حل تمارين السلسلـــة رقـــم: 05

- **حل التمرين الأول:**

1- إيجاد معادلة الاتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى:

- **الطريقة الأولى:**

السنة	y	X	$x_i y_i$	x_i^2
2018	300 000	1	300 000	1
2019	320 000	2	640 000	4
2020	420 000	3	1 260 000	9
2021	450 000	4	1 800 000	16
2022	470 000	5	2 350 000	25
2023	500 000	6	3 000 000	36
المجموع	2 460 000	21	9 350 000	**91**

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{21}{6} = 3,5 \qquad \overline{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{2\,460\,000}{6} = 410\,000$$

$$\mathbf{a} = \frac{\sum x_i y_i - n\,\overline{x}\,\overline{y}}{\sum xi^2 - n\,\overline{x}^2} = \frac{\sum xi\,yi - \overline{y}\sum xi}{\sum xi^2 - n\,\overline{x}^2}$$

$$= \frac{9\,350\,000 - 6\,(3,5)\,(410\,000)}{91 - 6\,(3,5)(3.5)} = \frac{9\,350\,000 - 8\,610\,000}{17,5} = \frac{740\,000}{17,5}$$

a = 42 285,7142

$b = \overline{y} - a\,\overline{x} = 410\,000 - (42\,285,71 \times 3,5) = 410\,000 - 148\,000$

b = 262 000

$$Y = 42\,285,7142\,X + 262\,000$$

- **حساب رقم الأعمال المتوقع لسنة 2024.**

سنة 2024 توافق $x = 7$ نعوض في معادلة الاتجاه العام نجد:

$$Y_{2024} = 42\,285,7142\ (7) + 262\,000$$
$$= 296\,000 + 262\,000$$
$$= 558\,000\ da$$

- **الطريقة الثانية:**

X_i^2	$X_i \ Y_i$	$Yi = (y-\bar{y})$	$Xi=(x-\bar{x})$	x	y	السنة
6,25	275 000	-110 000	-2,5	1	300 000	**2018**
2,25	135 000	-90 000	-1,5	2	320 000	**2019**
0,25	-5 000	10 000	-0,5	3	420 000	**2020**
0,25	20 000	40 000	0,5	4	450 000	**2021**
2,25	90 000	60 000	1,5	5	470 000	**2022**
6,25	225 000	90 000	2,5	6	500 000	**2023**
17,50	740 000	0	0	21	2 460 000	المجموع

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{21}{6} = 3,5 \qquad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{2\,460\,000}{6} = 410\,000$$

$$\mathbf{a} = \frac{\sum X\,Y}{\sum Xi^2} = \frac{740\,000}{17,5} = 42\,285,7142$$

$$b = \bar{y} - a\,\bar{x} = 410\,000 - (42\,285,7142 \times 3,5) = 410\,000 - 148\,000$$

$$b = 262\,000$$

$$Y = 42\,285,7142\,X + 262\,000$$

- * حساب رقم الأعمال المتوقع لسنة 2024.

سنة 2024 توافق $x = 7$ نعوض في معادلة الاتجاه العام نجد:

$$Y_{2024} = 42\,285,(7)\,7142 + 262\,000$$

$$= 296\,000 + 262\,000$$

$$= 558\,000 \text{ da}$$

- **حل التمرين الثاني:**

1- تحديد معادلة خط الاتجاه العام:

- **حساب المتغيرات لمعادلة خط الاتجاه العام:**

X Y	X^2	Y	X
8	1	8	1
24	4	12	2
54	9	18	3
80	16	20	4
90	25	18	5
120	36	20	6
154	49	22	7
192	64	24	8
722	204	142	36

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{36}{8} = 4,5 \qquad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{142}{8} = 17,75$$

$$a = \frac{\sum x_i y_i - n\,\bar{x}\,\bar{y}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{722 - 8\,(4,5)\,(17,75)}{204 - 8\,(4,5)^2} = \frac{83}{42} = 1,9761$$

a = 1,9761

$$b = \bar{y} - a\,\bar{x} = 17,75 - (1,97 \times 4,5) = 17,75 - 8,865 = 8,885$$

b = 8,885

Y = 1,97 X + 8,885

2- حساب القيم المعدلة:

القيم المعدلة y	معادلة خط الاتجاه العام	X
10,855	1,97 (1) + 8,885	1
12,825	1,97 (2) + 8,885	2
14,795	1,97 (3) + 8,885	3
16,765	1,97 (4) + 8,885	4
18,735	1,97 (5) + 8,885	5
20,705	1,97 (6) + 8,885	6
22,675	1,97 (7) + 8,885	7
24,645	1,97 (8) + 8,885	8

3- حساب المعاملات الموسمية:

المعامل الموسمي = القيمة الفعلية للمبيعات للفصل

القيمة المعدلة للفصل

الموسم (الفصل)	المبيعات (100 000 دج)		القيمة المعدلة		المعامل الموسمي		المتوسط الحسابي
	2022	2023	2022	2023	2022	2023	
1	8	18	10,855	18,735	0,74	0,96	0,85
2	12	20	12,825	20,705	0,94	0,97	0,95
3	18	22	14,795	22,675	1,22	0,97	1,09
4	20	24	16,765	24,645	0,83	1,43	1,13

4- حساب المبيعات الفصلية المتوقعة لسنة 2024:

نقوم بتعويض رتب الفصول لسنة 2024 في معادلة خط الاتجاه العام حيث أن رتبة الفصول لهذه السنة تكون من 9 إلى 12 ومن ثم ضرب النتيجة المحصل عليها في المتوسط الحسابي للمعاملات الموسمية لسنة 2022 و 2023 المحسوبة في الجدول السابق.

الفصل	الرتبة	المبيعات المتوقعة لسنة 2024	المبيعات المتوقعة دج
1	9	$Y_9=(1,97\ (9) + 8,885) \times 0,85 = 22,62275$	2 262 275
2	10	$Y_{10}=(1,97\ (10) + 8,885) \times 0,95 = 27,15575$	2 715 575
3	11	$Y_{11}=(1,97\ (11) + 8,885) \times 1,09 = 33,30495$	3 330 495
4	12	$Y_{12}=(1,97\ (12) + 8,885) \times 1,13 = 36,75325$	3 675 325

- حل التمرين الثالث:

1- حساب المتوسطات المتحركة البسيطة والمركزية:

X	Y	MM	MMC
1	337		
2	264		
3	252	311,50	312,00
4	393	312,50	315,00
5	341	317,50	318,75
6	284	320,00	323,50
7	262	327,00	328,50
8	421	330,00	330,50
9	353	331,00	332,25
10	288	333,50	335,00
11	272	336,50	
12	433		
78	3900	2919,50	2595,50

- تعديل السلسلة بواسطة المتوسطات المتحركة المركزية:

$$Y = MMC_1$$

$$Y = aX + b$$

- قيم X تبدأ من أول متوسط متحرك مركزي والذي يقابل X = 3.
- تحسب a و b بطريقة المربعات الصغرى.

X^2	X x MMC	MMC=Y	X
9	936,00	312,00	3
16	1260,00	315,00	4
25	1593,75	318,75	5
36	1941,00	323,50	6
49	2299,50	328,50	7
64	2644,00	330,50	8
81	2990,25	332,25	9
100	3350,00	335,00	10
380	17014,50	2595,50	52

$$\overline{X} = \frac{\sum xi}{n} = \frac{52}{8} = 6,5 \qquad \overline{y} = \frac{\sum yi}{n} = \frac{2595,50}{8} = 324,4375$$

$$a = \frac{\sum xi\ yi - n\,\overline{x}\,\overline{y}}{\sum xi^2 - n\,\overline{x}^2} = \frac{17\,014,50 - 8\,(6,5)\,(324,4375)}{380 - 8\,(6,5)^2} = \frac{143,75}{42} = 3,42$$

a = 3,42

$b = \overline{y} - a\,\overline{x} = 324,4375 - (3,42 \times 6,5) = 324,4375 - 22,32 = 302,2075$

b = 302,2075

Y = 3,42 X + 302,2075

2- المبيعات المتوقعة للسنة 2024:

الفصل	الرتبة	المبيعات المتوقعة لسنة 2024
1	13	Y_{13} =(3,42 (13) + 302,2075) = 346,6675
2	14	Y_{14} =(3,42 (14) + 302,2075) = 350,0875
3	15	Y_{15} =(3,42 (15) + + 302,2075) = 353,5075
4	16	Y_{16} =(3,42 (16) + 302,2075) = 356,9275

نلاحظ أن حجم المبيعات يزداد بزيادة عدد الفصول وهذا يختلف عن توجه السلسلة من فصل لآخر خلال كل سنة، حيث تشهد المبيعات من الفصل الأول إلى الفصل الثالث انخفاض ثم ترتفع في الفصل الرابع لسنة معينة وتعيد نفس الشيء في السنة الموالية، وعليه يجب أن نجعل المبيعات التنبؤية توافق اتجاه السلسلة الإحصائية الأصلية للمبيعات ويتم ذلك من خلال استخدام معامل التغير الموسمي.

3- حساب معامل التغير الموسمي الفصلي:

$$\text{معامل التغير الموسمي الفصلي } S_i = \frac{\text{المبيعات الفعلية للفصل}(Y_i)}{\text{المتوسط المتحرك المركزي}(MMC_i)}$$

الحساب يبدأ من القيمة الثالثة للمبيعات وما يقابلها من متوسط متحرك مركزي.

نستعمل المعادلة الخطية المستخرجة من المتوسطات المتحركة المركزية في التنبؤ ونضرب القيم المتحصل عليها في متوسط معامل التغير الموسمي.

S_i	MMC_i	Y_i	X_i
0,808	312,00	252	3
1,248	315,00	393	4
1,070	318,75	341	5
0,878	323,50	284	6
0,798	328,50	262	7
1,274	330,50	421	8
1,062	332,25	353	9
0,860	335,00	288	10
	2595,50	2594	52

- **حساب متوسط المعامل الموسمي:**

	الفصل 1	الفصل 2	الفصل 3	الفصل 4
2021			0,808	1,248
2022	1,070	0,878	0,798	1,274
2023	1,062	0,860		
2024	1,066	0,869	0,803	1,261

4- المبيعات المتوقعة لسنة 2024 بوجود المعاملات الموسمية:

معادلة الاتجاه العام:

$$Y = 3{,}42\ X + 302{,}2075$$

الفصل	الرتبة	المبيعات المتوقعة لسنة 2024	متوسط المعاملات الموسمية $\overline{S}$	المبيعات المتوقعة بوجود معاملات موسمية لسنة 2024
1	13	$Y_{13} = (3{,}42\ (13) + 302{,}2075) = 346{,}6675$	1,066	369,547555
2	14	$Y_{14} = (3{,}42\ (14) + 302{,}2075) = 350{,}0875$	0,869	304,2260375
3	15	$Y_{15} = (3{,}42\ (15) + 302{,}2075) = 353{,}5075$	0,803	283,8665225
4	16	$Y_{16} = (3{,}42\ (16) + 302{,}2075) = 356{,}9275$	1,261	450,0855775