام طريقة أقل تكلفة هي:

$$Z= (400*4)+ (100*4)+ (600*7)+ (100*8)+ (250*2) =7500$$

2.طريقة vogel: تتلخص خطواتها في الآتي:

- ✓ حساب الغرامات لكل سطر و لكل عمود حيث تمثل الغرامة الفرق بين أقل تكلفتين لكل سطر و لكل عمود.
- ✓ اختيار أكبر غرامة محسوبة من الخطوة السابقة.
- ✓ التوزيع في خلية الأقل تكلفة التي تقابل السطر أو العمود ذو الغرامة الأكبر ، وذلك باستخدام قاعدة $X_{ij}=Min[a_i, b_j]$
- ✓ تكرار الخطوات السابقة مع تفادي الخلايا المشبعة حتى يتم تصريف كل العرض و تلبية كل الطلب.

مثال: وبتطبيق هذه الطريقة على حالتنا التطبيقية نتحصل على جدول الحل الأساسي الأولي:

	الغربية	الوسطى	الشرقية	a_i	
وحدة أولى	4 / 300	5	4 / 200	500	0 0 1 / /
وحدة ثانية	6 / 100	7 / 600	8	700	1 1 1 1 6
وحدة ثالثة	4	3	2 / 250	250	1 / / / /
b_i	400	600	450	**1450/1450**	
	0	2	2		

2	2	4
2	2	/
6	7	/
6	/	/

نلاحظ من الجدول أعلاه أن :

. الغرامة الأكبر لأسطر و أعمدة الجدول تمثلت في القيمة 2 حيث تكررت في العمود الثاني و الثالث ليتم اختيار الخلية ذات الأدنى التكلفة و الموافقة للخلية التي تربط بين المنطقة الشرقية و الوحدة الثالثة، وملؤها بالكمية 250 وحدة استنادا الى قاعدة $X_{33}=Min[250,450]=250$ ، و بالتالي لم يبقى أي كمية في الوحدة الثالثة ليتم الغاء السطر الثالث من الجدول لكونه مشبعا.

. الغرامة الموالية بعد اعادة الحسابات من جديد تمثلت في القيمة 4 ليتم التوزيع في الخلية ذات الأقل التكلفة و التي تربط بين المنطقة الشرقية و الوحدة الأولى ، وذلك بالكمية 200 وحدة استنادا الى قاعدة $X_{13}=Min[500,200]=200$ ، و بالتالي تم تلبية طلب المنطقة الشرقية ليتم الغاء عمودها.

. الغرامة الموالية بعد اعادة الحسابات من جديد تمثلت في القيمة 2 التي تكررت في العمود الأول و الثاني ليتم اختيار الخلية ذات الأدنى التكلفة و الموافقة للخلية التي تربط بي المنطقة الغربية و الوحدة الأولى، وملؤها بالكمية 300 وحدة استنادا الى قاعدة $X_{11}=Min[300,400]=300$. و بالتالي لم يبقى أي كمية في الوحدة الأولى ليتم الغاء السطر الأول من الجدول لكونه مشبعا.

. الغرامة الموالية بعد اعادة الحسابات من جديد تمثلت في القيمة 7 ليتم التوزيع في الخلية ذات الأقل التكلفة و التي تربط بين المنطقة الوسطى و الوحدة الثانية ، وذلك بالكمية 600 وحدة استنادا الى قاعدة $X_{22}=Min[700,600]=600$ ، و بالتالي تم تلبية طلب المنطقة الوسطى ليتم الغاء عمودها.

. الغرامة الأخيرة تمثلت في القيمة 6 ليتم التوزيع في الخلية ذات الأقل التكلفة و التي تربط بين المنطقة الغربية و الوحدة الثانية ، وذلك بالكمية 100 وحدة استنادا الى قاعدة $X_{21}=Min[100,100]=100$. وبالتالي تم اشباع المنطقة الغربية ليتم الغاء عمودها و سطر الوحدة الثانية لكونه مشبعا أيضا.

وبعدما ما اكتمل التوزيع الأولي لأنه تم تصريف كل العرض و تلبية كل الطلب ، يجب التحقق من الشرط التالي:

عدد الخلايا المملوءة = $m + n - 1$ أي $5 = 3 + 3 - 1$ (الشرط محقق)

و بالتالي فان تكلفة الحل الأساسي الأولي باستخدام طريقة فوجل هي:

$$Z=(300*4)+(200*4)+(100*6)+(600*7)+(250*2)=7300$$

ملاحظة: في حالة تساوي الغرامات يتم التوزيع في الخلية ذات الأقل تكلفة في الصف أو العمود المعني، ، واذا ما تساوت التكلفتين الدنيويتين يتم التوزيع في الخلية التي تأخذ أكبر كمية ، أما اذا كانت الكميات متساوية فيتم الاختيار عشوائيا.

ثانيا. مرحلة ايجاد الحل الأمثل:

يتم ذلك من خلال اتباع الخطوات التالية:

- ✓ اضافة سطر يسمى (I) و عمود يسمى (J).
- ✓ حساب معاملات الصفوف و الأعمدة وفقا للعلاقة التالية $\mathbf{C_{ij} = I_i + j_i}$ و التي تطبق الا على الخلايا المملوءة ، و هذا بعد اعطاء القيمة صفر (I_i) أو (J_j) التي تقابل السطر أو العمود الذي يحوي أكبر عدد من الخانات المملوءة
- ✓ تقييم الخلايا الفارغة (غير الأساسية) وفقا للعلاقة التالية: $\mathbf{E_{ij}= C_{ij}- I_i-J_i}$ حيث تمثل E_{ij} التكلفة الحدية و التي على أساسها يتحدد أمثلية الحل (أي كل قيمها يجب أن تكون موجبة أو معدومة).
- ✓ تحديد متغير الأساس من خلال اختيار الخلية غير الأساسية (الفارغة) التي تكون فيها E_{ij} ذات أقل قيمة سالبة ، أي أنها تعطينا أكبر تخفيض ممكن في تكاليف النقل لكل وحدة يتم توزيعها عبر تلك الخلية
- ✓ تشكيل مسار مغلق انطلاقا من خلية متغير الأساس و وضع اشارة (+) للخلية غير المشحونة تعقبها اشارة(−) للخلية التي تليها في المسار ثم اشارة (+) للخلية التي تليها و هكذا لجميع خلايا المسار المغلق
- ✓ تحديد متغير خارج الاساس من خلال اختيار أقل كمية في الخلايا التي لها اشارة سالبة في المسار المغلق
- ✓ نقل كمية متغيرة خارج الأساس وذلك بإضافتها للخلايا الموجبة للمسار و طرحها من خلايا السالبة للمسار
- ✓ حساب دالة الهدف في ضوء تعديل قيم المتغيرات x_{ij} ، ثم تكرار الخطوات السابقة إلى غاية الوصول إلى أن تكون قيم E_{ij} للخلايا الفارغة موجبة أو مساوية للصفر و الذي يعني الوصول إلى الحل الأمثل

مثال : اوجد الحل الامثل للمثال السابق عند تطبيق طريقة أصغر تكلفة في الجدول

الحل:

- ✓ اضافة السطر و العمود الجديدين مع حساب معاملات الصفوف و الأعمدة وفقا للعلاقة التالية $\mathbf{C_{ij} = I_i + j_i}$ و ، و هذا بعد اعطاء القيمة صفر العمود الثالث به أكبر عدد من الخلايا المملوءة:

		الغربية	الوسطى	الشرقية	a_i
		$J_1=0$	$J_2=-1$	$J_3=0$	
وحدة أولى	$I_1=4$	4 400	5	4 100	500
وحدة ثانية	$I_2=8$	6	7 600	8 100	700
وحدة ثالثة	$I_3=2$	4	3	2 250	250
b_i		400	600	450	**1450/1450**

✓ حساب E_{ij} التكلفة الحدية و التي على أساسها يتحدد أمثلية الحل (أي كل قيمها يجب أن تكون موجبة أو معدومة)، فنجد:

$$E_{12}= C_{12}- I_1-J_2 \Rightarrow E_{12}= 5-4-(-1) \Rightarrow E_{12}= 2$$

$$E_{21}= C_{21}- I_2-J_1 \Rightarrow E_{21}= 6-8-0 \Rightarrow \mathbf{E_{21}= -2}$$

$$E_{31}= C_{31}- I_3-J_1 \Rightarrow E_{31}= 4-2-0 \Rightarrow E_{31}= 2$$

$$E_{32}= C_{32}- I_3-J_2 \Rightarrow E_{32}= 3-2-(-1) \Rightarrow E_{32}= 2$$

✓ اعتبار الخلية x_{21} متغيرا داخلا للحل بحيث يتم تشكيل مسار مغلق انطلاقا منها و وضع اشارة (+) أمامها تعقبها اشارة(−) للخلية التي تليها في المسار ثم اشارة (+) للخلية التي تليها و هكذا لجميع خلايا المسار المغلق. وهو ما يمكن توضيحه في الشكل التالي:

4 400-	5	4 100+
6 +	7 600	8 100-

✓ اختيار أقل كمية تحمل اشارة سالبة وهي الكمية 100 المقابلة للمتغيرة x_{23} ، وذلك بإضافتها للخلايا الموجبة للمسار و طرحها من خلايا السالبة للمسار. وعليه تصبح القيم الجديدة لخلايا جدول النقل كالتالي:

	الغربية	الوسطى	الشرقية	a_i
وحدة أولى	4 300	5	4 200	500
وحدة ثانية	6 100	7 600	8	700

وحدة ثالثة	4	3	2 250	250
b_i	400	600	450	**1450/1450**

$$Z= (300*4)+ (200*4)+ (100*6)+ (600*7)+ (250*2)= 7300$$

✓ نعيد حساب قيمE_{ij} للتأكد من أن هذه النتيجة تعبر عن الحل الأمثل او لا، فنجد:

		الغربية	الوسطى	الشرقية	a_i
		$J_1=4$	$J_2=5$	$J_3=4$	
وحدة أولى	$I_1=0$	4 300	5	4 200	500
وحدة ثانية	$I_2=2$	6 100	7 600	8	700
وحدة ثالثة	$I_3=-2$	4	3	2 250	250
b_i		400	600	450	**1450/1450**

وبتطبيق علاقة $E_{ij}= C_{ij}- I_i-J_i$ على الخلايا الفارغة نجد ما يلي:

$$E_{12}= C_{12}- I_1-J_2 \Rightarrow E_{12}= 5-0-5 \Rightarrow E_{12}= 0$$

$$E_{23}= C_{23}- I_2-J_3 \Rightarrow E_{23}= 8-2-4 \Rightarrow E_{23}= 2$$

$$E_{31}= C_{31}- I_3-J_1 \Rightarrow E_{31}= 4-(-2)-4 \Rightarrow E_{31}= 2$$

$$E_{32}= C_{32}- I_3-J_2 \Rightarrow E_{32}= 3-(-2)-5 \Rightarrow E_{32}= 0$$

بما أن كل قيم E_{ij} لخلايا الفارغة كلها موجبة و معدومة فان الحل المتوصل اليه حل أمثل

III : الحالات الخاصة في مسائل النقل:

هناك مجموعة من الحالات الخاصة التي تختلف في طبيعتها عن المشكلة التي تم التعامل معها ،من اهمها في مجال النقل:

1. حالة التعظيم

لا تقتصر استخدامات مسائل النقل على حالة التخفيض، و إنما يتعدى ذلك إلى حالة التعظيم أيضا و هي الحالة التي يتم فيها البحث عن أعظم ربح أو عائد في وجود نفس الشروط. و تختلف عن سابقتها عند :

- عند استخدام طريقة أقل تكلفة يتم اختيار أكبر خلية في الجدول لنبدأ الحل بها، وفي طريقة فوقل يتم حساب الفرق بين أكبر رقمين لكل سطر و عمود و يلي ذلك اختيار أكبر فرق، ليتم بعدها تحديد الخلية الكبرى.
- تحديد المتغيرة الداخلة و التي تمثل هنا الخلية التي تعطي أكبر عائد حدي موجب

- الحصول لجميع الخلايا غير الداخلة في الحل على عوائد حدية سالبة او معدومة

2. حالة عدم الانتظام:

تظهر هذه الحالة عندما يكون عدد الخلايا المملؤة أقل من $m+n-1$ سواء كان في جدول الحل الأولي أو أثناء مراحل التحسين ، مما يترتب على ذلك عدم امكانية حساب بعض معاملات الصفوف أو الأعمدة لتقييم الخانات الفارغة ومن ثم عدم امكانية الوصول الى الحل الأمثل . و لمعالجة هذه المشكلة يتم اشغال احدى الخلايا الفارغة بقيمة € هي قيمة صغيرة جدا تؤول الى الصفر) شريطة أن:

- توضع في الخانة ذات الأقل تكلفة.
- أن لا تشكل مسارا مغلقا ، واذا شكلت مسارا نحاول أن تكون من المتغيرات الأساسية المؤشر عليهم بـ "+"

ومن ثم نواصل الحل وفقا للخطوات المعروفة