

أعمال تطبيقية رقم (02) حول الانحدار اللوجستي Logistic regression with SPSS

يهدف العمل التطبيقي إلى إيجاد نموذج للانحدار اللوجستي لتصنيف قبول/ عدم قبول الطلبة في الدراسات العليا (الماستر) على الطريقة الأمريكية، بناء على 3 متغيرات (اختبار القدرات؛ المعدل التراكمي للسنوات الدراسية السابقة، والرتبة)، وعليه تم تجميع البيانات لعينة من الطلبة (400)، كما هو موضح في ملف Exel الملحق. مصطلحات أساسية

اختبار تقييم الخريجين (gre) graduate record examinations

اختبار القدرات أو التحصيل للطلبة، وهو اختبار قياسي متعدد، محوسب، معتمد وشرط للقبول في كليات الدراسات العليا في الولايات المتحدة والبلدان الناطقة بالإنجليزية، يهدف إلى قياس: المنطق الشفهي، والمنطق الكمي، والكتابة التحليلية، ومهارات التفكير الناقد المكتسبة على مدى فترة طويلة من الزمن وغير المرتبطة بأي حقل معين من الدراسة.

المعدل التراكمي (gpa) grade point average

يرمز إلى متوسط الدرجات، ويحسب بقسمة مجموع الدرجات التي حصل عليها الطالب في حياته الدراسية أو المهنية مقسوماً على إجمالي عدد الاعتمادات، وتعلن معظم المدارس الثانوية والكليات عن درجات الطلاب على مقياس يتراوح بين معدل أدنى 0 ومعدل أعلى 4.

التعريف بالمتغيرات

المتغيران: القدرات gre والمعدل التراكمي gra هما متغيران كميان قياسيان Echelle، الأول يتراوح بين 0 للأدنى، و800 للأفضل، والثاني يتراوح بين 0 للأدنى و4.00 للأفضل.

المتغير: Rank رتبة الطالب، متغير فئوي Categorical variable أو Ordinal variable، يتراوح بين 1 و4، حيث 1 هي أفضل رتبة، و4 هي أسوأ رتبة، وهو ما يعني أن الطالب الذي يحصل على rank يساوي 1 أو 2 يرتفع احتمال قبوله في الدراسات العليا، والعكس صحيح بالنسبة لطالب رتبته 3 أو 4.

المتغير admet قبول الطالب في الدراسات العليا: متغير تابع أو استجابة dependent، اسمي string أو nominal، ثنائي Dichotomique يأخذ قيمتين: 0 لا يقبل الطالب في الدراسات العليا، 1 يقبل الطالب في الدراسات العليا.

إذن: لدينا ثلاث متغيرات مستقلة / مفسرة (gre؛ gra؛ rank) يفترض أنها تؤثر بالسلب أو الإيجاب في قبول الطالب في الدراسات العليا.

مثال الطالب رقم 6: لديه gre= 760، أي مستوى القدرات والتحصيل مرتفع، و gpa= 3، أي معدل الدرجات طيلة مشواره الدراسي مرتفع نوعها ما (3 أقرب لـ 4)، كما أن rank= 2، أي لديه رتبة متقدمة، ومنه تم قبوله في الدراسات العليا admet= 1.

مثال الطالب رقم 5: لديه gre= 520، أي مستوى فوق المتوسط في القدرات والتحصيل، و gpa= 2.93، أي معدل درجاته فوق المتوسط، كما أن rank= 4، أي لديه رتبة متأخرة، ومنه تم رفضه في الدراسات العليا admet= 0.

خطوات تحليل الانحدار اللوجستي باستخدام SPSS:

الخطوة (1): إدخال البيانات الواردة في المثال (انطلاقاً من ملف Exel الأول المرفق) إلى نافذة البيانات SPSS (Data View)، ثم في نافذة المتغيرات Variable View، يتم تسمية 4 متغيرات: القبول في الدراسات العليا admet (وهو متغير نوعه: String قياسي، اسمي Nominal ثنائي)، اختبار القدرات gre والمعدل التراكمي gpa (متغيران عدديان Numeric)، والرتبة rank وهو متغير فئوي Cardinale أو رتبي Ordinal. وهنا تظهر صفحة البيانات كما يلي:

Name	Type	Width	Decimals	Label	Values	Missing	Columns	Align	Measure	Role
admet	String	1	0		{0, no adme...	None	8	Left	Nominal	Input
gre	Numeric	8	0		None	None	8	Right	Scale	Input
gpa	Numeric	8	2		None	None	8	Right	Scale	Input
rank	Numeric	8	0		None	None	8	Right	Nominal	Input

Name	Type	Width	Decimals	Label	Values	Missing	Columns
admet	String	1					
gre	Numeric	8					
gpa	Numeric	8					
rank	Numeric	8					

Variable Type

☒ Numeric
 ☐ Comma
 ☐ Dot
 ☐ Scientific notation
 ☐ Date
 ☐ Dollar
 ☐ Custom currency
 ☒ String
 ☐ Restricted Numeric (integer with leading zeros)

Characters:

The Numeric type honors the digit grouping setting, while the Restricted Numeric never uses digit grouping.

OK

Cancel

Help

Name	Type	Width	Decimals	Label	Values	Missing	Columns
admet	String	1					
gre	Numeric	8					
gpa	Numeric	8					
rank	Numeric	8					

Variable Type

☒ Numeric
 ☐ Comma
 ☐ Dot
 ☐ Scientific notation
 ☐ Date
 ☐ Dollar
 ☐ Custom currency
 ☐ String
 ☐ Restricted Numeric (integer with leading zeros)

Width:
 Decimal Places:

The Numeric type honors the digit grouping setting, while the Restricted Numeric never uses digit grouping.

OK

Cancel

Help

Name	Type	Width	Decimals	Label	Values	Missing	Columns
admet	String	1					
gre	Numeric	8					
gpa	Numeric	8					
rank	Numeric	8					

Variable Type

☒ Numeric
 ☐ Comma
 ☐ Dot
 ☐ Scientific notation
 ☐ Date
 ☐ Dollar
 ☐ Custom currency
 ☐ String
 ☐ Restricted Numeric (integer with leading zeros)

Width:
 Decimal Places:

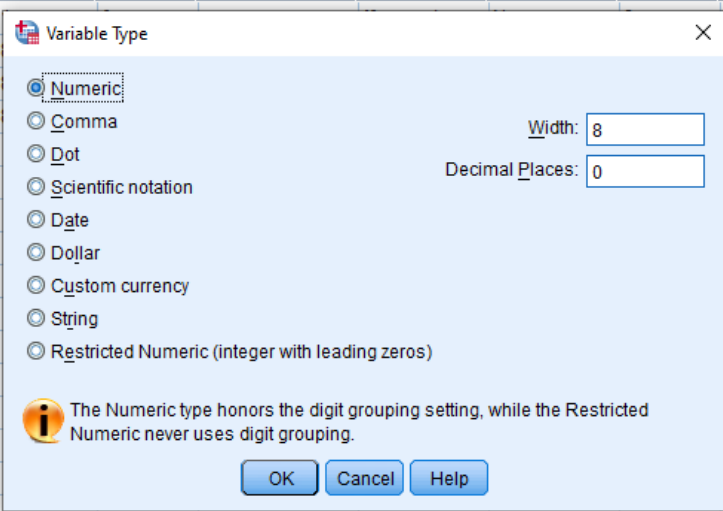
The Numeric type honors the digit grouping setting, while the Restricted Numeric never uses digit grouping.

OK

Cancel

Help

Name	Type	Width	Decimals	Label	Values	Missing	Columns
admet	String						
gre	Numeric						
gpa	Numeric						
rank	Numeric						



Variable Type

☒ **Numeric**

☐ Comma

☐ Dot

☐ Scientific notation

☐ Date

☐ Dollar

☐ Custom currency

☐ String

☐ Restricted Numeric (integer with leading zeros)

Width: 8

Decimal Places: 0

 The Numeric type honors the digit grouping setting, while the Restricted Numeric never uses digit grouping.

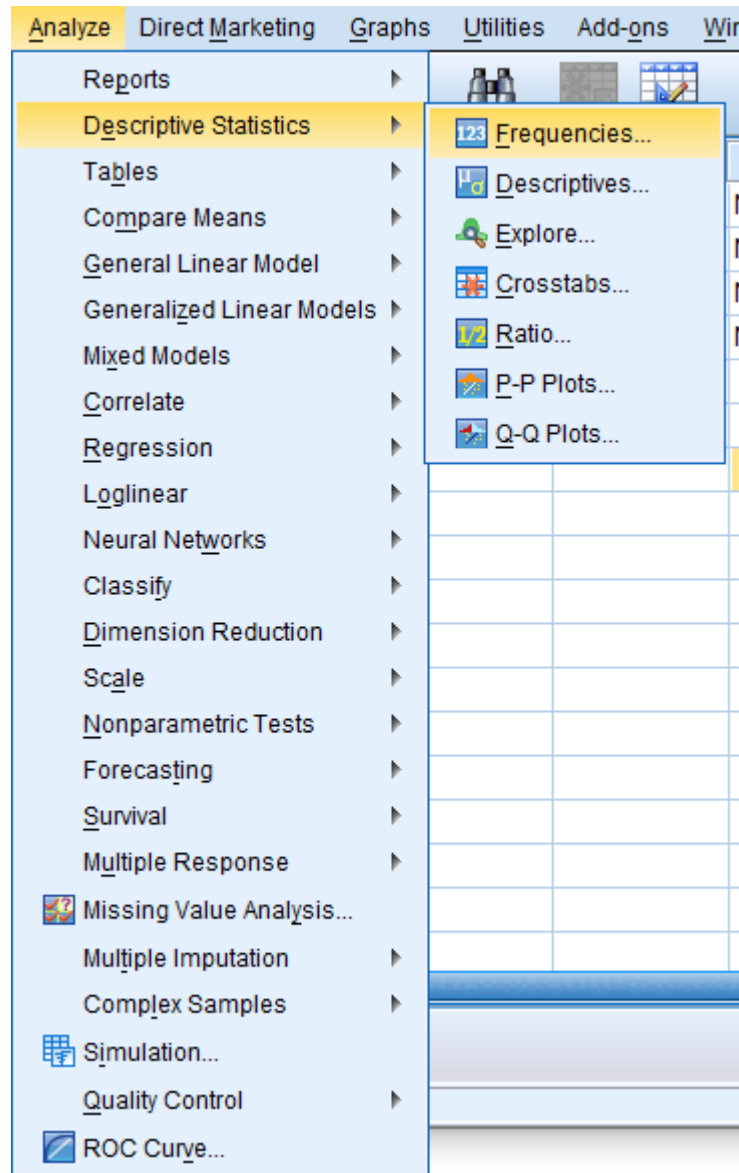
OK Cancel Help

وبعد تسمية المتغيرات وتحديد خصائصها تظهر نافذة البيانات Data View كما يلي (نعطي منها عدد قليل من الأسطر أن حجم العينة كبير 400 طالب، يعني 400 سطر):

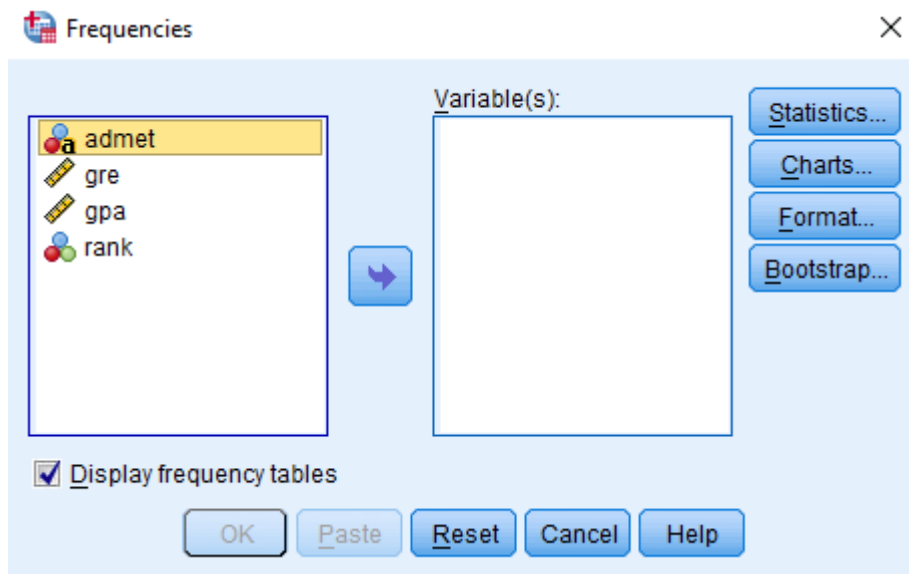
	admet	gre	gpa	rank
1	0	380	3.61	3
2	1	660	3.67	3
3	1	800	4.00	1
4	1	640	3.19	4
5	0	520	2.93	4
6	1	760	3.00	2
7	1	560	2.98	1
8	0	400	3.08	2
9	1	540	3.39	3
10	0	700	3.92	2
11	0	800	4.00	4

الخطوة (2): تحليل التكرارات

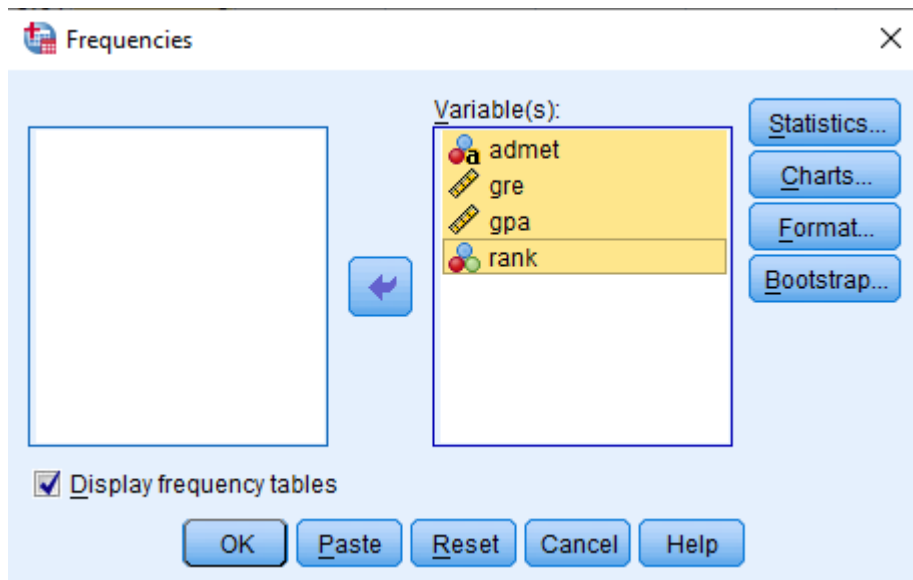
بهدف معرفة وضعية الطلبة على مستوى كل متغير من المتغيرات الأربعة (gre؛ gpa؛ rank وadmet)، نقوم بحساب التكرارات frequencies لكل من هذه المتغيرات، والتكرارات تعني التوزيع الإحصائي لعينة الطلبة (400) وفق كل متغير من هذه المتغيرات)، ويكون ذلك باتباع الخطوات التالية على SPSS:



تظهر لنا نافذة الحوار التالية:



نقوم بنقل المتغيرات الأربعة (admet, gre, gpa, rank) إلى مستطيل Variable(s) ونضغط OK كما في الشكل التالية:



لما نضغط OK تظهر لنا جداول المخرجات Frequencies (أو Statestiques) التالية
Frequencies (Tableau de fréquences أو Frequency Table)

Statistics

		admet	gre	gpa	rank
N	Valid	400	400	400	400
	Missing	0	0	0	0

نلاحظ من جدول Statestics أن عدد الحالات (حجم العينة) يساوي 400، ولا توجد بيانات مفقودة في كل المتغيرات الأربعة.

admet

	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
no admet	274	68.5	68.5	68.5
Valid admet	126	31.5	31.5	100.0
Total	400	100.0	100.0	

نلاحظ من جدول admet أن عدد الطلبة الذين تم قبولهم 126 طالب (admet= 1)، بنسبة 31.5%، وأن عدد الطلبة المرفوضين في الدراسات العليا 274 (admet= 0)، بنسبة 68.5%.

ملاحظة: ممكن أن يظهر في العمود الأول: 0 بدلا عن no admet؛ و 1 بدلا عن admet.

gre

	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
220	1	.3	.3	.3
300	3	.8	.8	1.0
....				
Valid 760	5	1.3	1.3	92.5
780	5	1.3	1.3	93.8
800	25	6.3	6.3	100.0
Total	400	100.0	100.0	

نلاحظ من جدول تكرارات gre، أن أقل درجة 220، حصل عليها طالب واحد، بنسبة تقارب 0.3% من إجمالي الطلبة، وأن أعلى درجة 800، حصل عليها 25 طالب كأفضل الطلبة، بنسبة 6.25% من العينة.

gpa

	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
2.42	2	.5	.5	.5
2.48	1	.3	.3	.8
2.52	1	.3	.3	1.0
Valid				
3.99	3	.8	.8	93.0
4.00	28	7.0	7.0	100.0
Total	400	100.0	100.0	

نلاحظ من جدول تكرارات gpa، أن أقل معدل تراكمي 2.42 حصل عليه طالبين (02)، بنسبة 0.5% من عينة الطلبة (400)، أما أعلى معدل تراكمي هو 4.00، وحصل عليه 28 طالب، أي بنسبة 7% من عينة الطلبة.

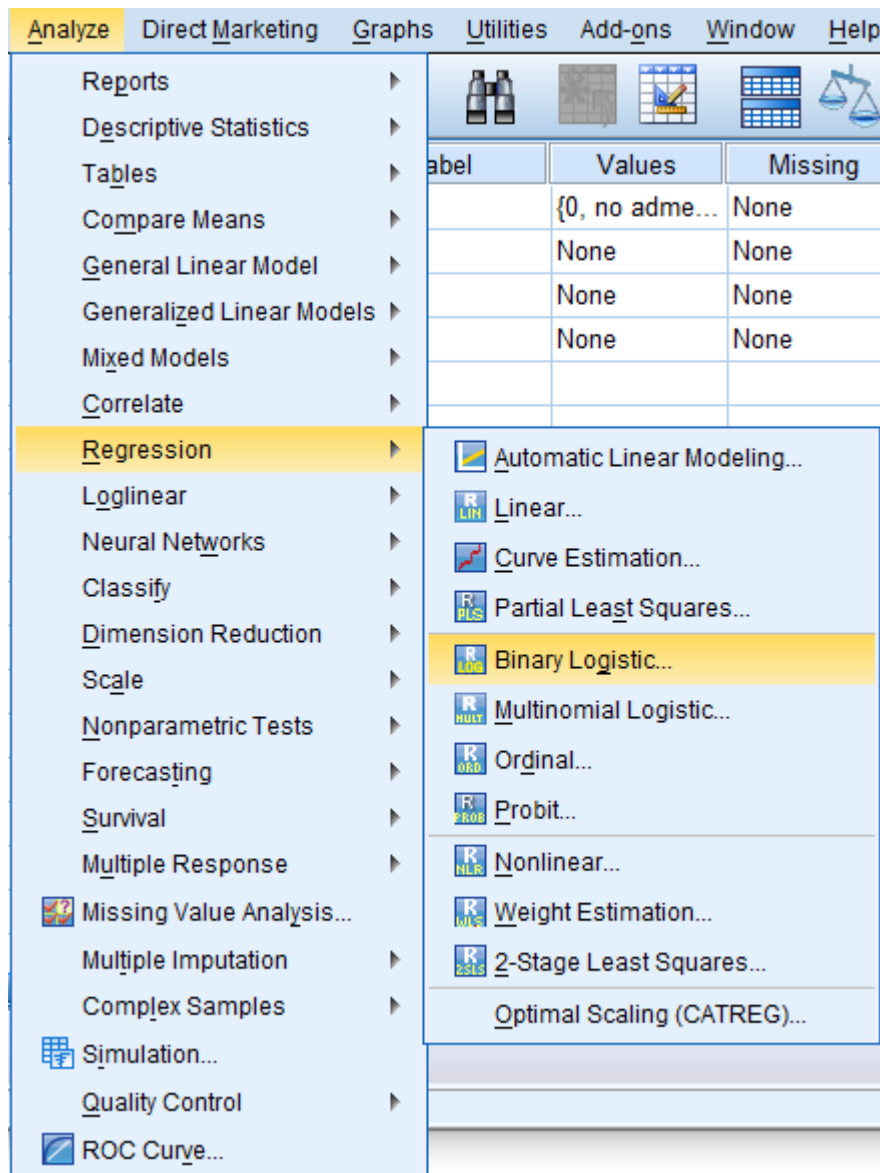
rank

	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
1	61	15.3	15.3	15.3
2	151	37.8	37.8	53.0
Valid 3	121	30.3	30.3	83.3
4	67	16.8	16.8	100.0
Total	400	100.0	100.0	

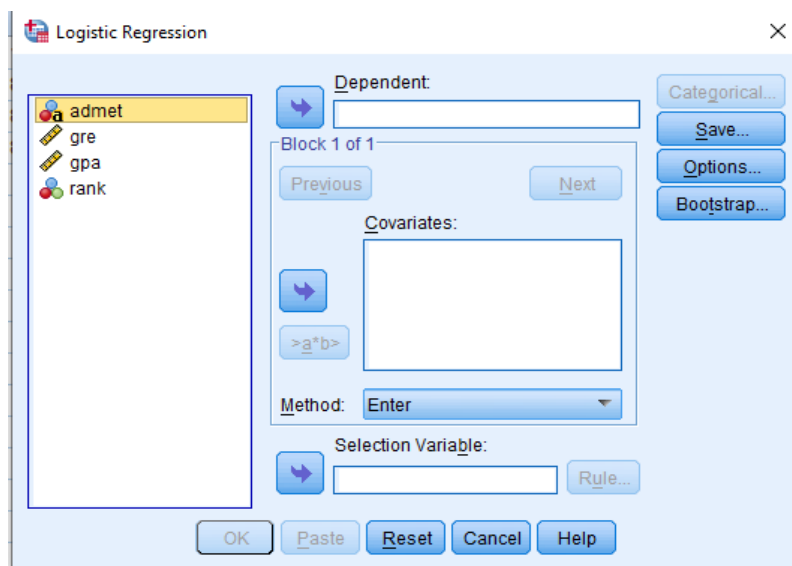
نلاحظ من جدول تكرارات rank وجود 4 رتب، وأن أعلى رتبة (الأولى) حصل عليها 61 طالب بنسبة 15.25% من العينة، وأدنى رتبة (الرابعة) حصل عليها 67 طالب بنسبة 16.75% من العينة، أي أن أغلبية أفراد العينة تقع في رتب متوسطة (2 و3).

الخطوة (3): إجراء التحليل اللوجستي

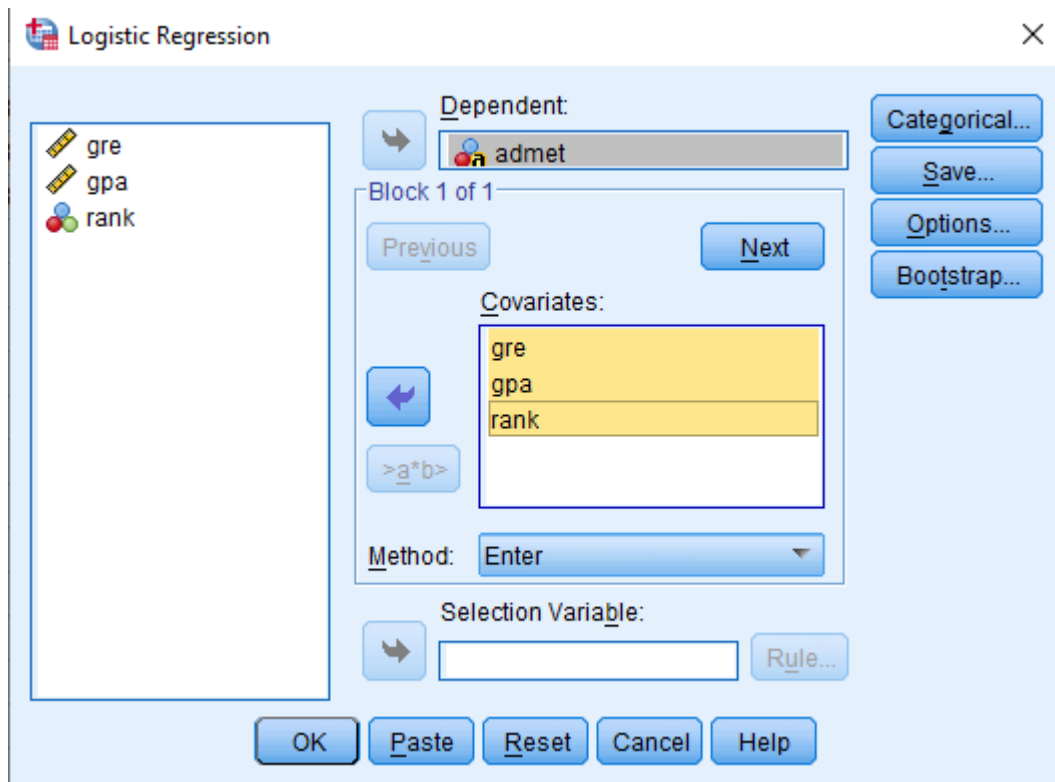
اختيار القائمة الرئيسية Analyze، ثم القائمة لفرعية Regression، ثم الضغط على Binary Logistic، أي اختيار التحليل اللوجستي الثنائي، لأن المتغير التابع admet اسمي ثنائي binomial، حيث يأخذ قيمتان فقط (0 و1)، العملية موضحة في الرسم التالي:



تظهر نافذة الحوار Logistic Regression التالية:

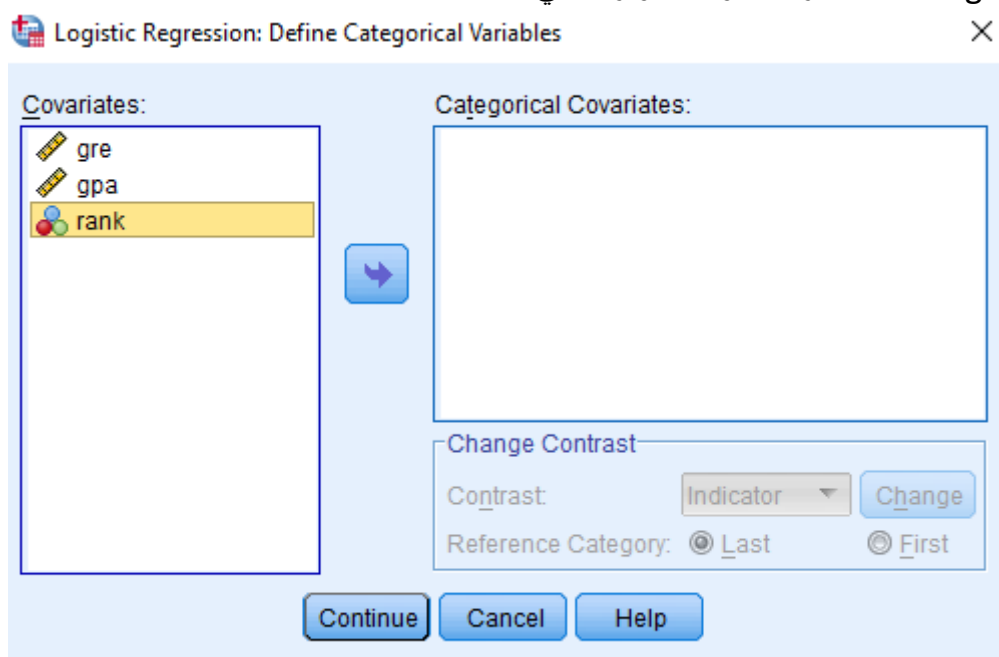


يتم نقل المتغير التابع admet إلى داخل المستطيل المعنون Dependent، ونقل المتغيرات gre و gpa و rank إلى داخل المستطيل المعنون Covariates؛



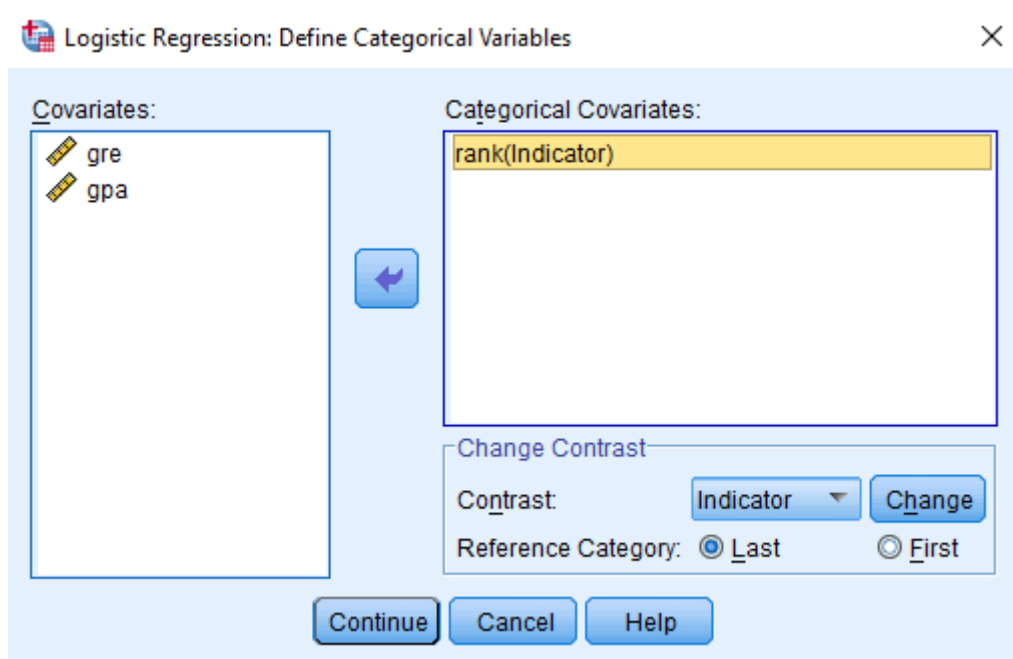
The image shows the 'Logistic Regression' dialog box in SPSS. On the left, a list of variables includes 'gre', 'gpa', and 'rank'. The 'Dependent' variable is set to 'admet'. Under 'Block 1 of 1', the 'Covariates' list contains 'gre', 'gpa', and 'rank'. The 'Method' is set to 'Enter'. On the right, there are buttons for 'Categorical...', 'Save...', 'Options...', and 'Bootstrap...'. At the bottom, there are buttons for 'OK', 'Paste', 'Reset', 'Cancel', and 'Help'.

لكن بما أن المتغير rank فئوي Categorical لأنه يتكون من 4 رتب للطلبة، فيجب تعريفه كمتغير فئوي، وهذا حتى نتعرف على فئات هذا المتغير والتي تؤثر أو لا تؤثر على النموذج (قبول أو عدم قبول الطلبة في الدراسات العليا). ولهذا نضغط على Categorical، فيظهر صندوق الحوار التالي:

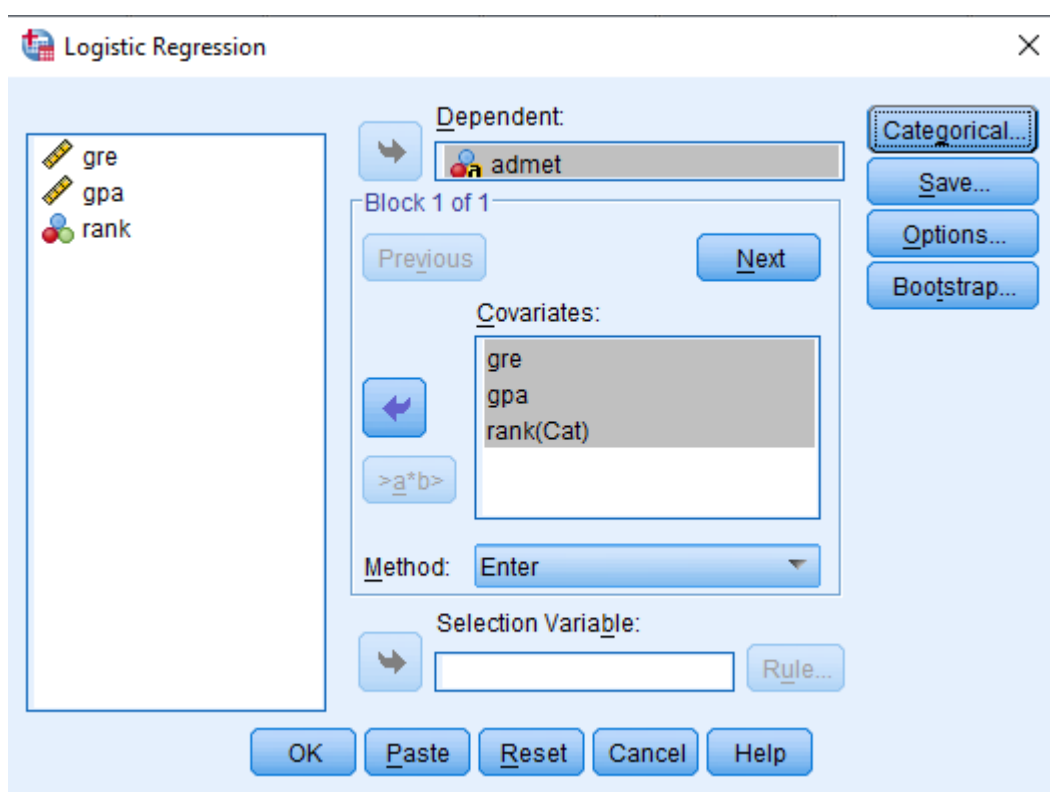


The image shows the 'Logistic Regression: Define Categorical Variables' dialog box. On the left, under 'Covariates', the variables 'gre', 'gpa', and 'rank' are listed. A blue arrow points from 'rank' to the 'Categorical Covariates' box on the right. Below the 'Categorical Covariates' box, there is a 'Change Contrast' section with a 'Contrast' dropdown set to 'Indicator' and a 'Change' button. Below that, the 'Reference Category' is set to 'Last' with radio buttons for 'Last' and 'First'. At the bottom, there are buttons for 'Continue', 'Cancel', and 'Help'.

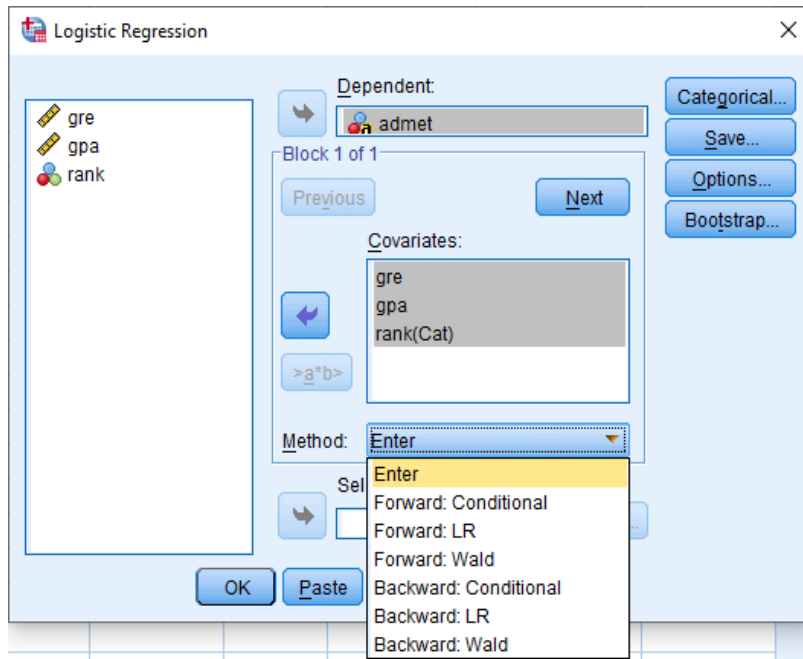
نقوم بنقل المتغير rank إلى المستطيل Categorical Covarintes، ونضغط على Continue في الأسفل، فيظهر صندوق الحوار التالي:



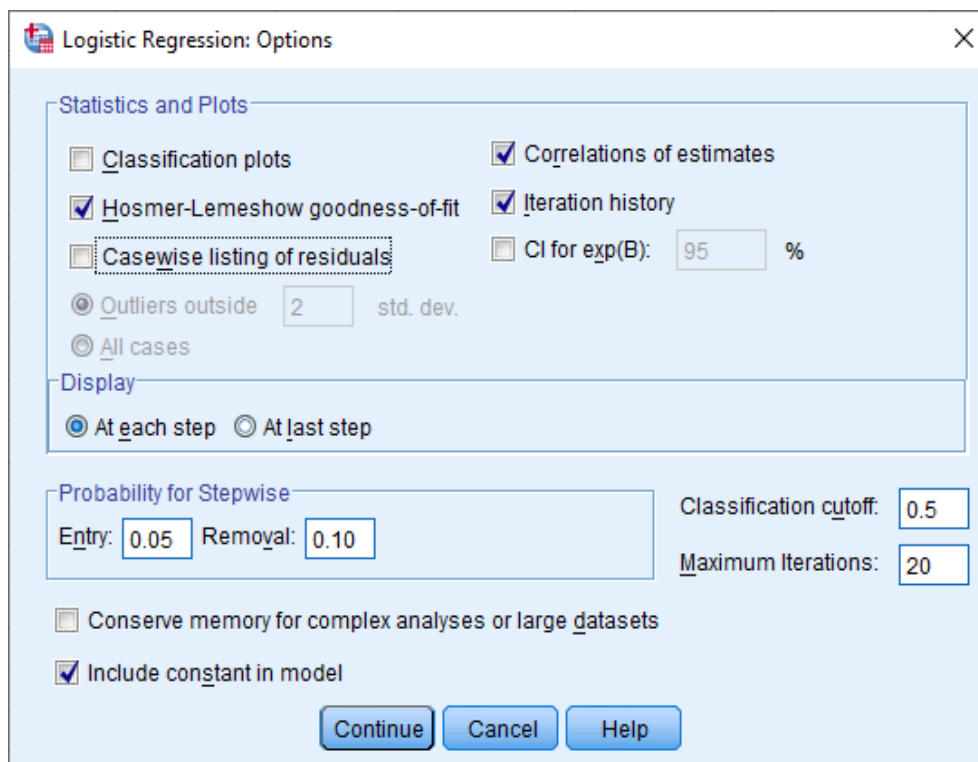
نضغط على Continue، فيظهر صندوق الحور Logistic Regression، وقد صار المتغير rank متغير فئوي (cat)، على أن نبقى على الطريقة القياسية Enter في خانة الطريقة Method، و enter تعني إدخال المتغيرات المستقلة إلى نموذج الانحدار، حيث يتم إدخال جميع المتغيرات المستقلة في دفعة واحدة دون فحص أي المتغيرات لها أثر ذو دلالة على المتغير التابع admet، ويمكن تغيير طريقة الإدخال بالضغط على Nexet، أو الضغط على المثلث الصغير المقابل لـ Enter، فتظهر خيارات الإدخال ويتم الاختيار من بينها، وهو ما يوضحه صندوق الحوار التالي:



نضغط في النافذة السابقة على Enter (اختيار مبدئي من طرف SPSS)، تظهر لنا طرق إدخال المتغيرات التفسيرية إلى النموذج، ويمكن تغيير طريقة الإدخال بالضغط على Next، وطرق الإدخال تؤثر بشكل كبير على مخرجات تحليل الانحدار اللوجستي، هي نفسها الموجوة أيضا في تحليل الانحدار الخطي المتعدد، ونشس ، و نافذة الحوار التالية تبين مختلف طرق إدخال المتغيرات المستقلة:



نترك طريقة Enter، وهي الطريقة القياسية في تحليل الانحدار، وتعني إدخال كامل المتغيرات التفسيرية دفعة واحدة، ويقوم البرنامج بتحديد المتغيرات التي لها علاقة انحدار مع المتغير التابع admet، فيبقى عليها في النموذج. بالنسبة للمفتاح Categorical (تحديد وإدخال المتغير الفئوي في النموذج، وهو متغير الرتبة rank: أربع رتب 1؛ 2؛ 3؛ 4: تعاملنا معه سابقا في مرحلة إدخال وتسمية المتغيرات)، كما أن مفتاحي Save و Bootstrap لن يحتاجا لأي تعديل، أما مفتاح Options (الخيارات)، فنضغط عليه، فتظهر نافذة الحوار التالي ونختار المخرجات التي نرغب فيها كما يلي:



نضغط على OK في النافذة Logistic Regression، فنعود لنافذة الحوار الأساسية للانحدار اللوجستي Logistic Regression.

الخطوة (3): نضغط ok في نافذة الحوار الأخيرة Logistic Regression، فتظهر مخرجات التحليل اللوجستي التالية:

Logistic Regression

Case Processing Summary

Unweighted Cases ^a		N	Percent
Selected Cases	Included in Analysis	400	100.0
	Missing Cases	0	.0
	Total	400	100.0
Unselected Cases		0	.0
Total		400	100.0

a. If weight is in effect, see classification table for the total number of cases.

يمثل الجدول السابق عدد الحالات التي دخلت في الاختبار (400 طالب)، وعدد الحالات التي تقابلها بيانات مفقودة لا يوجد Missing Cases= 0.

Dependent Variable Encoding

Original Value	Internal Value
no admet	0
admet	1

يمثل الجدول السابق تشفير Codings للمتغير التابع admet، حيث يأخذ قيمتين: 0 تمثل عدم القبول، و 1 تمثل القبول في الدراسات العليا.

Categorical Variables Codings

	Frequency	Parameter coding		
		(1)	(2)	(3)
rank	1	61	1.000	.000
	2	151	.000	1.000
	3	121	.000	.000
	4	67	.000	1.000

يمثل الجدول السابق Codings للمتغير الفئوي Categorical Variables، وهو الرتبة rank، حيث يأخذ أربع قيم صحيحة (من 1 إلى 4)، وتظهر في الجدول تكرارات Frequency هذا المتغير، فمثلا عدد الطلبة الذين حصلوا على الرتبة الأولى (1): 61، وعدد الطلبة الذين حصلوا على الرتبة الثانية (2): 151، ... وهكذا،

Block 0: Beginning Block

يمثل Block 0 النموذج الأولي أو الابتدائي للانحدار اللوجستي، النموذج من دون المتغيرات المفسرة التنبؤية Predictors Variables (rank, gpa, gre)، ولذا لا يمكن اعتباره نموذج إحصائي، فهو Nule model، وهذا حتى نختبر عند إدخال هذه المتغيرات التنبؤية المفسرة، هل تحقق تحسين في النموذج أم لا، أم أن النموذج اللوجستي مع إدخال هذه المتغيرات لا يحدث له تحسين. وبتعبير آخر هل يساهم إدخال المتغيرات (gpa, gre, rank) في التنبؤ بشكل صحيح بقبول الطالب بالدراسات العليا من عدمه. أو هل لهذه المتغيرات علاقة بقبول الطالب بالدراسات العليا من عدمه.

إن: في الكتلة الابتدائية Block 0 يتم تضمين الثابت فقط في النموذج، ثم المرحلة التالية Block 1، تضاف جميع المتغيرات التوضيحية للاستدلال على أثرها مجتمعة في متغير الاستجابة لتحديد كفاءة النموذج ككل، وهذا لأننا اخترنا طريقة (Enter) القياسية: إدخال كل المتغيرات التفسيرية إلى النموذج على دفعة واحدة:

Iteration History^{a,b,c}

Iteration		-2 Log likelihood	Coefficients
			Constant
Step 0	1	498.552	-.740
	2	498.434	-.777
	3	498.434	-.777

a. Constant is included in the model.

b. Initial -2 Log Likelihood: 498.434

c. Estimation terminated at iteration number 3 because parameter estimates changed by less than .001.

يعتمد نموذج الانحدار اللوجستي على طريقة الإمكان الأعظم Maximum Likelihood في تقدير النموذج، حيث تقوم هذه الطريقة على إيجاد أقصى تقلص (من خلال تكرار عملية الحساب) للفرق بين قيم عناصر مصفوفة التباين أو الارتباطات بالنسبة للعينة وقيم عناصر مصفوفة التباين أو الارتباطات التي تولدت عن العوامل المستخرجة، هذا وتبرز أهمية استعمال طريقة الإمكان الأعظم في أنها تتيح إمكانية استعمال مربع كاي-Chi Square للحكم على مطابقة النموذج للبيانات، ويوضح الجدول السابق العملية التكرارية لتقدير قيمة دالة الإمكان الأعظم، دون متغيرات منبئة، أين نلاحظ استقرار قيمة دالة الإمكان الأعظم عند درجة 498.434 بعد المرحلة الثانية من التكرار، حيث أصبح التغير الحادث في القيمة أقل من 0.0001.

Classification Table^{a,b}

Observed			Predicted		
			admet		Percentage Correct
			no admet	admet	
Step 0	no admet	274	0	100.0	
	admet	126	0	.0	
	Overall Percentage			68.5	

a. Constant is included in the model.

b. The cut value is .500

نلاحظ في الجدول السابق أنه لم يتم إدخال أي متغير تنبؤي (تفسيري) Predicted من المتغيرات الثلاث: gre، gpa، rank، وبالتالي لم يتبقى إلا متغير واحد هو المتغير التابع admet، وهنا تقارن بين النتائج التي يعطيها النموذج بدون إدخال المتغيرات المفسرة، لا يبقى إلا قيمة ثابت النموذج التي نستخدمها في التنبؤ Predicted بقيمة المتغير التابع admet، ثم مقارنتها بالقيمة الملاحظة Observed لهذا المتغير من خلال جدول المعطيات في المثال، وهنا نلاحظ أنه تم التوافق على 274 حالة لعدم قبول لطلبة no admet، وهذا بنسبة $274 \div 400 = 68.5\%$ من العينة، أما التوافق في قبول الطلبة في الدراسات العليا admet فكان غير موجود (0)، أي بنسبة 0%.

ومنه فالكثلة الأولى B0 تبين أن عدد الطلبة الذين تم التوافق بين النتائج التنبؤية للنموذج Predicted قبل إدخال المتغيرات، والمعطيات الفعلية Observed هي: $274 = 0 + 274$ ، أي بنسبة إحصائية كلية Overall Percentage تساوي 68.5% من حجم عينة الطلبة.

Variables in the Equation

	B	S.E.	Wald	df	Sig.	Exp(B)
Step 0 Constant	-.777	.108	52.087	1	.000	.460

يوضح الجدول السابق اختبار تضمين الحد الثابت فقط في نموذج الانحدار اللوجستي، أي مع إهمال جميع المتغيرات التفسيرية، ولهذا أطلق عليها الخطوة 0 (Step 0)، وبما أن اختبار Wald هو ذو دلالة معنوية (Sig) أقل من 0.05، فإن النموذج الانحدار اللوجستي يتضمن ثابت، أو أن دالة (odds) Logit الخطية تتقاطع مع محور الترتيب في $\text{Exp}(-.777) = e^{-0.777} = 0.460$ ، والخطأ المعياري في قياس هذا الثابت يساوي: $\text{SE} = 0.108$.

يمكن التعبير عن معادلة النموذج بدون إدخال المتغيرات التفسيرية كما يلي:

$$\text{odds} = \frac{P(X)}{1 - P(X)} = e^{-0.777} = 0.460 < 1$$

$$\text{Log (odds)} = \text{Log } e^{-0.777} = 0.460$$

نلاحظ أن $E(B) = 0.460$ أقل من 1، فهذا يعني أن القيم المتزايدة للمتغير تتوافق مع تناقص أوجه الحدوث، أي أن احتمال القبول في الدراسات العليا يتناقص مقارنة باحتمال بعدم القبول، بعبارة أخرى كلما كان $E(X)$ أصغر من 1، فإن المقبولين في الدراسات العليا (تحقق الحدث) سيكون أقل من عدد غير المقبولين، وهو ما يؤكد نتائج جدول سابق **Classification Table**، حيث كان عدد غير المقبولين 274 طالب، والمقبولين 126 طالب فقط.

Variables not in the Equation

		Score	df	Sig.
Step 0	gre	11.707	1	.001
	gpa	11.720	1	.001
	rank	24.997	3	.000
	rank(1)	17.035	1	.000
	rank(2)	1.456	1	.228
	rank(3)	5.618	1	.018
Overall Statistics		38.393	5	.000

وهو أهم جدول في نموذج الانحدار اللوجستي، حيث يوضح المتغيرات التي استبعدت من النموذج وأثرها، أي هل لو تم إضافتها ستؤثر على النموذج أم لا، بعبارة معاكسة، هل لو تم إضافتها إلى المعادلة، فإن ذلك قد يسمح بتحسين النموذج (التنبؤ بقبول أو عدم قبول الطالبة في الدراسات العليا).

نلاحظ أن مستوى الدلالة المعنوية Sig للمتغيرات المفسرة الثلاث (rank، gpa، gre) أقل من 0.05 (5%)، وهو ما يؤكد أن إدخاله في النموذج (معادلة الانحدار اللوجستي) سيساهم في تحسين النموذج (ارتفاع القدرة على التنبؤ بقبول أو عدم قبول الطالبة في الدراسات العليا).

رغم أن المتغير المفسر rank يساهم إدخاله في معادلة الانحدار اللوجستي في تحديد ما إذا كان الطالب سيقبل أو لا في الدراسات العليا، إلا أن إحدى قيم هذا المتغير لا تساهم في ذلك، وهي القيم المرتبة 2، حيث يقابلها في الجدول السابق مستوى معنوية Sig = 0.228، وهي أكبر من 0.05، أما المرتبتين 1 و 2 فتساهما في تحسين النموذج (التنبؤ بقبول الطالب في الدراسات العليا وبشكل صحيح باحتمال كبير)، حيث مستوى معنوية المرتبة rank عند 1 و 3 أقل من 0.05.

Block 1: Method = Enter

يمثل Block 1 نموذج الانحدار اللوجستي بعد إدخال المتغيرات المفسرة (rank، gpa، gre) بطريقة الانحدار القياسي Enter، وهو يسمح بتقدير قيم بيتا B (معاملات الانحدار للمتغيرات المفسرة)، وتحديد هل إدخال المتغيرات الداخلة له تأثير في التنبؤ بالقبول في الدراسات العليا أم لا. أما Enter فتشير إلى اختيار الطريقة القياسية في تحليل الانحدار (إدخال كل المتغير المفسرة دفعة واحدة).

Model Summary

Step	-2 Log likelihood	Cox & Snell R Square	Nagelkerke R Square
1	459.118 ^a	.094	.131

a. Estimation terminated at iteration number 4 because parameter estimates changed by less than .001.

يعرض الجدول السابق بعض المؤشرات الإحصائية المعروفة لتقييم جودة نموذج الانحدار اللوجستي، أي مدى قدرة النموذج الرياضي المستخرج على إعطاء قيم تنبؤية Predicted للمتغير التابع admet تكون أقرب للقيم الملاحظة Observed المعطاة في جدول المعطيات في المثال.

تعد نسبة الإمكان الأعظم Likelihood Ratio الذي يرمز له بـ LR(k)، والذي تتبع توزيع Ch-2، أهم اختبارات كفاية النموذج بالكامل وجودته Goodness of fit، حيث كان يعتمد لتحقيق هذا الهدف في الانحدار الخطي على اختبار فيشر F أو T-Student، بينما يتم استخدام اختبار نسبة لوغاريتم الإمكان الأعظم Log Likelihood

Ratio، ولأغراض رياضي يستخدم -2 Log ، وذلك لتحديد معنوية النموذج إحصائياً بالنسبة لأي متغير مستقل، وذلك من خلال اختبار $LR(k)$ للنموذج الذي يحتوى ذلك المتغير مقارنة مع النموذج الذي لا يحتوى ذلك المتغير المستقل.

نلاحظ انخفاض نسبة $-2 \text{ Log likelihood}$ من القيمة 498.55 التي أعطاه الجدول Iteration History في النموذج الأولي في Block 0، في حالة عدم إدخال المتغيرات التفسيرية، إلى القيمة 459.12، في حالة إدخال المتغيرات التفسيرية، وهو ما يشير إلى تقلص في التباين بين القيم الملاحظة في جدول المعطيات، والقيم التنبؤية من النموذج بـ 39.43. وهو تحسن في النموذج بعد إدخال متغيرات gre، gpa و rank. ومن الجدول السابق، نجد أن المتغيرات التفسيرية تساهم في التنبؤ بقبول أو عدم قبول الطلبة بنسبة 9.40 %، وهي نسبة ضعيفة، لأن قيمة $\text{Cox \& Snell } R^2$ تساوي قيمة 0,094، وبما أن الحد الأقصى لهذه النسبة هو 0.75، فقد تم تعديلها بنسبة تسمى $R^2 \text{ Nagelkerke}$ المعدلة، والتي تنحصر بين 0 و 1، وبما أنها تساوي 0.131، فهذا يعني أن نسبة 13,10 % فقط من التغيرات في المتغير التابع الثنائي (admet) تفسرها المتغيرات المستقلة (gre, rank, gpa)، وهي نسبة تفسيرية جد ضعيفة.

Omnibus Tests of Model Coefficients

	Chi-square	df	Sig.
Step	39.316	5	.000
Step 1 Block	39.316	5	.000
Model	39.316	5	.000

تستخدم الاختبارات الشاملة Omnibus Tests لمعاملات النموذج للتحقق من أن النموذج الجديد (بما في ذلك المتغيرات التفسيرية: Block 1) يمثل تحسناً عن النموذج الأول (بدون متغيرات تفسيرية: Block 1). وهنا يستخدم اختبار Chi^2 لمعرفة ما إذا كان هناك فرق بين لوغاريتم الإمكان الأعظم (Log LR) Log-likelihoods، بشكل خاص: -2Log(LR) ، للنموذج الأولي والنموذج الجديد بعد إدخال المتغيرات التفسيرية. نلاحظ أن اختبار Ch^2 ذو دلالة معنوية ($\text{Sig} < 0.05$)، وهو منخفض جداً مقارنة بالنموذج الأولي (انتقل من 498.55 إلى 39.31 فقط)، مما يدل على تحسن كبير جداً في التنبؤ بقبول الطلبة في الدراسات العليا عن طريق استخدام متغيرات gre، gpa و rank. وهو ما يعني أن نموذج الانحدار اللوجستي المستخرج أفضل بشكل كبير في التنبؤ بقبول الطلبة في الدراسات العليا.

Hosmer and Lemeshow Test

Step	Chi-square	df	Sig.
1	8.351	8	.400

يستخدم اختبار Hosmer & Lemeshow (H&L) للتأكد فيما إذا كان نموذج الانحدار اللوجستي يمثل المعطيات الفعلية بشكل جيد أم لا، وذلك عن طريق استخدام اختبار Ch^2 لحسن المطابقة لتقييم الفرق بين القيم المشاهدة (Observed) التي لا تستند إلى نموذج نظري، والقيم المتوقعة (Expected) التي تم احتسابها من تقديرات النموذج المقدر.

تشير إحصائية (H&L) إلى ملاءمة النموذج إلى البيانات المشاهدة، إذا كانت مستوى معنويته أقل من 0.05. هنا نموذج الانحدار اللوجستي التنبؤي يلائم البيانات المشاهدة الفعلية بشكل كافٍ. ويعتبر (H&L) الاختبار الأكثر موثوقية لملاءمة النموذج للانحدار اللوجستي الثنائي، لأنه يجمع المشاهدات في مجموعات من الحالات "المتشابهة". نلاحظ من الجدول السابق أن اختبار (H&L) ليس ذو دلالة معنوية ($\text{Sig} = 0.400 > 0.05$)، بما يدل على ضعف ملاءمة أو جودة نموذج الانحدار اللوجستي، أي ضعف قدرته في التنبؤ بقبول/ عدم قبول الطلبة في الدراسات العليا.

Classification Table^a

Observed			Predicted		
			admet		Percentage Correct
			no admet	admet	
Step 1	admet	no admet	256	18	93.4
		admet	96	30	23.8
	Overall Percentage				71.5

a. The cut value is .500

نلاحظ في جدول التصنيف أعلاه الذي يقارن بين المشاهدات Observed (الفعلية في جدول التمرين) والتنبأت Predicted (أعطاهها نموذج الانحدار اللوجستي)، أنه تم التوافق بينهما في: $256 + 30 = 286$ طالب، بنسبة إجمالية Overall Percentage وفق نموذج الانحدار اللوجستي: 71.5%، وعدم التوافق في: $18 + 96 = 114$ طالب. أما النسب الصحيحة انطلاقاً من جدول التمرين فهي: $256 \div (256 + 18) = 93.4\%$ طالب غير مقبول، و: $30 \div (30 + 96) = 23.8\%$ طالب مقبول في الدراسات العليا.

بالمقارنة بين النموذج قبل وبعد إدراج المتغيرات التفسيرية، نجد أن نسبة التنبؤ السليمة بالالتحاق/ عدم الالتحاق زادت من 68.5% (274 طالب) إلى 71.5% (286 طالب)، أي أن التحسن في التنبؤ باستخدام نموذج الانحدار اللوجستي كان ضعيف (71.5 - 68.5 = 3% فقط)

Variables in the Equation

	B	S.E.	Wald	df	Sig.	Exp(B)
gre	.002	.001	3.512	1	.061	1.002
gpa	.790	.334	5.610	1	.018	2.204
rank			20.950	3	.000	
Step 1 ^a rank(1)	1.573	.417	14.247	1	.000	4.821
rank(2)	.861	.366	5.531	1	.019	2.366
rank(3)	.232	.392	.351	1	.554	1.261
Constant	-5.384	1.144	22.161	1	.000	.005

a. Variable(s) entered on step 1: gre, gpa, rank.

يتضح من الجدول السابق أن المتغيرات التي يقابلها مستوى معنوية أقل من 0.05 (5%)، تدرج في نموذج الانحدار اللوجستي، لأنها تساهم في التنبؤ بقبول الطالب في الدراسات العليا، وهي المتغيرات: gpa، وrank، أما متغير gre فلا يساهم كثيراً في التنبؤ بالقبول في الدراسات العليا، لأن مستوى معنويته تساوي 0.61 وهو أكبر من 0.05.

أما مستويات الرتبة، فرغم أن المتغير rank له دور في التنبؤ بقبول الطلبة، وتم إدراجه في نموذج الانحدار اللوجستي، فإن طبيعته (متغير فئوي Categorical)، تجلنا نتساءل أي الفئات (1، 2، 3 أو 4 لهذا المتغير كان لوجود الطالب فيها له دور في التنبؤ بقبوله في الدراسات العليا.

نلاحظ من الجدول السابق أن الـ rank 1 و 2 لهما تأثير على قبول الطالب في الدراسات العليا، وهذا لأن مستوى المعنوية Sig عنده أقل من 0.05، في حين أن الرتبة 3 ليس لها تأثير على قبول الطالب في الدراسات العليا، لأن مستوى المعنوية عندها 0.554 أكبر من 0.05.

يمكن كتابة معادلة خط الانحدار اللوجستي كما يلي:

$$\text{Odds} = e^{-5.384 + 0.79 \text{ gpa} + 20.950 \text{ rank}} \quad \text{أو} \quad \text{odds} = e^{-5.384 + 0.790 \text{ gpa} + 1.573 \text{ rank}(1) + 0.861 \text{ rank}(2)}$$

وبإدخال اللوغاريتم على دالة الأرجحية، نحصل على نموذج الانحدار اللوجستي مع المتغيرات الدالة احصائياً فقط:

$$\text{Log (odds)} = -5.384 + 0.790 \text{ gpa} + 20.950 \text{ rank}$$

$$\text{Log (odds)} = -5.384 + 0.790 \text{ gpa} + 1.573 \text{ rank}(1) + 0.861 \text{ rank}(2)$$