13/09/2015

physique3.2014@yahoo.fr

المقرر لفيزياء 03

الجزء الأول: الإهتزازات.

اهتزازات حرة (غياب قوة إثارة خارجية)

* غير متخامدة (إحتكاك مهمل)
* متخامدة (وجود الإحتكاك)

اهتزازات قسرية (وجود قوة إثارة خارجية)

- ذات درجة حرية واحدة.
- متعددة درجات الحرية.

الجزء الثاني: الأمواج الميكانيكية.

- العرضية (الخواص)

انتشار.

(حركة المادة)

- الطولية (أمواج المرونة)

انتشار.

(حركة المادة)

مراجع:

- المكتبة المركزية:

1- الإهتزازات "هشام جبر"
ق8\141
cours + exercices.

2- سلسلة شوم = الإهتزازات الميكانيكية ع19\14
series schum.

3- vibrations et ondes 3V (c, ex, TP)
Benslaoud Med

4- الميكانيك الكلاسيكي "ج2" عبد الله موسى.

5- ق8\253

6- T8 /5297

7- ق8/824

8- T8 /2060

9- T4 /1771

Internet:
Djelouah: Cours et ex.

le 20/03/2015

مراجعة عامة :

1/ فيزياء :

$$\begin{cases}\sum \vec{F_i} = \vec{0} \\ \sum \vec{M}(\vec{F_i}) = \vec{0}\end{cases}$$ حالة توازن

$$\begin{cases}\sum \vec{F_i} = m\vec{\gamma} \\ \sum \vec{M}(\vec{F_i}) = J\,\ddot{\vec{\theta}}\end{cases}$$ حالة حركة

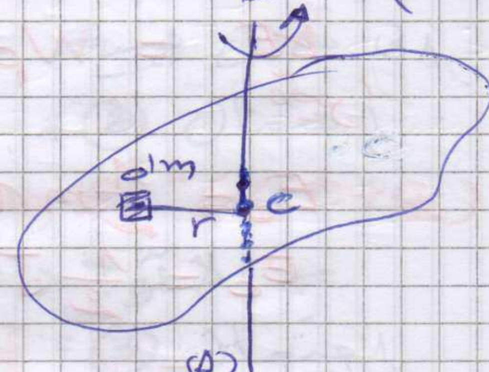
J: moment d'inertie

Moment d'inertie : J

c: مركز الثقل

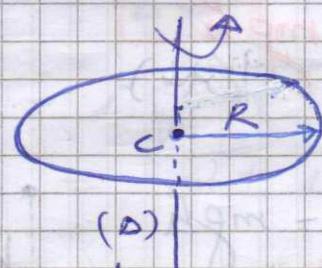
أ/ جسم كيفي

$$J = J_{/\Delta} = J_{/c} = \int r^2\,dm$$



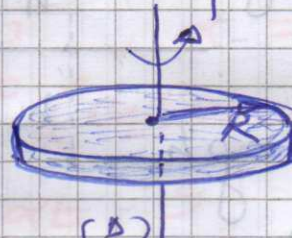
ب/ حلقة :

$$J = J_{/\Delta} = J_{/c} = mR^2$$



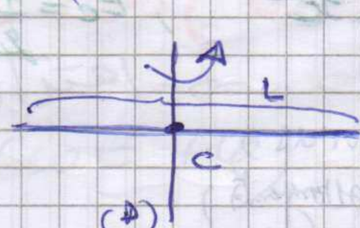
ج/ اسطوانة :

$$J = J_{/\Delta} = J_{/c} = \frac{1}{2} m R^2$$



د/ ساق :

$$J = J_{/\Delta} = J_{/c} = \frac{1}{12} m L^2$$



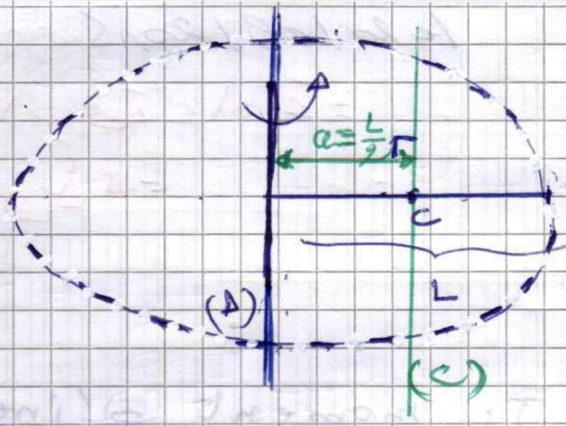
نظرية هويقنز : عندما (في حالة) الساق يكون في حالة دوران حول حافة المحور (Δ)

$$J_{/\Delta} = J_{/c} + ma^2$$ J= moment d'inertie

J : عزم العطالة بالنسبة للمحور المار من مركز ثقل الجسم

a = البعد العمودي بين المحورين (Δ) و (C) المتوازيين

مثال :



$$J = J_{\Delta} = J_c + ma^2$$
$$= \frac{1}{12} mL^2 + m\left(\frac{1}{2}L\right)^2 = \frac{1}{3} mL^2$$

الطاقة : $E = E_c + E_p$

حركية كامنة

الطاقة الحركية : E_c $\Delta E_c = W(F_{int} + F_{ext})$

الطاقة الميكانيكية : $E_m =$ $\Delta E = W_{F_{ext}}$

(تغير)

$E_c = \frac{1}{2} m v^2$: انسحاب

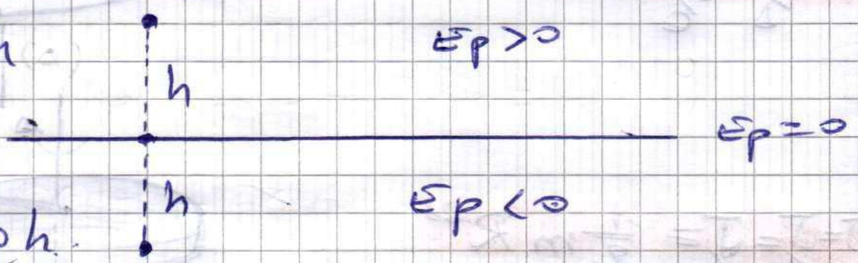
$E_c = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2$: دوران

الطاقة الكامنة : $E_p = mgh$

(ممكن أن تكون موجبة أو سالبة)

$E_p = mgh$

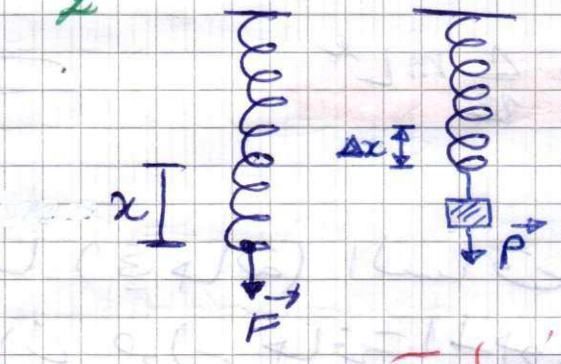
$E_p = -mgh$



نابض : $E_p = \frac{1}{2} k x^2$, $E_c = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$

$F = kx$

$K = \frac{P}{\Delta x}$ (Poids) (Allongement)



رياضيات :

معادلات تفاضلية من رتبة 2 :

1- متجانسة : $\ddot{x}(t) + p\dot{x}(t) + qx(t) = 0$

p, q عددين حقيقيين

المعادلة المميزة : $r^2 + pr^1 + qr^0$

$$r^2 + pr + q = 0$$

حل المعادلة المميزة : $\Delta = p^2 - 4q$

هناك 3 احتمالات :

احتمال ①: $\boxed{\Delta>0}$ ⟸ جذران حقيقيان : r_1 و r_2

$$\Rightarrow x(t) = c_1 e^{r_1 t} + c_2 e^{r_2 t}$$ ⟸ (لا توجد اهتزازات) لأنها أسية وليست جيبية

ملاحظة : عندما نشير إلى أن r_1 و r_2 ليسا حقيقيين بل تخيليين ففي هذه الحالة تكون هناك اهتزازات (لأن r_1 و r_2 يمكن تحويلهما إلى دوال جيبية sin و cos)

احتمال ②: $\boxed{\Delta=0}$ ⟸ جذر حقيقي مضاعف

$r_1 = r_2 = -\frac{p}{2}$ $\quad$ $x(t) = e^{rt}(c_1 t + c_2)$

⟸ لا توجد اهتزازات.

احتمال ③: $\boxed{\Delta<0}$ ⟸ جذرين مركبين

$$\Delta = p^2 - 4q < 0 \; ; \; \sqrt{\Delta} = i\sqrt{|p^2-4q|}$$

$$r_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm i\frac{\sqrt{|\Delta|}}{2} = \alpha \pm i\omega$$

$$r_{1,2} = \alpha \pm i\omega \; , \; \alpha = -\frac{p}{2} \text{ et } \omega = \frac{\sqrt{|\Delta|}}{2}$$

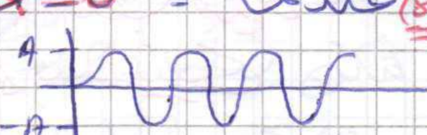
$$\Rightarrow x(t) = e^{\alpha t}(c_1 \cos\omega t + c_2 \sin\omega t)$$

أو

$$x(t) = Ae^{\alpha t}\cos(\omega t + \varphi)$$

(i) عندما : $\alpha = 0$ ⟸ اهتزازات بأتم معنى الكلمة

$\Rightarrow x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$



c_1 و c_2 : ثابتان تحددان من الشروط الابتدائية

$x(0) = ?$ (الموضع الابتدائي)

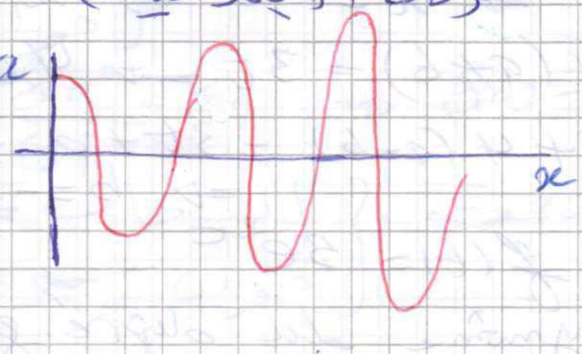
$\dot{x}(0) = ?$ (السرعة الابتدائية)

(ii): $\alpha \neq 0$

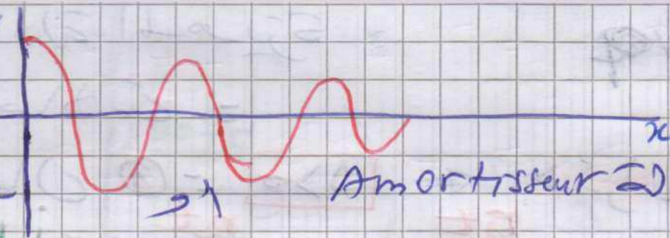
a/ $\alpha > 0$:

ملاحظة :

(سعة متزايدة)



b/ $\alpha<0$



(حركة متناقصة)

(Résistance و نجدها في جملة Amortisseur)

Le 27/09/2015

المعادلة التفاضلية من الدرجة 2 غير المتجانسة:

(الطرف الثاني $\neq 0$)

شكلها: $\ddot{x}(t)+p\dot{x}(t)+qx(t)=f(t)$

الحل = مجموع حلين = $x(t)=x_G+x_p$

x_G = حل المعادلة المتجانسة: ($x_G=x_h=$ sol. homog)

= الحل العام (المتجانس)

x_p = الحل الخاص ويتعلق بالطرف الثاني.

$x(t)=x_p+x_G \Rightarrow \dot{x}(t)=\dot{x}_p+\dot{x}_G \Rightarrow$

$\ddot{x}(t)=\ddot{x}_p+\ddot{x}_G \Rightarrow \ddot{x}_p+\ddot{x}_G+p(\dot{x}_p+\dot{x}_G)+q(x_p+x_G)$

$=f(t)$ وذلك بالتعويض.

$$\Rightarrow \underbrace{(\ddot{x}_G+p\dot{x}_G+qx_G)}_{0}+\ddot{x}_p+p\dot{x}_p+qx_p=f(t)$$

$$x(t)=x_G(t)+x_p(t)$$

إيجاد x_p = نختار x_p من شكل الطرف الثاني $f(t)$

ثم نعوض في المعادلة التفاضلية لإيجاد الثوابت.

ثوابت x_p ⇐ بالتعويض في المعادلة التفاضلية.

〃 x_G ⇐ من الشرطين الابتدائيين.

مثال: $\ddot{x}(t)+4\dot{x}(t)+4x=3t=f(t)$

نختار x_p من شكل $f(t)$ ⇐ كثير حدود من الدرجة 1.

$x_p=at+b \Rightarrow \dot{x}=a \Rightarrow \ddot{x}=0$

$\Rightarrow 0+4a+4(a+b)=3t \Rightarrow 4at+4(a+b)=3t+0$

$\Rightarrow 4at+4(a+b)=3t+0 \Rightarrow a=\frac{3}{4},\ a=-b$

$\Rightarrow b=-\frac{3}{4}$

مثال: $f(t)=5e^{2t}$

5 = polynôme du degré zéro.

$\Rightarrow x_p = a e^{2t}$

حالات خاصة: إذا كانت $\Delta < 0$

$f(t) = e^{\alpha t}(S_m(t) \cos \omega t + T_n(t) \sin \omega t)$

$S_m(t)$ و $T_n(t)$ = كثير حدود من الدرجة m و n على الترتيب.

اختيار شكل x_p يتعلق بـ: α و ω.

1a) $\alpha \pm i\omega$ ليست جذر المعادلة المميزة $\Leftarrow$

نختار x_p من شكل $f(t)$ تماما وبالتالي:

$x_p = e^{\alpha t}(P_M(t) \cos \omega t + Q_M(t) \sin \omega t)$

$M = MAX(m, n)$

1b) $\alpha \pm i\omega$ جذر المعادلة المميزة:

$x_p = t e^{\alpha t}(P_M \cos \omega t + Q_M \sin \omega t)$

1c) α جذر مضاعف المعادلة المميزة، و $(\omega = 0)$

$f(t) = e^{\alpha t} S_m(t)$

$x_p = t^2 e^{\alpha t} S_m(t)$

Relations de Lagrange علاقات لاغرانج

بغرض تسهيل العمليات الحسابية وخاصة في الجمل المعقدة (متعددة درجات الحرية) واستعمال الطاقات السلمية فقط، وضع Lagrange علاقات تسمى بعلاقات لاغرانج.

لتكن لدينا جملة في حالة حركة:

العمل العنصري: $\delta \omega$

$\delta \omega = \vec{F} \cdot \delta \vec{r} = \vec{F} \cdot \delta \vec{r} \cdot \frac{\delta q}{\delta q}$

q = إحداثيات معممة $\left\{ \begin{array}{l} \text{انسحاب: } x, y, z \\ \text{دوران: } \theta, \varphi \end{array} \right.$

$\delta \omega = \vec{F} \cdot \frac{\delta \vec{r}}{\delta q} \cdot \delta q \rightarrow \delta \omega = F_q \cdot \delta q$, $F_q = \vec{F} \frac{\delta \vec{r}}{\delta q}$

F_q = قوة معممة $\left\{ \begin{array}{l} \text{انسحاب} \Leftarrow \text{قوة.} \\ \text{دوران} \Leftarrow \text{عزم القوة.} \end{array} \right.$

$$F_q = \vec{F} \cdot \frac{\delta \vec{r}}{\delta q} \quad : \quad \vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\delta \omega = m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \frac{\delta \vec{r}}{\delta q} \cancel{dq} = F_q \cdot \delta_q$$

$$F_q = \frac{\delta \omega}{\delta q} \text{ - - - - (après plsrs transf}^{\text{tions}}\text{)}$$

$$F_q = \frac{d}{dt}\left(\frac{\delta}{\delta \dot{q}} \underbrace{\left(\frac{1}{2} m v^2\right)}_{E_c}\right) - \frac{\delta}{\delta q} \underbrace{\left(\frac{1}{2} m v^2\right)}_{E_c}$$

انسحاب = سرعة انسحابية
دوران = سرعة زاوية
سرعة معممة = $\dot{q} = \dfrac{\delta q}{\delta t}$

$$F_q = \frac{d}{dt}\left(\frac{\delta E_c}{\delta \dot{q}}\right) - \frac{\partial E_c}{\delta q}$$

طاقة حركية = $E_c = \frac{1}{2} m v^2$

$$F_q = F_{q_{int}} + F_{q_{ext}}$$

قوة داخلية = قوة مشتقة من كمون ⇐ تُشتق

الطاقة الكامنة بالنسبة للإحداثي المعمم q ⇐

$$F_{q_{int}} = -\frac{\partial E_p}{\partial q}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\delta E_c}{\delta \dot{q}}\right) - \frac{\delta E_c}{\delta q} + \frac{\delta E_p}{\delta q} = F_{q_{ext}}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\delta E_c - 0}{\delta \dot{q}}\right) - \left[\frac{\delta (E_c - E_p)}{\delta q}\right] = F_{q_{ext}}$$

$$\frac{\delta E_p}{\delta \dot{q}} = 0$$

E_p = ✗ تتعلق بالسرعة

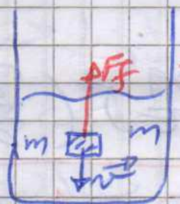
$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \overbrace{(E_c - E_p)}^{L}}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial \overbrace{(E_c - E_p)}^{L}}{\partial q} = F_{q_{ext}}$$

$L = E_c - E_p = T - U =$ دالة لاغرنج

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} = F_{q_{ext}}$$

le 07/10/2015

إذا كانت القوة الخارجية تحتوي على قوة لزوجة



$\vec{F_f}$ ناتجة عن حركة الكتلة في المائع.

$\vec{F_f}$ قوة معيقة (معاكسة للحركة)

$$\vec{F_f} = -\alpha \vec{v}$$

α = معامل لزوجة المائع.

$$F_q = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dq} \Rightarrow F_{q_f} = -\alpha \vec{v} \cdot \frac{d\vec{r}}{dq}$$

$$= -\alpha \frac{d\vec{r}}{dt} \cdot \frac{d\vec{r}}{dq} \times \frac{dq}{dq} = -\alpha \frac{d\vec{r}}{dq} \cdot \frac{d\vec{r}}{dq} \cdot \frac{dq}{dt}$$

$$= -\alpha \left(\frac{d\vec{r}}{dq}\right)^2 \cdot \dot{q} \Rightarrow F_{q_f} = -\alpha \dot{q} \left(\frac{d\vec{r}}{dq}\right)^2$$

$$\Rightarrow F_{q_{ext}} = \underbrace{F_{q_f}}_{\text{لزوجية}} + Q_q (\text{قوة خارجية})$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} = F_{q_f} + Q_q$$

قوة معيقة للحركة ⟸ بسبب ضياع الطاقة.

الطاقة الضائعة = عمل القوة المعيقة.

$$dW = F_{q_f} \cdot dq$$

الإستطاعة الضائعة:

$$P = \frac{dW}{dt} = F_{q_f} \cdot \frac{dq}{dt} = F_{q_f} \cdot \dot{q} \quad , \quad P = F_{q_f} \cdot \dot{q}$$

تعريف دالة التبدد: D.

D = نصف الإستطاعة الضائعة:

$$D = \frac{1}{2}|P| = \frac{1}{2}\alpha \dot{q}\left(\frac{d\vec{r}}{dq}\right)^2 \cdot \dot{q} \Rightarrow D = \frac{1}{2}\alpha \dot{q}^2 \left(\frac{d\vec{r}}{dq}\right)^2$$

نلاحظ:

$$\frac{dD}{d\dot{q}} = \alpha \dot{q}\left(\frac{d\vec{r}}{dq}\right)^2 = -F_{f_q}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} = -\frac{\partial D}{\partial \dot{q}} + Q_q$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}} = Q_q}$$

معادلة لاغرانج

+ إذا كانت الجملة متعددة درجات الحرية نتحصل على مجموعة معادلات = عدد درجات الحرية.

$$\boxed{\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = Q_{q_i}}$$

$i = 1, \dots, n$ n = عدد درجات الحرية

$$\boxed{L = E_c - E_p}$$

$$D = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \dot{q}_i^2 \left(\frac{\partial \vec{r}}{\partial q_i}\right)^2 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \left(\frac{\partial q}{\partial t}\right)^2 \left(\frac{\partial \vec{r}}{\partial q}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \left(\frac{\partial \vec{r}}{\partial t} \cdot \frac{\partial q_i}{\partial q_i}\right)^2 \rightarrow \boxed{D = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \alpha_i v_i^2}$$

v_i = السرعة التي تخضع لها الجسم عند اللزوجة α_i

$$\boxed{\begin{aligned} L &= E_c - E_p \\ E_c &= \sum_{i=1}^{n}\Big(\underbrace{\tfrac{1}{2} m_i v_i^2}_{\text{انسحاب}} + \underbrace{\tfrac{1}{2} J_i \dot{\theta}_i^2}_{\text{دوران}}\Big) \\ E_p &= \sum_{i=1}^{n}\Big(\underbrace{\tfrac{1}{2} K_i x_i^2}_{\text{مرونة}} + \underbrace{m_i g x_i}_{\text{ثقالة}}\Big) \end{aligned}}$$

ملاحظة:

القوى الداخلية والتي تستمد مشتقة من كمون لا تؤثر على الطاقة الميكانيكية الكلية للجملة. مثل $\vec{P}$ ثقل — $\vec{T}$ (قوة مرونة النوابض)

وتسمى أيضا بالقوى الغير Forces Conservatrices

$$dE = \sum W_{forces\,(N.C)}$$

forces (N.C) = forces (non Conservatrices)

Si $f(N.C)$ n'existe pas ou negligeables $\Rightarrow W_{f(N.C)} = 0$

$\Rightarrow dE = 0 \rightarrow E = cte \rightarrow$ Système isolé.