

حل تمارين السلسلة رقم: 05

• حل التمرين الأول:

1- إيجاد معادلة الاتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى:

• الطريقة الأولى:

السنة	y	X	x y	x_i^2
2018	300 000	1	300 000	1
2019	320 000	2	640 000	4
2020	420 000	3	1 260 000	9
2021	450 000	4	1 800 000	16
2022	470 000	5	2 350 000	25
2023	500 000	6	3 000 000	36
المجموع	2 460 000	21	9 350 000	91

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{21}{6} = 3,5 \quad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{2\,460\,000}{6} = 410\,000$$

$$a = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{\sum x_i y_i - \bar{y} \sum x_i}{\sum x_i^2 - n \bar{x}^2}$$

$$= \frac{9\,350\,000 - 6(3,5)(410\,000)}{91 - 6(3,5)(3,5)} = \frac{9\,350\,000 - 8\,610\,000}{17,5} = \frac{740\,000}{17,5}$$

$$a = 42\,285,7142$$

$$b = \bar{y} - a \bar{x} = 410\,000 - (42\,285,71 \times 3,5) = 410\,000 - 148\,000$$

$$b = 262\,000$$

$$Y = 42\,285,7142 X + 262\,000$$

• حساب رقم الأعمال المتوقع لسنة 2024.

سنة 2024 توافق $x = 7$ نعوض في معادلة الاتجاه العام نجد:

$$Y_{2024} = 42\,285,7142 (7) + 262\,000$$

$$= 296\,000 + 262\,000$$

$$= 558\,000 \text{ da}$$

• الطريقة الثانية:

X_i^2	$X_i Y_i$	$Y_i = (y - \bar{y})$	$X_i = (x - \bar{x})$	x	y	السنة
6,25	275 000	-110 000	-2,5	1	300 000	2018
2,25	135 000	-90 000	-1,5	2	320 000	2019
0,25	-5 000	10 000	-0,5	3	420 000	2020
0,25	20 000	40 000	0,5	4	450 000	2021
2,25	90 000	60 000	1,5	5	470 000	2022
6,25	225 000	90 000	2,5	6	500 000	2023
17,50	740 000	0	0	21	2 460 000	المجموع

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{21}{6} = 3,5 \quad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{2\,460\,000}{6} = 410\,000$$

$$a = \frac{\sum X_i Y_i}{\sum X_i^2} = \frac{740\,000}{17,5} = 42\,285,7142$$

$$b = \bar{y} - a \bar{x} = 410\,000 - (42\,285,7142 \times 3,5) = 410\,000 - 148\,000$$

$$b = 262\,000$$

$$Y = 42\,285,7142 X + 262\,000$$

- * حساب رقم الأعمال المتوقع لسنة 2024.

سنة 2024 توافق $x = 7$ نعوض في معادلة الاتجاه العام نجد:

$$Y_{2024} = 42\,285,7142 \times 7 + 262\,000$$

$$= 296\,000 + 262\,000$$

$$= 558\,000 \text{ da}$$

• حل التمرين الثاني:

1- تحديد معادلة خط الاتجاه العام:

• حساب المتغيرات لمعادلة خط الاتجاه العام:

X	Y	X ²	XY
1	8	1	8
2	12	4	24
3	18	9	54
4	20	16	80
5	18	25	90
6	20	36	120
7	22	49	154
8	24	64	192
36	142	204	722

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{36}{8} = 4,5 \quad \bar{Y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{142}{8} = 17,75$$

$$a = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{722 - 8 (4,5) (17,75)}{204 - 8 (4,5)^2} = \frac{83}{42} = 1,9761$$

$$a = 1,9761$$

$$b = \bar{y} - a \bar{x} = 17,75 - (1,97 \times 4,5) = 11 - 7,47 = 8,885$$

$$b = 8,885$$

$$Y = 1,97 X + 8,885$$

2- حساب القيم المعدلة:

X	معادلة خط الاتجاه العام	القيم المعدلة y
1	1,97 (1) + 8,885	10,855
2	1,97 (2) + 8,885	12,825
3	1,97 (3) + 8,885	14,795
4	1,97 (4) + 8,885	16,765
5	1,97 (5) + 8,885	18,735
6	1,97 (6) + 8,885	20,705
7	1,97 (7) + 8,885	22,675
8	1,97 (8) + 8,885	24,645

3- حساب المعاملات الموسمية:

المعامل الموسمي = القيمة الفعلية للمبيعات للفصل

القيمة المعدلة للفصل

الموسم (الفصل)	المبيعات (100 000 دج)		القيمة المعدلة		المعامل الموسمي		المتوسط الحسابي
	2023	2022	2023	2022	2023	2022	
1	8	18	10,855	18,735	0,74	0,96	0,85
2	12	20	12,825	20,705	0,94	0,97	0,95
3	18	22	14,795	22,675	1,22	0,97	1,09
4	20	24	16,765	24,645	0,83	1,43	1,13

4- حساب المبيعات الفصلية المتوقعة لسنة 2024:

نقوم بتعويض رتب الفصول لسنة 2024 في معادلة خط الاتجاه العام حيث أن رتبة الفصول لهذه السنة تكون من 9 إلى 12 ومن ثم ضرب النتيجة المحصل عليها في المتوسط الحسابي للمعاملات الموسمية لسنة 2022 و 2023 المحسوبة في الجدول السابق.

الفصل	الرتبة	المبيعات المتوقعة لسنة 2024	المبيعات المتوقعة دج
1	9	$Y_9 = (1,97 (9) + 8,885) \times 0,85 = 22,62275$	2 262 275
2	10	$Y_{10} = (1,97 (10) + 8,885) \times 0,95 = 27,15575$	2 715 575
3	11	$Y_{11} = (1,97 (11) + 8,885) \times 1,09 = 33,30495$	3 330 495
4	12	$Y_{12} = (1,97 (12) + 8,885) \times 1,13 = 36,75325$	3 675 325

• حل التمرين الثالث:

1- حساب المتوسطات المتحركة البسيطة والمركزة:

MMC	MM	Y	X
		337	1
		264	2
312,00	311,50	252	3
315,00	312,50	393	4
318,75	317,50	341	5
323,50	320,00	284	6
328,50	327,00	262	7
330,50	330,00	421	8
332,25	331,00	353	9
335,00	333,50	288	10
	336,50	272	11
		433	12
2595,50	2919,50	3900	78

- تعديل السلسلة بواسطة المتوسطات المتحركة المركزية:

$$Y = MMC_i$$

$$Y = aX + b$$

- قيم X تبدأ من أول متوسط متحرك مركزي والذي يقابل $X = 3$.
- تحسب a و b بطريقة المربعات الصغرى.

X^2	$X \times MMC$	$MMC=Y$	X
9	936,00	312,00	3
16	1260,00	315,00	4
25	1593,75	318,75	5
36	1941,00	323,50	6
49	2299,50	328,50	7
64	2644,00	330,50	8
81	2990,25	332,25	9
100	3350,00	335,00	10
380	17014,50	2595,50	52

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{52}{8} = 6,5 \quad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{2595,50}{8} = 324,4375$$

$$a = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{17014,50 - 8 (6,5) (324,4375)}{380 - 8 (6,5)^2} = \frac{143,75}{42} = 3,42$$

$$a = 3,42$$

$$b = \bar{y} - a \bar{x} = 324,4375 - (3,42 \times 6,5) = 324,4375 - 22,32 = 302,2075$$

$$b = 302,2075$$

$$Y = 3,42 X + 302,2075$$

2- المبيعات المتوقعة للسنة 2024:

المبيعات المتوقعة لسنة 2024	الرتبة	الفصل
$Y_{13} = (3,42 (13) + 302,2075) = 346,6675$	13	1
$Y_{14} = (3,42 (14) + 302,2075) = 350,0875$	14	2
$Y_{15} = (3,42 (15) + 302,2075) = 353,5075$	15	3
$Y_{16} = (3,42 (16) + 302,2075) = 356,9275$	16	4

نلاحظ أن حجم المبيعات يزداد بزيادة عدد الفصول وهذا يختلف عن توجه السلسلة من فصل لآخر خلال كل سنة، حيث تشهد المبيعات من الفصل الأول إلى الفصل الثالث انخفاض ثم ترتفع في الفصل الرابع لسنة معينة وتعيد نفس الشيء في السنة الموالية، وعليه يجب أن نجعل المبيعات التنبؤية توافق اتجاه السلسلة الإحصائية الأصلية للمبيعات ويتم ذلك من خلال استخدام معامل التغير الموسمي.

3- حساب معامل التغير الموسمي الفصلي:

$$\text{معامل التغير الموسمي الفصلي } S_i = \frac{\text{المبيعات الفعلية للفصل } (Y_i)}{\text{المتوسط المتحرك المركزي } (MMC_i)}$$

الحساب يبدأ من القيمة الثالثة للمبيعات وما يقابلها من متوسط متحرك مركزي. نستعمل المعادلة الخطية المستخرجة من المتوسطات المتحركة المركزية في التنبؤ ونضرب القيم المتحصل عليها في متوسط معامل التغير الموسمي.

S_i	MMC_i	Y_i	X_i
0,808	312,00	252	3
1,248	315,00	393	4
1,070	318,75	341	5
0,878	323,50	284	6
0,798	328,50	262	7
1,274	330,50	421	8
1,062	332,25	353	9
0,860	335,00	288	10
	2595,50	2594	52

• حساب متوسط المعامل الموسمي:

الفصل 4	الفصل 3	الفصل 2	الفصل 1	
1,248	0,808			2021
1,274	0,798	0,878	1,070	2022
		0,860	1,062	2023
1,261	0,803	0,869	1,066	2024

4- المبيعات المتوقعة لسنة 2024 بوجود المعاملات الموسمية:

معادلة الاتجاه العام:

$$Y = 3,42 X + 302,2075$$

المبيعات المتوقعة بوجود معاملات موسمية لسنة 2024	متوسط المعاملات الموسمية S	المبيعات المتوقعة لسنة 2024	الرتبة	الفصل
369,547662	1,066	$Y_{13} = (3,42 (13) + 302,2075) = 346,6675$	13	1
304,226038	0,869	$Y_{14} = (3,42 (14) + 302,2075) = 350,0875$	14	2
283,866523	0,803	$Y_{15} = (3,42 (15) + 302,2075) = 353,5075$	15	3
450,085578	1,261	$Y_{16} = (3,42 (16) + 302,2075) = 356,9275$	16	4