

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITÉ MOHAMED KHIDER, BISKRA
FACULTÉ des SCIENCES EXACTES et des SCIENCES de la NATURE et de la VIE
DÉPARTEMENT INFORMATIQUE



Polycopié du Cours

Analyse de Données

Analyse de Données en Informatique
Première Année Master (M1)

Préparé par :
Dr. AFROUN Faïrouz

Université de Biskra, 2024/2025

Table des matières

Table des figures	ii
1 Rappels : Statistiques descriptives & Probabilités	1
Introduction	1
1.0.1 Le concept de variables aléatoires	1
1.0.2 La distribution d'une variable aléatoire	1
1.0.3 La fonction de répartition (distribution cumulative)	2
1.0.4 Espérance (moyenne) d'une variable aléatoire	2
1.0.5 La variance et l'écart-type d'une variable aléatoire	3
1.0.6 Fractals d'une variable aléatoire	4
1.1 Quelques lois de probabilités usuelles	4
1.1.1 La distribution de Gauss (Normale)	4
1.1.2 La distribution χ^2 (<i>Khi – Deux</i>)	5
1.1.3 La distribution Student (<i>t</i>)	6
1.1.4 La distribution Fisher (Fisher-Snedecor) <i>F</i>	6
Bibliographie	8
Annexe : Tables des lois statistique	9

Table des figures

1.1	Distribution de Gauss centrée et réduite	4
1.2	Distribution de χ_2 pour différentes degré de liberté.	6
1.3	Distribution de Student.	6

Rappels : Statistiques descriptives & Probabilités

Introduction

L'objectif du présent chapitre est de rappeler quelques notions de base des statistiques descriptives ainsi que de la théorie des probabilités. Plus précisément, nous focalisons sur les notions de bases de la théorie des probabilités (variable aléatoire, densité, fonction de répartition, espérance mathématique, etc.). On conclut le chapitre par la présentation de quelques lois usuelles.

1.0.1 Le concept de variables aléatoires

Une variable aléatoire (*v.a.*) est un nombre réel associé au résultat d'une épreuve, donc un nombre aléatoire. Si l'épreuve est répétée, ce nombre change en général.

Exemple 1 *La taille d'un individu extrait au hasard d'une population ou encore le nombre de "faces" dans une série de 10 jets d'une monnaie.*

1.0.2 La distribution d'une variable aléatoire

1.0.2.1 Cas d'une variable aléatoire discrète

D'une manière générale, si une variable aléatoire discrète X peut prendre les valeurs $x_1, x_2, \dots, x_n$ avec des probabilités respectives $p_1, p_2, \dots, p_n$, nous dirons que X a pour *distribution de probabilité* l'ensemble des couples :

$$(x_1, p_1), (x_2, p_2), \dots, (x_n, p_n)$$

Notons qu'une distribution de probabilité a les propriétés suivantes :

- $p_i \geq 0$ pour tout i ;
- $\sum_i p_i = 1$.

On peut représenter graphiquement une distribution de probabilité d'une variable aléatoire discrète à l'aide d'un diagramme en bâtons ou en colonnes (comme si c'était une distribution de fréquences dans les statistiques descriptives).

1.0.2.2 Cas d'une variable aléatoire continue

Pour calculer les probabilités afférentes à une variable continue on utilise sa *fonction de densité*, c'est-à-dire une fonction qui permet de calculer la probabilité que X soit dans un intervalle $[a, b]$. Plus précisément, la densité de probabilité (ou densité) de X est une fonction f_X telle que :

1. $f_X(x) \geq 0$ pour tout x ,
2. $\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)dx = 1$
3. $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f_X(x)dx$.

S'il n'y a pas de possibilité de confusion, on utilisera le symbole f à la place de f_X .

1.0.3 La fonction de répartition (distribution cumulative)

En général, pour exprimer toutes les probabilités associées à une variable aléatoire discrète ou continue il suffit de déterminer les probabilités des intervalles de la forme $I =]-\infty, x]$, où x est un nombre réel. L'outil fondamental qui exprime ces probabilités est la *fonction de répartition*. La *fonction de répartition* d'une variable aléatoire X est la fonction

$$\begin{aligned} F_X(x) &= P(X < x) \\ &= \text{probabilité de l'événement "que } X \text{ soit plus petit à } x". \end{aligned}$$

Cette fonction est définie pour tout x réel et prend des valeurs entre 0 et 1 ($F_X(x) \in [0, 1]$). S'il n'y a pas de confusion, on utilise le symbole F à la place de F_X .

En général, une fonction de distribution cumulative quelconque a les propriétés suivantes :

- elle est non décroissante,
- elle prend des valeurs entre 0 et 1,
- elle tend vers 0 si x tend vers $-\infty$ et vers 1 si x tend vers $+\infty$.
- La fonction de répartition d'une variable continue est une fonction continue tandis que la fonction de distribution cumulative d'une variable discrète est une fonction discontinue en escalier.
- Entre la distribution de probabilité $(x_1, p_1), (x_2, p_2), \dots$ et la fonction de répartition F d'une variable discrète il y a la relation suivante :

$$F(x) = \sum_{x_i \leq x} p_i.$$

- Entre la fonction de densité f et la fonction de répartition F d'une variable continue, y a les relations suivantes :

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt; \quad (1.1)$$

$$f(x) = \frac{d}{dx}F(x) \text{ si } F \text{ est dérivable en } x. \quad (1.2)$$

Remarque 1.1 Pour une variable aléatoire continue $P(X \leq x) = P(X < x)$.

1.0.4 Espérance (moyenne) d'une variable aléatoire

Souvent, il suffit d'avoir quelques nombres caractérisant la distribution au lieu de la distribution complète. Les mesures les plus fréquemment utilisées sont la moyenne (ou espérance), la variance, l'écart-type et les fractals.

Soit X une variable aléatoire discrète avec une distribution (x_i, p_i) , $i = 1, 2, \dots, n$. Alors, l'espérance mathématique (ou espérance) de X est définie par :

$$\mu(x) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots = \sum_i x_i p_i. \quad (1.3)$$

On utilise aussi le symbole $E(X)$ à la place de $\mu(X)$.

Si X une variable aléatoire continue ayant une densité f alors l'espérance de X est :

$$\mu(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx. \quad (1.4)$$

On utilise aussi le symbole $E(X)$ à la place de $\mu(X)$.

Proposition 1.1

1. Une propriété de grande importance est que l'espérance est une application linéaire. Soient X et Y deux variables aléatoires et a et b deux constantes, alors

$$E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y); \quad (1.5)$$

2. Une autre propriété très utile, concerne l'espérance d'une transformation d'une variable aléatoire. Soit g une fonction réelle quelconque et $Y = g(X)$ une transformation de X . Alors l'espérance de la variable Y est donnée par :

$$E(Y) = E(g(X)) = \sum_i g(x_i) P(X = x_i), \quad \text{dans le cas discret} \quad (1.6)$$

$$E(Y) = E(g(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f(x) dx, \quad \text{dans le cas continue.} \quad (1.7)$$

1.0.5 La variance et l'écart-type d'une variable aléatoire

L'espérance d'une variable donne une idée de la valeur moyenne de cette variable mais ne prend pas en compte d'autres aspects importants. Par exemple, les variables

- X_1 avec distribution uniforme dans l'intervalle $[-1, 1]$,
- X_2 avec distribution uniforme dans l'intervalle $[-1000, 1000]$,

ont toutes les deux une espérance égale à 0 mais avec une variabilité très différente. Pour mesurer cet aspect on utilise la variance ou l'écart-type.

Soit X une variable aléatoire, la *variance* (de population) de X est définie par :

$$\sigma^2(X) = E([X - E(X)]^2), \quad (1.8)$$

c'est-à-dire,

$$\sigma^2(X) = \sum_i [X_i - E(X)]^2 P(X = x_i), \quad \text{Si } X \text{ discret;} \quad (1.9)$$

$$\sigma^2(X) = \int_{-\infty}^{\infty} [X_i - E(X)]^2 f(x) dx, \quad \text{Si } X \text{ continue.} \quad (1.10)$$

L'écart-type (de population) de X est défini par

$$\sigma(X) = \sqrt{\sigma^2(X)}. \quad (1.11)$$

1.0.6 Fractals d'une variable aléatoire

Le *quantile* (d'ordre) α ($0 < \alpha < 1$) d'une variable aléatoire continue X ayant une fonction de répartition F est le nombre q_α tel que :

$$F(q_\alpha) = \alpha, \quad \text{c'est-à-dire,} \quad q_\alpha = F^{-1}(\alpha). \quad (1.12)$$

Ainsi, on définit des percentiles, des quartiles et des déciles de population. Pour une variable discrète on procède comme dans le cas d'une distribution des fréquences cumulées en statistiques descriptives (voir chapitre 1).

1.1 Quelques lois de probabilités usuelles

Cette partie définit brièvement les modèles de distributions uni-variées les plus fréquemment utilisés comme descriptions approximatives de distributions réelles (en statistique). Comme ces modèles dépendent de paramètres qui doivent être déterminés à l'aide des données que l'on souhaite décrire on les appelle des modèles paramétriques.

1.1.1 La distribution de Gauss (Normale)

On dit que la variable aléatoire X à (ou suit) une distribution normale centrée et réduite ou une distribution de Gauss centrée et réduite qu'on note $X \rightsquigarrow N(0, 1)$ si elle a pour densité

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}. \quad (1.13)$$

Le graphique de f est une courbe "en cloche" (voir 1.1).

Si X a une distribution $N(0, 1)$ on obtient $E(X) = 0$ et $var(X) = 1$.

La fonction de répartition de X est :

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt. \quad (1.14)$$

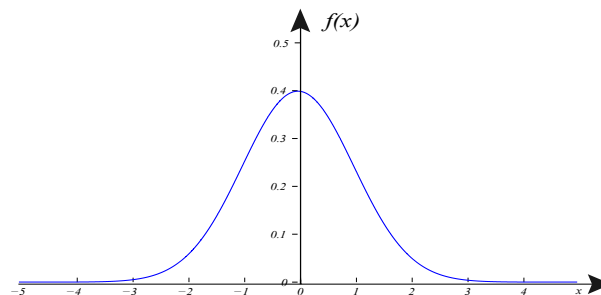


FIGURE 1.1: Distribution de Gauss centrée et réduite

Pour déterminer les valeurs de $F(x)$, on se réfère à des tables numériques (voir la Table de la distribution de Gauss) ou on utilise des programmes d'intégration numérique.

Si $X \rightsquigarrow N(0, 1)$ alors, la variable aléatoire $Y = \sigma X + \mu$ a une distribution de Gauss de moyenne μ et de variance σ^2 , notée $N(\mu, \sigma^2)$ et sa densité est donnée par :

$$f(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(y-\mu)^2/2\sigma^2}. \quad (1.15)$$

La transformation précédente ($Y = \sigma X + \mu$) effectuée en sens inverse permet de passer d'une variable aléatoire Y de distribution $N(\mu, \sigma^2)$ à la variable centrée et réduite

$$X = \frac{Y - \mu}{\sigma}, \quad (1.16)$$

qui suit une distribution $N(0, 1)$. Cette transformation permet de calculer des probabilités relatives à la variable Y à l'aide de la fonction de répartition et des tables de $N(0, 1)$.

L'un des principaux résultats obtenus sur la distribution Normale est le théorème central limite résumé comme suit :

Théorème 1.1 (*Théorème Limite Centrale (TCL)*)

Supposons que $X_1, \dots, X_n$ soient *i.i.d.* (indépendantes et identiquement distribuées) selon une distribution F_X inconnue, tel que $E(X_i) = \mu$ et $Var(X_i) = \sigma^2$. Alors, si $n \rightarrow \infty$,

$$\frac{\left(\sum_{i=1}^n X_i/n\right) - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \rightsquigarrow N(0, 1). \quad (1.17)$$

Ce théorème peut être interpréter comme suit : La distribution de la moyenne arithmétique centrée et réduite est donc approximativement Gaussienne $N(0, 1)$, indépendamment de la distribution F_X , pourvu que n soit suffisamment élevé. La distribution de la moyenne arithmétique est approximativement normale de moyenne μ et variance σ^2/n et ces paramètres peuvent être estimés. Malheureusement, il n'y a pas en général une règle simple pour déterminer la valeur minimale de n pour que l'approximation soit bonne. Cette valeur dépend de la forme de F_X . Mais généralement, dans la pratique, on se contente de $n \geq 30$.

1.1.2 La distribution χ^2 (*Khi - Deux*)

Soient $X_1, \dots, X_n$, n variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées (*i.i.d.*) selon une distribution normale centrée et réduite. On dit que la variable aléatoire

$$Z = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2,$$

à une distribution χ^2 à n degrés de liberté notée χ_n^2 . La densité de cette distribution est

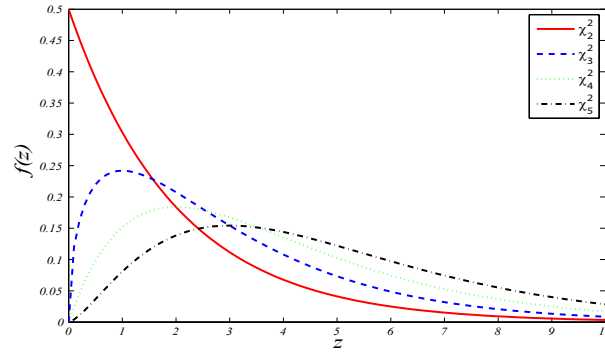
$$f(z) = \frac{z^{(n/2)-1}}{2^{n/2}\Gamma(n/2)} e^{-z/2}, \quad z \geq 0, \quad (1.18)$$

avec $\Gamma(\cdot)$ indique la fonction Γ (Gamma), définie par

$$\Gamma(p) = \int_0^\infty x^{p-1} e^{-x} dx, \quad p > 0, \quad (1.19)$$

La fonction de répartition est généralement calculée à l'aide d'un programme informatique ou de "tables de la distribution χ^2 " (voir Tables). La moyenne et la variance de la distribution χ^2 sont $E(Z) = n$ et $\sigma^2(Z) = 2n$.

Remarque 1.2 Soit Z_1 et Z_2 deux variables aléatoires de distribution χ^2 de degré liberté n et m respectivement, alors la variable aléatoire $Z = Z_1 + Z_2$ est aussi une variable aléatoire d'une distribution de χ^2 de degré liberté $n + m$ ($Z \rightsquigarrow \chi_{(n+m)}^2$).

FIGURE 1.2: Distribution de χ_2 pour différentes degré de liberté.

1.1.3 La distribution Student (t)

Supposons que $X_0, X_1, \dots, X_n$, n variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées selon une distribution normale centrée et réduite. On dit que la variable aléatoire

$$T = \frac{X_0}{\sqrt{\frac{1}{n}(X_1^2 + \dots + X_n^2)}} = \frac{X_0}{\sqrt{Z/n}} \quad (\text{avec } Z \rightsquigarrow \chi_n^2) \quad (1.20)$$

à une distribution t (ou distribution de Student) à n degrés de liberté notée t_n . La densité de cette distribution est

$$f(t) = \frac{\Gamma((n+1)/2)}{\Gamma(n/2)\sqrt{n\pi}} (1 + t^2/n)^{-(n+1)/2}. \quad (1.21)$$

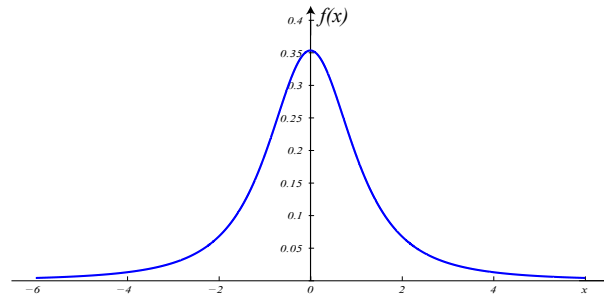


FIGURE 1.3: Distribution de Student.

La fonction de distribution cumulative est généralement calculée à l'aide d'un programme informatique ou de "tables de la distribution t " (voir Tables). La moyenne et la variance de la distribution t sont $E(T) = 0$ et $\sigma^2(T) = n/(n-2)$, pour $n > 2$.

1.1.4 La distribution Fisher (Fisher-Snedecor) F

Soit $X_1, \dots, X_{n+m}$, $n+m$ variables aléatoires indépendantes qui suivent une distribution normale centrée et réduite. On dit que la variable aléatoire

$$Y = \frac{\frac{1}{n}(X_1^2 + \dots + X_n^2)}{\frac{1}{m}(X_{n+1}^2 + \dots + X_{n+m}^2)} = \frac{Z_1/n}{Z_2/m} \quad (Z_1 \rightsquigarrow \chi_n^2 \text{ et } Z_2 \rightsquigarrow \chi_m^2) \quad (1.22)$$

a une distribution F avec n degrés de liberté au numérateur et m degrés de liberté au dénominateur notée $F_{(n,m)}$ ou de degrés de libertés (n, m) . La densité de cette distribution est

$$f(y) = \frac{\Gamma((n+m)/2)}{\Gamma(n/2)\Gamma(m/2)} n^{n/2} m^{m/2} y^{(n/2)-1} (m+ny)^{-(n+m)/2}, \quad y \geq 0. \quad (1.23)$$

Les calculs concernant la distribution F sont généralement effectués à l'aide d'un programme d'ordinateur ou de "tables de la distribution F" (voir Tables). La moyenne de la distribution F est $E(Y) = \frac{m}{m-2}$ pour $m > 2$ et sa variance $\sigma^2(Y) = \frac{2m^2(n+m-2)}{n(m-2)^2(m-4)}$, pour $m > 4$.

Bibliographie

- [1] J. Bass, *Eléments de calcul de probabilités*. Masson, 1974.
- [2] N. Ben Righi, M. Cherfaoui *Estimation paramétrique : Intervalle et région de confiance*. Mémoire Master en Mathématique Option Statistique, Université de Biskra, 2016.
- [3] G. Calot, *Cours de calcul des probabilités*. Dunod, 1967.
- [4] D. Foudrinier, *Statistique inférentielle : Cours et exercices*. Dunod, Paris 2002.
- [5] H. Gudeida, A. Roubi *Tests de comparaison*. Mémoire Master en Mathématique Option Statistique, Université de Biskra, 2016.
- [6] J. Guégand, J. P. Gavini, *Probabilités*. 1998.
- [7] K. Khaldi, *Méthodes statistique et Probabilités*. Casbah, 2000.
- [8] A. Krief, S. Levy, *Calcul des probabilités*. Hermann, 1972.
- [9] M. Laviéville, *Statistique et Probabilités : Rapepels de cours et exercuces résolus*. Dunod, 1996.
- [10] J.P. Lecoutre, S. Legait, P. Tassi, *Statistique : Exercices corrigés et rappels de cours*. Masson, 1987.
- [11] J.P. Lecoutre, *Statistique et probabilité, manuel et exercices corrigés*. quatrième édition. Masson, 2009.
- [12] M. Sheldon, M. Ross, *Initiation aux probabilités*. Presses polytechniques et universitaires normandes, 1994.
- [13] G. Saporta, *Probabilité, analyse des données et statistique*. Editions Technip, 1990.
- [14] P. Tassi, *Méthodes statistiques*. Edition Economica, 2004.

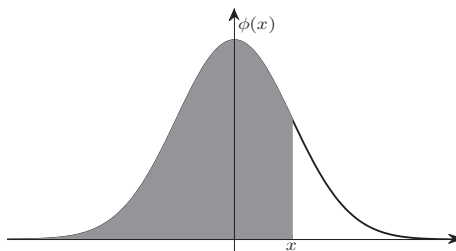
Annexe : Tables des lois statistique

Dans cette section on présente les tables les plus représentatives des lois statistiques les plus usuelles. En effet, cette annexe contient les cinq tables suivantes :

1. Table de la loi normale
2. Table de la loi de Student
3. Table de la loi du *Khi – Deux*
4. Table de la loi de Fisher-Snédecor

Fonction de répartition de la loi normale centrée réduite

(probabilité $\phi(x)$ de trouver une valeur inférieure à x)

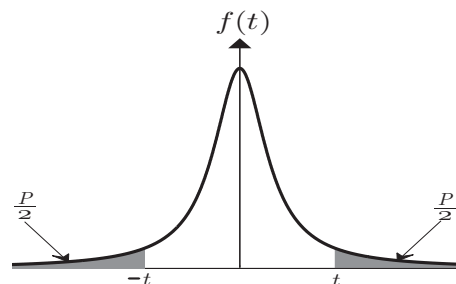


x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.00	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.10	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.20	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.30	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.40	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.50	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.60	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.70	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.80	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.90	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.00	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.10	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.20	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.30	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.40	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.50	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.60	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.70	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.80	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.90	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.00	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.10	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.20	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.30	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.40	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.50	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.60	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.70	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.80	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.90	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3.00	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900
3.10	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.20	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.30	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.40	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.50	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.60	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.70	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992	0.99992
3.80	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.90	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997

Table de la loi de Student

Valeurs de T ayant la probabilité P d'être dépassées en valeur absolue

fournit les quantiles t tels que
 $P(|T| \geq t) = p$ pour $t \rightsquigarrow t_n$

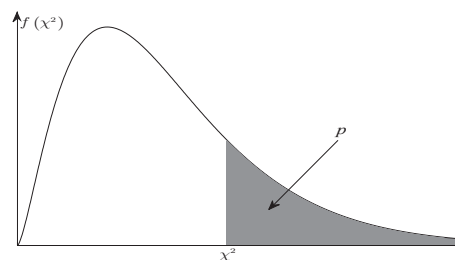


$n \backslash p$	0.90	0.80	0.70	0.60	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01
1	0.158	0.325	0.510	0.727	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66
2	0.142	0.289	0.445	0.617	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.137	0.277	0.424	0.584	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	0.134	0.271	0.414	0.569	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.132	0.267	0.408	0.559	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.131	0.265	0.404	0.553	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.130	0.263	0.402	0.549	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.130	0.262	0.399	0.546	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	0.129	0.261	0.398	0.543	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.129	0.260	0.397	0.542	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.129	0.260	0.396	0.540	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.128	0.260	0.395	0.539	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	0.128	0.259	0.394	0.538	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.128	0.258	0.393	0.537	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	0.128	0.258	0.393	0.536	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	0.128	0.258	0.392	0.535	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.128	0.257	0.392	0.534	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.127	0.257	0.392	0.534	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.127	0.257	0.391	0.533	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.127	0.257	0.391	0.533	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.127	0.257	0.391	0.532	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.127	0.256	0.390	0.532	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.127	0.256	0.390	0.532	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.127	0.256	0.390	0.531	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.127	0.256	0.390	0.531	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	0.127	0.256	0.390	0.531	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	0.127	0.256	0.389	0.531	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
∞	0.126	0.253	0.385	0.524	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

- n est le nombre de degrés de liberté.
- Le quantile d'ordre $1 - \frac{\alpha}{2}$ se lit dans la colonne $P = \alpha$.
- Le quantile d'ordre $1 - \alpha$ se lit dans la colonne $P = 2\alpha$.

Table de la loi du *Khi – Deux*
Valeurs de χ^2 ayant la probabilité P d'être dépassées

fournit les quantiles χ^2 tels que
 $P(X \geq \chi^2) = p$ pour $X \rightsquigarrow \chi_n^2$

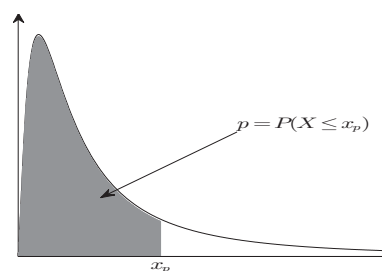


$n \backslash p$	0.995	0.99	0.975	0.95	0.9	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005
1	0.00004	0.0002	0.001	0.0039	0.0158	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.833	15.086	16.750
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.042	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.601	5.229	6.262	7.261	8.547	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.408	7.564	8.672	10.085	24.769	27.587	30.191	33.409	35.718
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.865	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.844	7.633	8.907	10.117	11.651	27.204	30.144	32.852	36.191	38.582
20	7.434	8.260	9.591	10.851	12.443	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.034	8.897	10.283	11.591	13.240	29.615	32.671	35.479	38.932	41.401
22	8.643	9.542	10.982	12.338	14.041	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	10.196	11.689	13.091	14.848	32.007	35.172	38.076	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	15.659	33.196	36.415	39.364	42.980	45.559
25	10.520	11.524	13.120	14.611	16.473	34.382	37.652	40.646	44.314	46.928
26	11.160	12.198	13.844	15.379	17.292	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.808	12.879	14.573	16.151	18.114	36.741	40.113	43.195	46.963	49.645
28	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.121	14.256	16.047	17.708	19.768	39.087	42.557	45.722	49.588	52.336
30	13.787	14.953	16.791	18.493	20.599	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672

- n est le nombre de degrés de liberté.
- Pour $n > 30$, on peut admettre que la quantité $\sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2n-1}$ suit la loi normale centrée réduite.

Tables des quantiles de la *v.a.* de Fisher-Snédecor

fournit les quantiles x_p tels que
 $P(X \leq x_p) = p$ pour $X \rightsquigarrow F_{(n_1; n_2)}$



$$P(X \leq x_p) = 0.95$$

$n_2 \backslash n_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	50	∞
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	246	248	250	252	254
2	18.5	19.0	19.2	19.3	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5
3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.70	8.66	8.62	8.58	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.86	5.80	5.75	5.70	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.62	4.56	4.50	4.44	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	3.94	3.87	3.81	3.75	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.51	3.44	3.38	3.32	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.22	3.15	3.08	3.02	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.01	2.94	2.86	2.80	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.85	2.77	2.70	2.64	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.72	2.65	2.57	2.51	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.62	2.54	2.47	2.40	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.53	2.46	2.38	2.31	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.46	2.39	2.31	2.24	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.40	2.33	2.25	2.18	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.35	2.28	2.19	2.12	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.31	2.23	2.15	2.08	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.27	2.19	2.11	2.04	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.23	2.16	2.07	2.00	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.20	2.12	2.04	1.97	1.84
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.09	2.01	1.92	1.84	1.71
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.01	1.93	1.84	1.76	1.62
35	4.12	3.27	2.87	2.64	2.49	2.37	2.29	2.22	2.16	2.11	1.96	1.88	1.79	1.70	1.56
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	1.92	1.84	1.74	1.66	1.51
45	4.06	3.20	2.81	2.58	2.42	2.31	2.22	2.15	2.10	2.05	1.89	1.81	1.71	1.63	1.47
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03	1.87	1.78	1.69	1.60	1.44
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.84	1.75	1.65	1.56	1.39
70	3.98	3.13	2.74	2.50	2.35	2.23	2.14	2.07	2.02	1.97	1.81	1.72	1.62	1.53	1.35
80	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.21	2.13	2.06	2.00	1.95	1.79	1.70	1.60	1.51	1.32
90	3.95	3.10	2.71	2.47	2.32	2.20	2.11	2.04	1.99	1.94	1.78	1.69	1.59	1.49	1.30
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	1.93	1.77	1.68	1.57	1.48	1.28
150	3.90	3.06	2.66	2.43	2.27	2.16	2.07	2.00	1.94	1.89	1.73	1.64	1.54	1.44	1.22
200	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	1.88	1.72	1.62	1.52	1.41	1.19
∞	3.75	2.97	2.59	2.36	2.21	2.09	2.01	1.94	1.88	1.83	1.67	1.57	1.46	1.35	1.00

Tables des quantiles de la *v.a.* de Fisher (suite)

$$P(X \leq x_p) = 0.975$$

$n_2 \backslash n_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	50	∞
1	648	800	864	900	922	937	948	957	963	969	985	993	1001	1008	1018
2	38.5	39.0	39.2	39.2	39.3	39.3	39.4	39.4	39.4	39.4	39.4	39.4	39.5	39.5	39.5
3	17.4	16.0	15.4	15.1	14.9	14.7	14.6	14.5	14.5	14.4	14.3	14.2	14.1	14.0	13.9
4	12.2	10.6	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90	8.84	8.66	8.56	8.46	8.38	8.26
5	10.0	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68	6.62	6.43	6.33	6.23	6.14	6.02
6	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52	5.46	5.27	5.17	5.07	4.98	4.85
7	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82	4.76	4.57	4.47	4.36	4.28	4.14
8	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36	4.30	4.10	4.00	3.89	3.81	3.67
9	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03	3.96	3.77	3.67	3.56	3.47	3.33
10	6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78	3.72	3.52	3.42	3.31	3.22	3.08
11	6.72	5.26	4.63	4.28	4.04	3.88	3.76	3.66	3.59	3.53	3.33	3.23	3.12	3.03	2.88
12	6.55	5.10	4.47	4.12	3.89	3.73	3.61	3.51	3.44	3.37	3.18	3.07	2.96	2.87	2.72
13	6.41	4.97	4.35	4.00	3.77	3.60	3.48	3.39	3.31	3.25	3.05	2.95	2.84	2.74	2.60
14	6.30	4.86	4.24	3.89	3.66	3.50	3.38	3.29	3.21	3.15	2.95	2.84	2.73	2.64	2.49
15	6.20	4.77	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12	3.06	2.86	2.76	2.64	2.55	2.40
16	6.12	4.69	4.08	3.73	3.50	3.34	3.22	3.12	3.05	2.99	2.79	2.68	2.57	2.47	2.32
17	6.04	4.62	4.01	3.66	3.44	3.28	3.16	3.06	2.98	2.92	2.72	2.62	2.50	2.41	2.25
18	5.98	4.56	3.95	3.61	3.38	3.22	3.10	3.01	2.93	2.87	2.67	2.56	2.44	2.35	2.19
19	5.92	4.51	3.90	3.56	3.33	3.17	3.05	2.96	2.88	2.82	2.62	2.51	2.39	2.30	2.13
20	5.87	4.46	3.86	3.51	3.29	3.13	3.01	2.91	2.84	2.77	2.57	2.46	2.35	2.25	2.09
25	5.69	4.29	3.69	3.35	3.13	2.97	2.85	2.75	2.68	2.61	2.41	2.30	2.18	2.08	1.91
30	5.57	4.18	3.59	3.25	3.03	2.87	2.75	2.65	2.57	2.51	2.31	2.20	2.07	1.97	1.79
35	5.48	4.11	3.52	3.18	2.96	2.80	2.68	2.58	2.50	2.44	2.24	2.12	2.00	1.89	1.70
40	5.42	4.05	3.46	3.13	2.90	2.74	2.62	2.53	2.45	2.39	2.18	2.07	1.94	1.83	1.64
45	5.38	4.01	3.42	3.09	2.86	2.70	2.58	2.49	2.41	2.35	2.14	2.03	1.90	1.79	1.59
50	5.34	3.97	3.39	3.05	2.83	2.67	2.55	2.46	2.38	2.32	2.11	1.99	1.87	1.75	1.55
60	5.29	3.93	3.34	3.01	2.79	2.63	2.51	2.41	2.33	2.27	2.06	1.94	1.82	1.70	1.48
70	5.25	3.89	3.31	2.97	2.75	2.59	2.47	2.38	2.30	2.24	2.03	1.91	1.78	1.66	1.44
80	5.22	3.86	3.28	2.95	2.73	2.57	2.45	2.35	2.28	2.21	2.00	1.88	1.75	1.63	1.40
90	5.20	3.84	3.26	2.93	2.71	2.55	2.43	2.34	2.26	2.19	1.98	1.86	1.73	1.61	1.37
100	5.18	3.83	3.25	2.92	2.70	2.54	2.42	2.32	2.24	2.18	1.97	1.85	1.71	1.59	1.35
150	5.13	3.78	3.20	2.87	2.65	2.49	2.37	2.28	2.20	2.13	1.92	1.80	1.67	1.54	1.27
200	5.10	3.76	3.18	2.85	2.63	2.47	2.35	2.26	2.18	2.11	1.90	1.78	1.64	1.51	1.23
∞	4.93	3.67	3.11	2.78	2.56	2.41	2.29	2.19	2.11	2.05	1.83	1.71	1.57	1.43	1.00

$$P(X \leq x_p) = 0.99$$

$n_2 \backslash n_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	50	∞
1	4052	5000	5403	5625	5764	5859	5982	6022	6056	6157	6209	6261	6303	6334	6366
2	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5	99.5
3	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3	27.2	26.9	26.7	26.5	26.4	26.1
4	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7	14.5	14.2	14.0	13.8	13.7	13.5
5	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.1	9.72	9.55	9.38	9.24	9.02
6	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.56	7.40	7.23	7.09	6.88
7	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.31	6.16	5.99	5.86	5.65
8	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.52	5.36	5.20	5.07	4.86
9	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	4.96	4.81	4.65	4.52	4.31
10	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.56	4.41	4.25	4.12	3.91
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.25	4.10	3.94	3.81	3.60
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.01	3.86	3.70	3.57	3.36
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.82	3.66	3.51	3.38	3.17
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.70	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.66	3.51	3.35	3.22	3.00
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.52	3.37	3.21	3.08	2.87
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.41	3.26	3.10	2.97	2.75
17	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.31	3.16	3.00	2.87	2.65
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.23	3.08	2.92	2.78	2.57
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.15	3.00	2.84	2.71	2.49
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.09	2.94	2.78	2.64	2.42
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	2.85	2.70	2.54	2.40	2.17
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.70	2.55	2.39	2.25	2.01
35	7.42	5.27	4.40	3.91	3.59	3.37	3.20	3.07	2.96	2.88	2.60	2.44	2.28	2.14	1.89
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.52	2.37	2.20	2.06	1.80
45	7.23	5.11	4.25	3.77	3.45	3.23	3.07	2.94	2.83	2.74	2.46	2.31	2.14	2.00	1.74
50	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89	2.79	2.70	2.42	2.27	2.10	1.95	1.68
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.35	2.20	2.03	1.88	1.60
70	7.01	4.92	4.07	3.60	3.29	3.07	2.91	2.78	2.67	2.59	2.31	2.15	1.98	1.83	1.54
80	6.96	4.88	4.04	3.56	3.26	3.04	2.87	2.74	2.64	2.55	2.27	2.12	1.94	1.79	1.49
90	6.93	4.85	4.01	3.54	3.23	3.01	2.84	2.72	2.61	2.52	2.24	2.09	1.92	1.76	1.46
100	6.90	4.82	3.98	3.5											