



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم الدقيقة وعلوم الطبيعة والحياة



ميدان علوم المادة

قسم علوم المادة

شعبة الفيزياء

مطبوعة دروس وتمارين محلولة في مقياس فيزياء 2 لطلبة السنة الأولى علوم المادة

من اعداد الدكتورة
نواجي مليكة

السنة الجامعية 2021/2022

مقدمة

بدأت في تحضير المطبوعة منذ فترة زمنية معتبرة وان الأوان لي بنشرها وهي تخص الطلبة المسجلين في السنة الأولى من نظام LMD قسم علوم المادة للسداسي الثاني من السنة الجامعية، ويتطابق محتوى هذه المطبوعة مع البرنامج المسطر من طرف وزارة التعليم العالي لمقياس " فيزياء 2" الذي يدرس في السنة الأولى جذع مشترك لقسم علوم المادة، وقد صيغت هذه المطبوعة لتوفير معونة عمل وأداة مرجعية تغطي المعارف المطلوبة وتحتوي المطبوعة على أربع فصول.

الفصل الأول والثاني الكهرباء الساكنة والنواقل على الترتيب حيث سوف نقوم بشرح المفاهيم الأساسية التي يعتمد عليها الفصلين وتتلخص في مفهوم الشحنة والحقل الكهربائي والفيض والجهد الكهربائي ونقوم بدراسة بعض الظواهر الكهروستاتيكية من قانون كولوم ومبدأ التراكب حيث يتم إثبات مبرهنة غوص من خلال حساب تباعد الحقل الكهروستاتيكي المحدد من قانون كولوم.

يتناول الفصلان الثالث والرابع الكهرباء المتحركة والكهرومغناطيسية وهي دراسة الحركة الكهربائية للتيارات المباشرة والمغناطيسية. أي دراسة الشحنات الكهربائية في حالة الحركة في أوساط مادية تسمى النواقل، وبعبارة أخرى، فإنها دراسة الدارات والشبكات الكهربائية وهناك بعض التطبيقات الأساسية مثل المكثف الكهربائي والتيار الكهربائي المستمر وتحليل الدوائر الكهربائية باستخدام قاعدة كيرشوف

وتم الحصول على إنشاء معادلات النظرية الكهرومغناطيسية في حالة معينة من الحالات الثابتة دون التطرق الى تحليل

الظواهر المعتمدة على الوقت التي سيكون موضوع مقياس الفيزياء 3: الكهرومغناطيسية للسنة ثانية فيزياء.

ومن أجل السماح للطالب باستيعاب المقياس والفهم الجيد للدروس ناقشنا عدة امثلة على التطبيق كما تم وضع واقتراح مجموعة من التمارين مع الحل في نهاية كل فصل. كما تعلمون ان أي عمل مهما بلغت درجة الحرص فيه ان لا يحوي أخطاء وعليه سيكون من المدهش عدم وجود أخطاء لذلك انا ممتنة مسبقاً لقرائنا على تعليقاتهم.

الفهرس

الفصل الأول: الكهرباء الساكنة

1	1-I مقدمة
1	2-I الشحنة
2	2-I-أ الأجسام المشحونة والأجسام المعتدلة
2	2-I-ب التكهرب – الشحن-
3	ظاهرة التكهرب بالدلك عند
3	ظاهرة التكهرب باللمس
4	ظاهرة التكهرب بواسطة منبع
4	2-I-ت تكميم الشحنة الكهربائية ومبدأ انحفاظها
6	2-I-ث قانون كولوم
8	2-I-ج تقدير القوى الكهروستاتيكية
10	3-I الحقل والكمون الكهربائيان
10	3-I-أ حقل وكمون الجاذبية
12	3-I-ب طبوغرافيا الفضاء الكهربائي
17	3-I-ت بعض الخصائص الهامة للعلاقة $dV = - \vec{E} \cdot d\vec{l}$
19	4-I الحقل و الكمون الناشئ عن الشحنات الكهربائية
22	4-I-ب حالة توزيع مستمر أو متصل (منتظم) للشحنات الكهربائية
23	التوزيع الخطي للشحنات
24	التوزيع السطحي للشحنات
25	التوزيع الحجمي للشحنات
26	4-I-ت العلاقة الموجودة بين الحقل والكمون الكهربائيان
28	4-I-ث تطبيقات على حساب الحقل والكمون الكهربائيان في حالة التوزيع المستمر للشحنات
28	التطبيق الأول: حساب الحقل والكمون الكهربائيين الناتجين عن سلك لا نهائي الطول
31	لتطبيق الثاني: حساب الحقل الكهربائي الناتج عن ساق مشحونة
33	التطبيق الثالث: حساب الحقل الكهربائي الناتج عن حلقة مشحونة
38	5-I الطاقة الداخلية τ -(الطاقة الكهروستاتيكية)
38	الطاقة الكامنة لشحنة نقطية موضوعة في حقل شحنات أخرى
38	نظام مكون من شحنتين نقطيتين système de deux charges
39	نظام مكون من ثلاث شحنات
41	6-I تدفق شعاع الحقل الكهروستاتيكي-نظرية غوص
41	6-I-1 تدفق الحقل الكهروستاتيكي:

الفهرس

41	شعاع السطح
41	الزاوية الصلبة (المجسمة).
46	تدفق شعاع الحقل الكهروستاتيكي من خلال سطح S
47	2-6-I قانون غـوص: (Loi de Gauss)
51	3-6-I العلاقة بين قانون غوص وقانون كولوم
53	4-6-I بعض التطبيقات على حساب شدة الحقل الكهربائي باستخدام نظرية غوص
54	الحقل الناشئ عن سلك مشحون لانتهائي الطول
56	الحقل الناشئ عن شحنة موزعة بشكل صفيحة مستوية (مستوي لانتهائي)
58	الحقل الناشئ بين صفيحتين متقاربتين مشحونتين
59	7-I ثنائي القطب الكهربائي dipôle électrique
59	1-7-I تعريف
60	2-6-I الكمون والحقل الكهربائي الناشئان عن ثنائي القطب الكهربائي
60	حساب الكمون لثنائي القطب الكهربائي
61	حساب الحقل الكهربائي لثنائي القطب الكهربائي
64	3-7-I أثيرا لحقل الكهربائي الخارجي على ثنائي القطب
65	الطاقة الكامنة لثنائي قطب موضوع في حقل ثابت
65	دراسة استقرار ثنائي القطب الكهربائي
67	تمارين الفصل الأول: الكهرباء الساكنة
69	حلول تمارين الفصل الأول: الكهرباء الساكنة

الفصل الثاني: النواقل

84	1-II تعريف الناقل الكهربائي
84	2-II خواص الناقل افي حالة توازن (كهرو ساكن)
85	3-II نظرية كولوم (Théorème de coulomb)
85	الحقل الكهربائي بالجوار المباشر من الناقل
87	مثال تطبيقي 1
88	4-II الضغط الكهر وساكن (الكهروستاتيكي)
89	5-II قدرة السطوح الحادة (المدببة) Pouvoir de pointes
90	مثال تطبيقي عن السطوح الحادة
92	6-II السعة الذاتية لناقل منفرد ومعزول في الفضاء
94	7-II الطاقة الداخلية لناقل مشحون (ومعزول)

الفهرس

94	8-II ظاهرة التأثير بين النواقل المشحونة
94	أ- التأثير الجزئي
96	ب- التأثير الكلي
97	9-II المكثفات
97	II-9- أ تعريف
99	II-9- ب أمثلة تطبيقية عن كيفية حساب سعة مكثفة
99	🔲 مثال تطبيقي 1: حساب سعة مكثفة مستوية
101	🔲 مثال تطبيقي 2: حساب سعة مكثفة اسطوانية
103	🔲 مثال تطبيقي 3: حساب سعة مكثفة كروية
104	II-9- ت الطاقة الكهربائية للمكثفة
105	II-9- ث جمع المكثفات
108	تمارين الفصل الثاني: النواقل
110	حلول تمارين الفصل الثاني: النواقل

الفصل الثالث: الكهرباء المتحركة

116	III-1 مقدمة
116	III-2 فقدان التوازن الكهروستاتيكي
116	III-2-أ التيار الكهربائي
118	III-2- ب الاتجاه الاصطلاحي للتيار
118	III-2- ت شدة التيار الكهربائي
119	III-2- ث النظام المستقر
119	III-2- ج شعاع كثافة التيار
120	III-2- ح العبارة الثانية لشعاع كثافة التيار
121	III-3 قانون اوم
123	III-3-أ العبارة الثانية لقانون اوم
124	III-3- ب دراسة الحركة الانتقالية للإلكترونات في ناقل
126	III-3- ب جمع المقاومات
126	🔲 جمع المقاومات على التسلسل
127	🔲 جمع المقاومات على التفرع
128	III-4 قانون جول
129	III-5 الشبكات الكهربائية

الفهرس

- 130 III-5-1 القوة المحركة الكهربائية للمولد (force électro matrice (f e m)
- 132 III-5-2 القوة المضادة للقوة المحركة الكهربائية لجهاز الاستقبال
- 133 III-6 تطبيق قانون أوم على دائرة مغلقة
- 134 III-7 قانون كيرشوف
- 135 III-8 تطبيق قانون كيرشوف على الشبكات
- 135  امثلة تطبيقية على كيفية تطبيق قانون كيرشوف
- 143 III-9 نظرية تيفينا (Théorème de Thevenin)
- 147 تمارين الفصل الثالث: الكهرباء المتحركة
- 149 حلول تمارين الفصل الثالث: الكهرباء المتحركة

الفصل الرابع: الكهرومغناطيسية

- 157 IV-1 مقدمة
- 158 IV-2 المغناطيس
- 159 IV-3 الحقل المغناطيسي
- 160 IV-4 القوة المغناطيسية المؤثرة على شحنة كهربائية
- 160 IV-4-1 قوة لورانتز
- 162 IV-4-2 : مثال تطبيقي حول قوة لورانتز : فعل هال Effet Hall
- 162 أ- فعل هال السالب: حاملات الشحنة سالبة (-e)
- 164 ب- فعل هال الموجب: حاملات الشحنة موجبة (+e)
- 165 IV-5 حركة شحنة في حقل مغناطيسي
- 168 IV-6 القوة المغناطيسية المطبقة على تيار كهربائي (قوة لابلاس)
- 170  مثال تطبيقي على القوة المغناطيسية
- 172  قاعدة أمبير
- 172  مثال تطبيقي
- 174 IV-7 الحقل المغناطيسي الناشئ عن شحنة نقطية متحركة
- 175 IV-8 الحقل المغناطيسي الناشئ عن مجموعة من الشحنات النقطية المتحركة
- 176 IV-9 الحقل المغناطيسي الناتج عن تيار كهربائي (قانون بيوسافار)
- 176 IV-9-1 قانون بيوت سفار
- 178 IV-9-2 تطبيقات عن قانون بيوسافار
- 178  حقل التحريض المغناطيسي الناتج عن تيار دائري
- 182 IV-10 ثنائي القطب المغناطيسي
- 183 IV-11 الحث المغناطيسي

الفهرس

183	1-11-IV التدفق المغناطيسي
184	11-IV - 2 التحريض الكهرومغناطيسي
184	نص قانون فرادي وهنري
186	نص قانون لانز (هينري فريدريك لانز) (loi de lenz 1804-1885)
187	تمارين الفصل الرابع : الكهرومغناطيسية
189	حلول تمارين الفصل الرابع : الكهرومغناطيسية

الفصل الاول الكهرباء الساكنة



I-1: مقدمة

يعود تاريخ اكتشاف الكهرباء الساكنة إلى نحو ستمائة سنة قبل الميلاد، وكان أول من اكتشف هذه الظاهرة هو الفيلسوف طاليس وكان ذلك عندما لاحظ احتكاك قطعيتين من الكهرمان والقماش معا حيث عملتا على جذب ما حولهما من الخيوط الصوفية وريش الطيور. في عام ألف وخمسمائة وأربع وأربعين ميلادي تمكن العالم الانجليزي ويليام جليبرت من التعمق في الظواهر الكهربائية، واكتشف خاصية تسمى قوة الجذب، ومع حلول عام ألف وسبعمائة وثلاثة وثلاثين ميلادي تمكن العالم الكيميائي شارل من التوصل إلى احتكاك يولد قوة الجذب في الأجسام، وفي الوقت نفسه يحدث التنافر في أجسام أخرى. ومع بلوغ القرن الثامن عشر تمكن العالم بنجامين فرانكلين من اكتشاف فكرة الشحنات الكهربائية وما تحمله من القيم الموجبة والسالبة وفسر ظاهرة البرق الطبيعية بأنها انتقال وتحرك الشحنات الكهربائية الساكنة. ولدراسة الكهرباء الساكنة سوف نقوم بشرح مفاهيمها الأساسية التي تعتمد عليها وتتلخص في مفهوم الشحنة والحقل الكهربائي والفيض والجهد الكهربائي ونقوم بدراسة بعض التطبيقات الأساسية مثل المكثف الكهربائي والتيار الكهربائي المستمر وتحليل الدوائر الكهربائية باستخدام قاعدة كيرشوف.

I-2 : الشحنة

السؤال المطروح: ما المقصود بقولنا إن جسم ما مشحون؟ هل له شكل أو حجم مختلفا عن غيره؟ ولو نظرنا له هل يمكن تمييز انه مشحون من منظره فقط؟ في الحقيقة أن كون الجسم مشحونا لا تتعلق بخواصه الفيزيائية. والطريقة الوحيدة لمعرفة فيما إذا كان مشحونا، هي أن نضعه قرب جسم آخر مشحون مسبقا، فإذا دفعه أو جذبته عندها فقط نعرف انه مشحون. فالشحن خاصية للجسم تمكنه من دفع أو جذب أجسام مشحونة أخرى، مثل خاصية الكتلة التي تمكن جسم ما له كتلة من جذب الكتل الأخرى.

من هذا المنطق نستطيع إعطاء تعريف للشحنة

تعريف الشحنة: هي الخاصية التي يمتلكها جسم للتأثير على غيره من الأجسام التي تحمل نفس الخاصية".

فالشحنات تؤثر على بعضها بقوة كهربائية بينما الكتل تؤثر على بعضها بقوة الجاذبية. بينما لا يؤثر جسم مشحون – كالألكترون-بقوة كهربائية على جسم غير مشحون –كالنيوترون-بينما يؤثر عليه بقوة الجاذبية لان لكل منهما كتلة، لكن لا يؤثر على جسم عديم الكتلة والشحنة-كالضوء-بأي قوة.

ومن أصغر الشحنات المعروفة للإنسان الإلكترون والبروتون، حيث اصطلح إعطاء الإلكترون شحنة سالبة مقدارها $1,6 \cdot 10^{-19}$ كولوم، بينما أعطى البروتون نفس الشحنة ولكن بإشارة موجبة. والكولوم هي وحدة الشحنة الكهربائية المستخدمة في نظام الوحدات الدولي، نسبة للفيزيائي الفرنسي تشارلز كولوم الذي اكتشف القوة الكهربائية بين جسمين مشحونين، وكثيرا ما تعطى شحنات الأجسام بأجزاء الكولوم: ملي كولوم $10^{-3}C$ ، الميكرو كولوم $10^{-6}C$ ، والنانوكولوم $10^{-9}C$ وهكذا.

I-2-أ: الأجسام المشحونة والأجسام المعتدلة:

تألف المادة في الطبيعة من ذرات تحوي الكترولونات سالبة الشحنة، ونواة موجبة الشحنة تساوي وتعاكس شحنة الالكترولونات، ولهذا الذرة العادية معتدلة كأى مادة معدنية أو قطعة قماش أو لوح خشبي وغيره. ولكن إذا فقدت المادة بعض الالكترولونات أو اكتسبت بعض منها، فإننا نقول إنها صارت مشحونة بشحنة موجبة أو سالبة على الترتيب.

I-2-ب: التكهرب - الشحن-

تجربة 1: مثلا عند مشط شعرنا ثم نقوم بتقريب المشط من قصاصات الورق، نلاحظ انجذاب الورق إلى المشط وهو ناتج عن ذلك أو بالأحرى عن تكهرب أسنان المشط.
تجربة 2: عند ذلك بالون منفوخ بالصوف وتقريبه من الجدار فإنه سيلتصق به لساعات.

أثبتت العديد من التجارب أن الأجسام تكتسب عند ذلكها خاصية جديدة تسمى -الكهرباء- من شأن هذه الخاصية أن تولد تفاعلا يسمى - التأثير الكهربائي - في الواقع كل الأجسام قابلة للتكهرب سواء بالدلك أو بالتلامس مع جسم مكهرب أو بوصل الجسم بأحد طرفي المولد.

ملاحظة: الأجسام الحاملة للنوع نفسه من الشحنات تتنافر والأجسام الحاملة لنوعين مختلفين تتجاذب، أما الأجسام التي تتبادل التأثير الكهربائي فهي متعادلة كهربائيا.

سلوك الأجسام الكهربائي يحدد حركة الشحنة الكهربائية، لذلك يمكن أن نقسم المواد إلى نوعين:

النواقل: -حيث يمكن للشحنات فيها أن تنتقل بحرية لمسافات معتبرة أمام المسافات الفاصلة بين الذرات مثل: المعادن، المحاليل، ويكون الناقل جيدا كلما كثرت شحناته وسهلت حركتها.

العوازل: وهي عكس النواقل، لا تسمح لانتقال الشحنات بحرية، فهي تبقى متموضعة محلها مثل: الزجاج، الخشب، البلاستيك....

ملاحظة: تصنف معظم الأجسام إلى أحد النوعين السابقين باستثناء القليل مثل: الجرمانيوم، السليسيوم، الكربون ... فتصنف كأشياء نواقل.

يمكن أن تتكهرب الأجسام بإحدى الطرق التالية:

- بالدلك
- بالتلامس مع جسم مع آخر مكهرب
- يوصل جسم بأحد طرفي مولد كهربائي

⚡ ظاهرة التكهرب بالدلك عند:

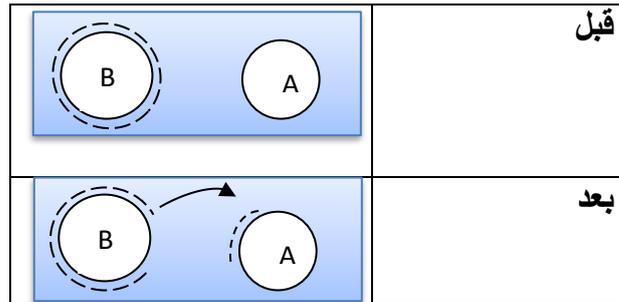
النواقل: النواقل تتكون من شبكة متماسكة من الأيونات الموجبة وهي ذرات فقدت إلكترون أو أكثر – التعادل الكهربائي محفوظ- عند نزع إلكترون حر أو أكثر يحدث انتقال الإلكترونات الحرة الأخرى لتعويض الإلكترونات المنزوعة، وبنفس الشيء عند جذب إلكترون إلى هذا الناقل.

العوازل: لا يمكن للإلكترون الانتقال من ذرة إلى أخرى فالتكهرب يبقى محدودا في المكان الذي أحدث فيه ذلك.

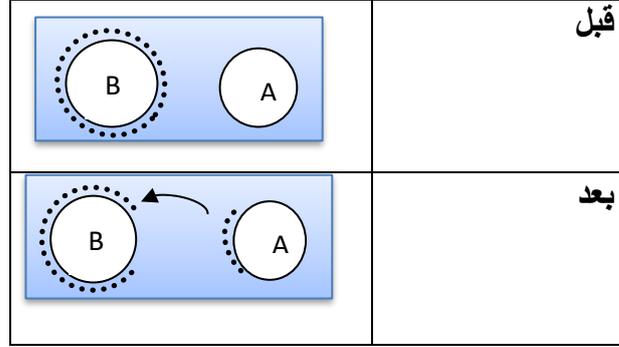
ملاحظة: التكهرب بالدلك هي عملية نزع ميكانيكي للإلكترونات لأحد الأجسام المتعادلة المدلوكة وانتقالها إلى الجسم الثاني واتجاه انتقال التكهرب تحدد بقائمة سلاسل التكهرب بالدلك-حيث الذي يسبق الآخر في القائمة يتكهرب إيجابا-ومن هذه السلاسل: جلد الأرنب-الزجاج-الميكاف-الصوف-وبر القط-الحرير-الخشب-الكهرمان-الراتنج" نوع من الفرنان"-الكبريت- الأيونات -السيلوليد.

⚡ ظاهرة التكهرب باللمس

عند ملامسة جسم (A) متعادلا كهربائيا مع جسم آخر (B) مشحون بشحنة سالبة يأخذ الجسم (A) جزءا من الإلكترونات الزائدة –الفائضة- للجسم (B) ويشحن الجسم (A) بشحنة سالبة.



عند ملامسة جسم (A) متعادلا كهربائيا مع جسم (B) مشحون ايجابيا.



فان الجسم (A) يقدم للجسم (B) جزءا من الالكترونات والتي تؤدي إلى تعديل جزئي من شحنة الجسم (B). والنتيجة أن الجسم (A) يصبح مشحونا بشحنة موجبة.

⚡ ظاهرة التكهرب بواسطة منبع:

فإذا وصلنا جسما ناقلا (A) متعادلا كهربائيا بطرف مولد بواسطة خيط ناقل فان هذا الجسم (A) يتكهرب ويصبح حاملا للشحنات من نفس إشارة طرف المولد الموصل.

❖ خلاصة عن ظاهرة التكهرب

يحمل جسم ما شحنة موجبة إذا فقد الكتروونات ويحمل شحنة سالبة إذا اكتسب الكتروونات.

يمكن شحن جسم ما بالدلك، باستعمال مولد كهربائي أو عن طريق لمس جسم مشحون أو حتى التأثر به عن بعد.

في الأجسام الناقلة يمكن للشحنة أن تنتقل فتنتشر فيه عكس المواد العازلة فان الشحنة تبقى في نطاق محدود.

I-2-ت: تكميم الشحنة الكهربائية ومبدأ انحفاظها

سمحت لنا المعلومات المتوفرة حاليا حول بنية المادة بتفسير ظواهر التكهرب وأكدت أن الشحنات الكهربائية الموجودة في الطبيعة عبارة على أعداد صحيحة لشحنة أساسية غير قابلة للانقسام، وقد بين ذلك روبرت ميليكان سنة 1909 (Robert Millikan 1868-1953) وهو ما نصطلح عليه بتكمينة الشحنة الكهربائية:

1-I

$$q = \pm Ne$$

حيث N عدد طبيعي.

الشحنة الكهربائية مقدار فيزيائي قابل للقياس و وحدته في النظام الدولي هي الكولوم ويرمز لها ب C والشحنة الأساسية $e = 1.6 \times 10^{-19} C$ أما أجزاء الكولوم فيمكن ذكر بعضها:

$$1 \mu C \text{ (ميكروكولوم)} = 10^{-6} C$$

$$1 nC \text{ (نانو كولوم)} = 10^{-9} C$$

$$1 pC \text{ (بيكو كولوم)} = 10^{-12} C$$

مع العلم إن عملية ذلك جسم بواسطة جسم آخر لا تولد شحنة، فكل ما حدث هو انتقال الشحنة من جسم لآخر، فأحد الأجسام يكتسب مقدار من الشحنة الموجبة بينما الآخر يكتسب مقداراً مساوياً من الشحنة السالبة، فذلك قضيب من الزجاج مع الحرير أحدث حصول الحرير على شحنة سالبة والقضيب على نفس الشحنة ولكنها موجبة. إن معرفة التركيب الذري تجعلنا نفسر ما حدث على أنه انتقال الإلكترونات وهي سالبة الشحنة من الزجاج إلى الحرير. وبالتالي تفرض علينا الظواهر الكهربائية قبول أن الشحنة لا تفنى ولا تستحدث، ولكنها تتحول من جسم إلى آخر في نظام معزول، حيث يبقى المجموع الكلي الجبري للشحنات ثابت (قانون انحفاظ الشحنة Conservation du charge) فعملية التكهرب في نظام معزول ماهي إلا إعادة توزيع الشحنات.

ويكتب مبدأ انحفاظ الشحنة على الشكل الآتي:

$$2-I \quad \sum_i^n Q_i = Cste$$

حيث Q رمز الشحنة.

الكتلة (kg)	الشحنة (C)	الجسم
9.11×10^{-31}	$-1.60 \times 10^{-19} C$	الإلكترون (e)
1.67×10^{-27}	$+1.60 \times 10^{-19} C$	البروتون (p)
1.67×10^{-27}	0	النيوترون (n)

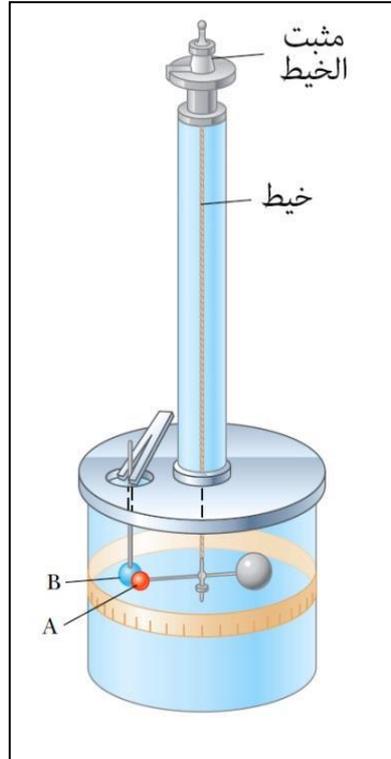
ملاحظات:

- عند نزع عدد من الإلكترونات من جسم يصبح موجب الشحنة، أما عند إضافة عدد من الإلكترونات إليه يصبح سالب الشحنة.

- الشحنة النقطية: (charge ponctuelle) هي تجريد علمي وهي عبارة عن جسم مشحون أبعاده مهمله بالمقارنة مع المسافات التي تفصله عن باقي المؤثرات وهي تؤدي الدور نفسه الذي تؤديه -النقطة المادية- في الميكانيكا.

I-2-ث: قانون كولوم

قام العالم تشارلز كولوم Charles Coulomb بقياس مقدار القوى الكهربائية بين الأجسام المشحونة باستخدام ميزان اللي (انظر الشكل I-1) الذي اخترعه كولوم. مبدأ عمل الميزان اللي مشابه للأدوات التي استخدمها كافيندش Cavendish لقياس ثابت الجاذبية، إلا أن كولوم استبدل الكرتين المتعادلتين كهربائياً بكرتتين مشحونتين. القوة الكهربائية بين الكرة A والكرة B في الشكل المذكور سابقاً تتسبب في تجاذب أو تنافر الكرتين مع بعضهما البعض، وينتج عن ذلك حركة التي تتسبب في التواء خيط التعليق. لأن الأزواج الناتج هنا يتناسب طردياً مع زاوية الدوران، لذا فإن قياس هذه الزاوية يعطي قياس قوة التجاذب أو التنافر الكهربائية. بمجرد شحن الكرتين بذلك فإن القوة الكهربائية تصبح أكبر بكثير من قوى الجاذبية بين كتلتيهما وبالتالي نهمل قوى الجاذبية بين الكرتين.



الشكل I-1: ميزان كولوم المستخدم في تجربة القانون العكسي للقوى الكهربائية بين شحنتين

من تجارب كولوم، نستطيع أن نعمم خواص القوة الكهربائية في بعض الأحيان تعرف باسم القوة الكهروستاتيكية ((force électrostatique)) بين جسمين مشحونين مستقرين.

نستخدم شحنة نقطية للإشارة إلى جسم مشحون حجمه صفر، وبالتالي يمكن دراسة السلوك الكهربائي للإلكترونات والبروتونات باعتبارها شحنات نقطية. من الملاحظات العملية وجد أن مقدار القوة الكهربائية (وتعرف أيضا بقوة كولوم force de coulomb) بين شحنتين نقطيتين يعطى بقانون كولوم:

$$3-I \quad F_e = k_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

حيث أن k_e ثابت يعرف بثابت كولوم. وتعتبر القوى الكهربائية قوى محافظة مثلها مثل قوى الجاذبية. قيمة ثابت كولوم تعتمد على اختيار الوحدات. وحدة الشحنة الكهربائية هي الكولوم ويرمز لها بالرمز C. وثابت كولوم k_e بالوحدات القياسية SI له القيمة :

$$4-I \quad k_e = 9 \times 10^9$$

كما يمكن كتابة الثابت k_e على النحو التالي:

$$5-I \quad k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

حيث أن الثابت ϵ_0 (الرمز اليوناني ايسيلون) يعرف بثابت السماحية للفراغ ويمكن استخراجها من العبارة الآتية: $\mu_0\epsilon_0c^2 = 1$ حيث: ϵ_0 هي سماحية الخلاء

μ_0 هي نفوذية الخلاء

C سرعة الضوء في الخلاء.

أما إذا كانت الكرتين المشحونتين موضوعتين في وسط مائع (غاز أو سائل) فإن F_e تكتب:

$$6-I \quad F_e = k_e \frac{|q_1||q_2|}{\epsilon r^2}$$

I-2-ج: تقدير القوى الكهروستاتيكية:

• مجهريا:



$$P_e = m_e g (m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{kg}) = 9 \cdot 10^{-30} \text{N}$$

$$P_p = m_p g (m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{kg}) = 1,6 \cdot 10^{-26} \text{N}$$

$$F = \frac{k(-e^2)}{r^2} = 10^{-7} \text{N} \text{ القوة الكهروستاتيكية:}$$

خلاصة: تهمل الأثقال (\vec{P}_e, \vec{P}_p) أمام القوة الكهروستاتيكية.

• جهريا

تكون القوى الكهروستاتيكية عموما ضعيفة نسبة إلى الأثقال وذلك لان المسافات في هذه الحالة تكون كبيرة وكمية الشحنة ضعيفة.

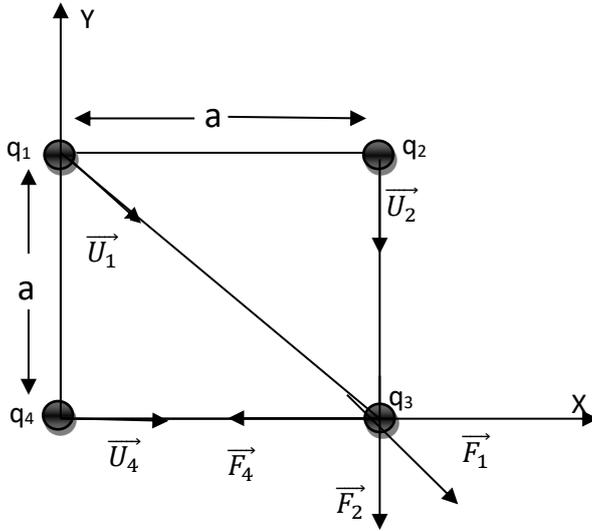
❖ صحة قانون كولوم

يصح في حالة الشحنات الساكنة أو التي في حركة بطيئة وكذلك ينطبق على المسافات الصغيرة (10^{-10}m) إلا في بعض الحالات يمكن تطبيقه على المسافات البعيدة.

مثال تطبيقي:

أوجد القوة المطبقة على الشحنة q_3 من طرف باقي الشحنات المتواجدة على رؤوس مربع طول ضلعه

.a



$$q_1 = q_2 = q_3 = q$$

$$q_4 = -2q$$

القوى المؤثرة على q_3 :

$$\vec{F}_1 = k \frac{q_1 q_3}{r_1^2} \vec{u}_1 \quad \checkmark \text{ القوة المطبقة على } q_3 \text{ من طرف } q_1$$

$$\vec{F}_2 = k \frac{q_2 q_3}{r_2^2} \vec{u}_2 \quad \checkmark \text{ القوة المطبقة على } q_3 \text{ من طرف } q_2$$

$$\vec{F}_4 = k \frac{q_4 q_3}{r_4^2} \vec{u}_4 \quad \checkmark \text{ القوة المطبقة على } q_3 \text{ من طرف } q_4$$

$$\vec{F}_1 = k \frac{q_1 q_3}{r_1^2} \vec{u}_1 = k \frac{q^2}{2a^2} \vec{u}_1 \quad / \quad \left(\vec{u}_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i} - \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{j} \right)$$

$$\vec{F}_2 = k \frac{q_2 q_3}{r_2^2} \vec{u}_2 = k \frac{q^2}{a^2} \vec{u}_2 \quad / \quad (\vec{u}_2 = -\vec{j})$$

تؤخذ الشحنات بالقيم الجبرية

$$\vec{F}_4 = k \frac{q_4 q_3}{r_4^2} \vec{u}_4 = k \frac{-2q^2}{a^2} \vec{u}_4 \quad / \quad (\vec{u}_4 = +\vec{i})$$

$$\vec{F}_1 = k \frac{q^2}{2a^2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i} - \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{j} \right) = k \frac{\sqrt{2} q^2}{4a^2} (\vec{i} - \vec{j})$$

$$\vec{F}_2 = -k \frac{q^2}{a^2} \vec{j}$$

$$\vec{F}_4 = -k \frac{2q^2}{a^2} \vec{i}$$

محصلة القوى المؤثرة على الشحنة q_3 من طرف باقي الشحنات هي:

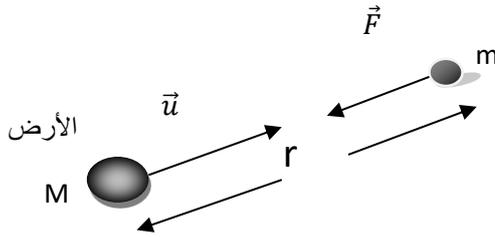
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_4$$

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_4 = \left(\frac{\sqrt{2}kq^2}{4a^2} - \frac{2kq^2}{a^2} \right) \vec{i} - \left(\frac{\sqrt{2}kq^2}{4a^2} + \frac{kq^2}{a^2} \right) \vec{j}$$

$$\|\vec{F}\| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

I- 3 : الحقل والكمون الكهربائيان

I- 3 - أ : حقل وكمون الجاذبية



لدينا:

$$\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2} \vec{u} \quad \text{قوة الجذب العام :}$$

$$\vec{P} = m\vec{g} \quad \text{قوة الثقل:}$$

$$\vec{P} = \vec{F} \quad \text{ولأن}$$

$$m\vec{g} = -\frac{GMm}{r^2} \vec{u}$$

7-I

$$\vec{g} = -\frac{GM}{r^2} \vec{u}$$

\vec{g} : شعاع حقل الجاذبية.

ملاحظة: الكتلة M موجودة في حقل الجاذبية الأرضية \vec{g}

$$w(\vec{P}) = E_{p_A} - E_{p_B} = -(E_{p_B} - E_{p_A}) = -\Delta E_p \text{ لدينا:}$$

$$dw(\vec{P}) = -dE_p$$

مع العلم أن:

$$dw(\vec{P}) = \vec{P}d\vec{l}$$

ومنه

$$dw(\vec{P}) = -\frac{GMm}{r^2} \vec{u}d\vec{l} = -dE_p \Leftrightarrow \frac{GMm}{r^2} d\vec{l}\vec{u} = dE_p$$

كذلك لدينا $d\vec{l}\vec{u} = dr$

(باستعمال الإحداثيات القطبية)

$$dE_p = \frac{GMm}{r^2} dr$$

باستعمال التكامل نجد:

$$\int dE_p = \int \frac{GMm}{r^2} dr \Leftrightarrow E_p = GMm \int \frac{dr}{r^2} = GMm \int r^{-2} dr$$

$$E_p = GMm \left(\frac{r^{-2+1}}{-2+1} \right) + cste \text{ (ثابت)}$$

$$E_p = -GMm \frac{1}{r} + cste \quad : \text{ الطاقة الكامنة للكتلة } m$$

نضع

$$c = \frac{cste}{m}$$

$$E_p = m \left(-\frac{GM}{r} + \frac{cste}{m} \right)$$

$$E_p = m \left(-\frac{GM}{r} + c \right)$$

$$\frac{E_p}{m} = \mu$$

μ : هي الطاقة الكامنة لوحدة الكتلة ويسمى الكمون الأرضي.

8-I

$$\mu = -\frac{GM}{r} + c$$

الكمون الأرضي

$$E_p = m\mu$$

وجدنا

$$dw = -dE_p$$

$$\vec{P}d\vec{l} = d(m\mu) = -md\mu$$

$$m\vec{g}d\vec{l} = -md\mu$$

9-I

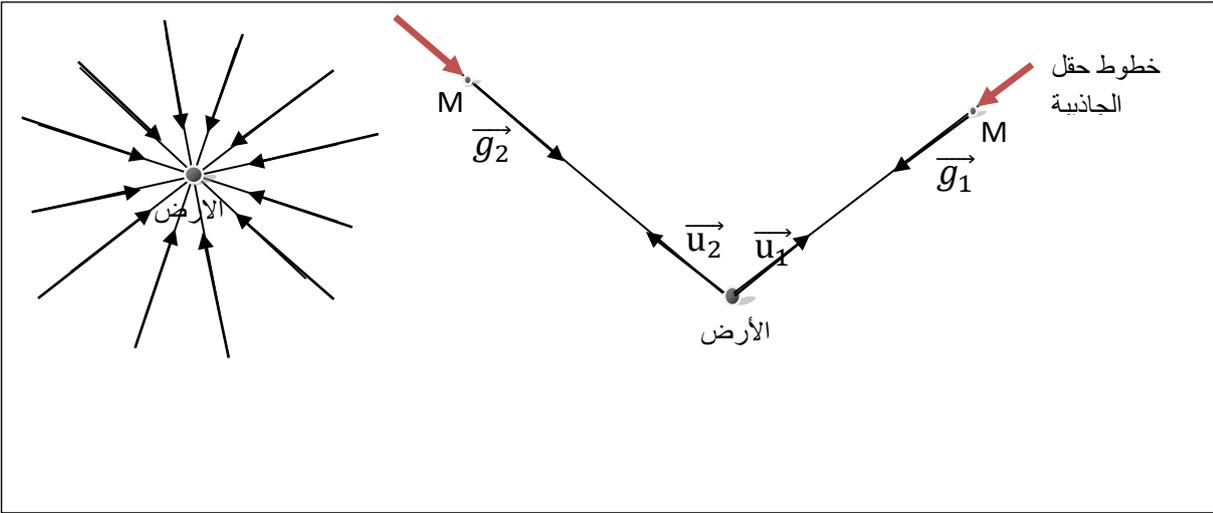
$$d\mu = -\vec{g}d\vec{l}$$

I-3 - ب : طبوغرافيا الفضاء الكهربائي

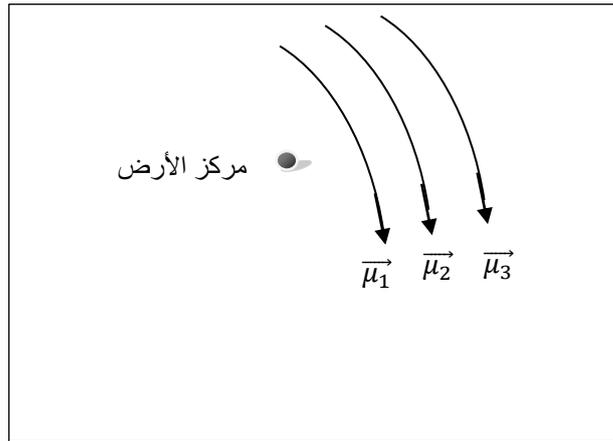
- خطوط حقل الجاذبية: هي خطوط مماسيه في كل نقطة لمتجه حقل الجاذبية \vec{g} وهي خطوط مستقيمة لمزمن الكتلة (انظر الشكل I-2).

$$\vec{g}_1 = -\frac{GM}{r_1^2} \vec{u}_1$$

$$\vec{g}_2 = -\frac{GM}{r_2^2} \vec{u}_2$$



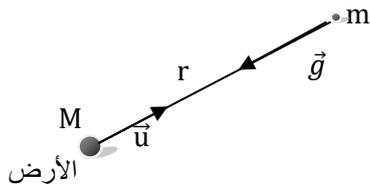
الشكل I-2: خطوط حقل الجاذبية



الشكل I-3: سطوح تساوي الكمون

سطوح تساوي الكمون: تشكل السطوح كرات متمركزة مع الأرض، حيث في السطح الذي يبعد ب r عن مركز الأرض يكون الكمون فيه ثابتا (انظر الشكل I-3).

• ميكانيكا

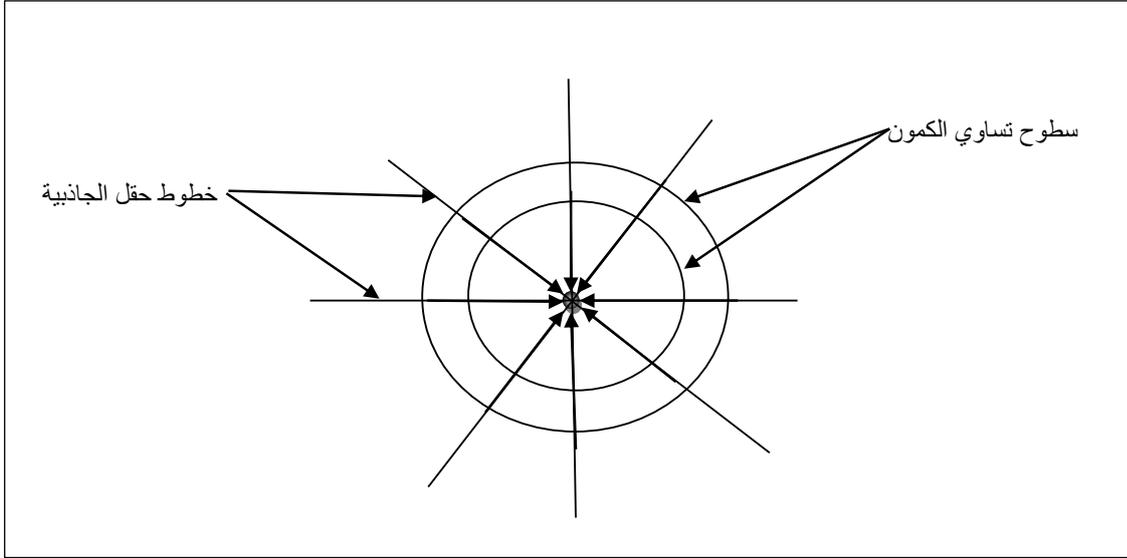


$$\vec{g} = -\frac{GM}{r^2} \vec{u}$$

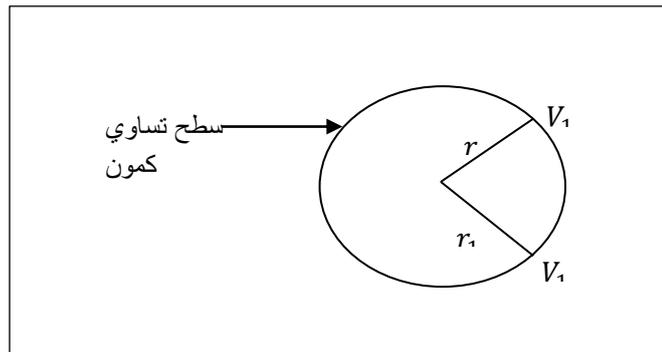
$$\vec{u} = -\frac{GM}{r} + c$$

$$d\mu = -\vec{g} d\vec{l}$$

- بوضع كتلة m في الحقل \vec{g} تكتسب قوة: $\vec{P} = m\vec{g}$
- بوضع كتلة m في الكمون $\vec{\mu}$ تكتسب طاقة كامنة: $E_p = m\mu$



الشكل I-4: سطوح تساوي الكمون مع خطوط حقل الجاذبية

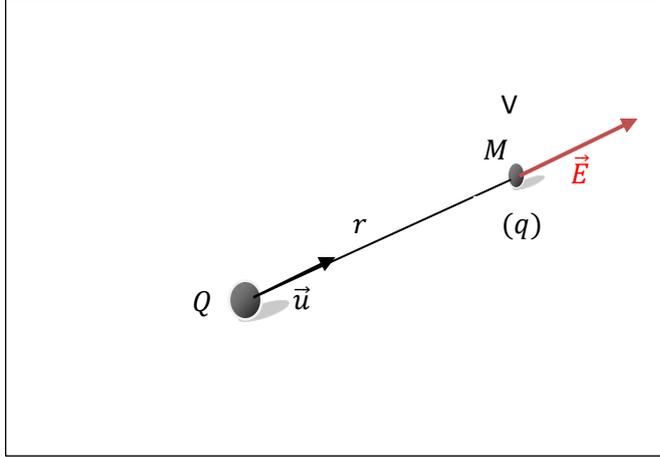


كهربائيا:

ليكن لدينا الشكل I-5 حيث يكتب الحقل الكهربائي الناشئ عن Q في النقطة M التي تبعد بمسافة r منها كما يلي:

10-I

$$\vec{E} = \frac{kQ}{r^2} \vec{u}$$



الشكل I-5: الحقل الكهربائي الناشئ عن شحنة نقطية.

ويكتب الكمون الكهربائي الناشئ عن Q في النقطة M التي تبعد بمسافة r منها كما يلي:

11-I

$$V = \frac{kQ}{r} + c$$

12-I

$$dV = -\vec{E}d\vec{l}$$

بوضع شحنة Q في :

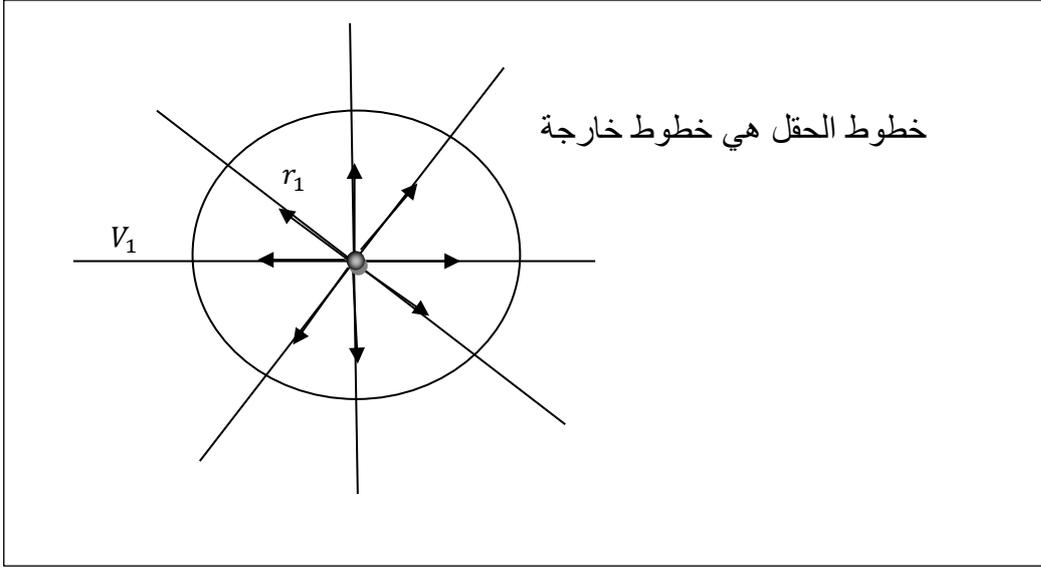
- الحقل الكهربائي \vec{E} : يتولد لنا قوة: $\vec{F} = q\vec{E}$

- الكمون الكهربائي V: سوف تكتسب طاقة كامنة $E_p = qV$

• $Q > 0$

$$\vec{E} = \frac{k(+Q)}{r^2} \vec{u}$$

$$V_1 = \frac{k(+Q)}{r_1} + c$$



الشكل I-6: خطوط الحقل الكهربائي الناشئ عن شحنة نقطية موجبة

• $Q < 0$

$$\vec{E} = \frac{k(-Q)}{r^2} \vec{u}$$

$$V_1 = \frac{k(+Q)}{r_1} + c$$

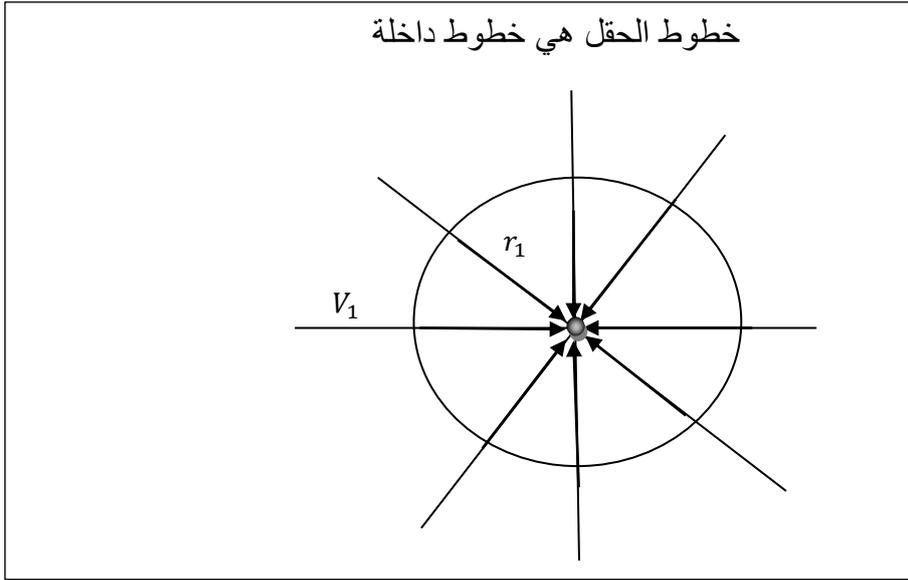
ملاحظة:

شكليا هناك علاقة تعامد بين خطوط الحقل وسطوح تساوي الكمون يمكن ان نبرهن على ذلك باستعمال

العلاقة $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$ حيث يتم الانتقال ($d\vec{l}$) على سطح تساوي الكمون ($V = cst$) يمكن استنتاج أن:

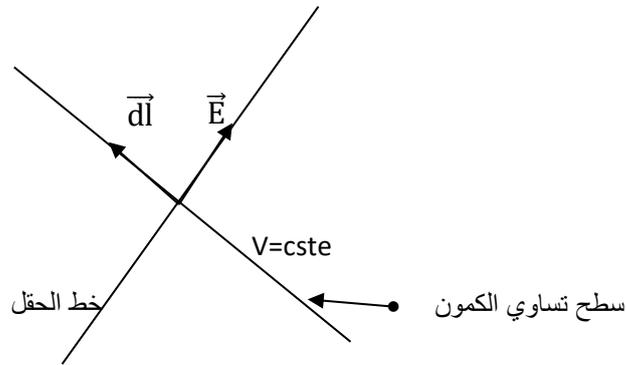
$$(V = cst) \Rightarrow dV = 0 \Rightarrow -\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{E} \perp d\vec{l}$$



الشكل I -7: خطوط الحقل الكهربائي الناشئ عن شحنة نقطية سالبة

معناها أن خطوط الحقل الكهربائي هي خطوط مماسية لـ \vec{E} وعمودية على خط تساوي الكمون.



I- 2 - ت- بعض الخصائص الهامة للعلاقة $dV = -\vec{E}d\vec{l}$

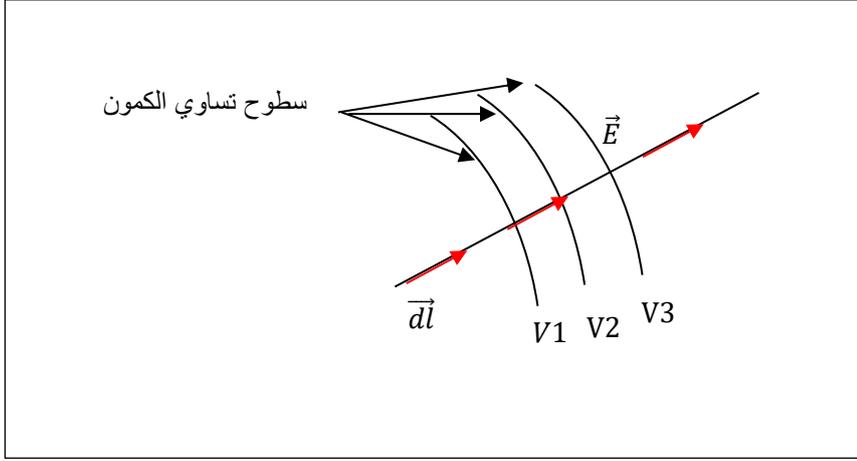
• الاستنتاج الأول: عندما يتم الانتقال على طول خط الحقل.

$$\overline{(\vec{E}, d\vec{l})} = 0$$

$$dV = -Edl \cos 0$$

$$dV = -Edl \Rightarrow \Delta V = -E\Delta l$$

$$\Delta l \Rightarrow \Delta V$$



الشكل I-8: الانتقال على طول خط الحقل الكهربائي

كلما Δl يزيد يقل ΔV حيث يتناقص الكمون على طول خط الحقل بمعنى V_1 اكبر من V_2 و V_2 اكبر من V_3

$$V = \frac{k(+Q)}{r}$$

• **الاستنتاج الثاني:** نأخذ سطحين لتساوي الكمون (S_1, S_2) انظر الشكل الموالي:

$$dV_1 = -\vec{E}_1 d\vec{l}_1 \text{ الفرق في الكمون بين السطحين من الجهة 1}$$

$$dV_2 = -\vec{E}_2 d\vec{l}_2 \text{ الفرق في الكمون بين السطحين من الجهة 2}$$

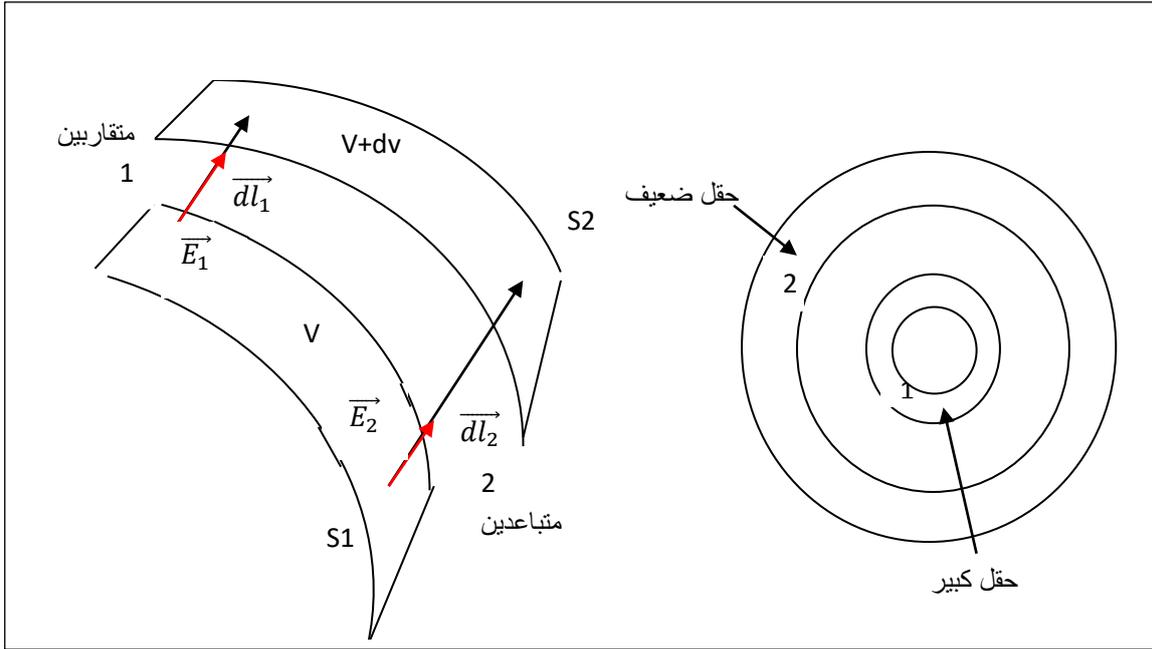
$$\text{ومنه } -\vec{E}_1 d\vec{l}_1 = -\vec{E}_2 d\vec{l}_2$$

$$\|\vec{E}_1\| \|d\vec{l}_1\| = \|\vec{E}_2\| \|d\vec{l}_2\|$$

$$E_1 dl_1 = E_2 dl_2$$

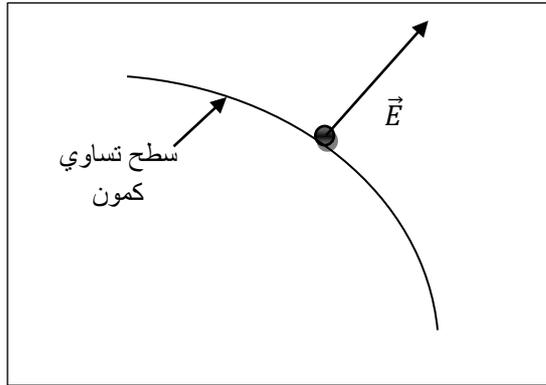
$$E_2 < E_1 \Leftrightarrow dl_2 > dl_1 \text{ اكبر من } dl_1 \text{ ملاحظة:}$$

يكون الحقل اكبر شدة في المناطق التي تتقارب فيها سطوح تساوي الكمون أو بعبارة أخرى تتقارب سطوح تساوي الكمون عند الانتقال من منطقة يكون فيها الحقل اقل شدة إلى منطقة أخرى يكون فيها الحقل أكثر شدة.



الشكل I-9: الانتقال بين سطحين لتساوي كمون

- **الاستنتاج الثالث:** عمل القوى الكهروستاتيكية المطبقة على شحنة متنقلة (q) على سطح تساوي الكمون ($V=cst$) يكون معدوماً لأن القوة المطبقة على q هي: $\vec{F} = q\vec{E}$ وبما أن الانتقال هو عمودي على شعاع الحقل ($\vec{dl} \perp \vec{E}$) وبالتالي هو عمودي على هذه القوة ($\vec{dl} \perp \vec{F}$) ومنه يكون العمل معدوم ($W = F \cdot l = 0$).



الشكل I-10: الانتقال على سطح تساوي كمون

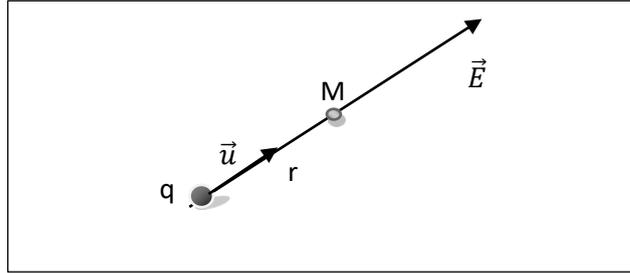
I-4: الحقل و الكمون الناشئ عن الشحنات الكهربائية

I-4-أ: حالة توزيع نقطي للشحنات

• حالة شحنة نقطية فردية:

إن الحقل الكهربائي الناشئ من شحنة q على بعد r منها في (M) يكتب:

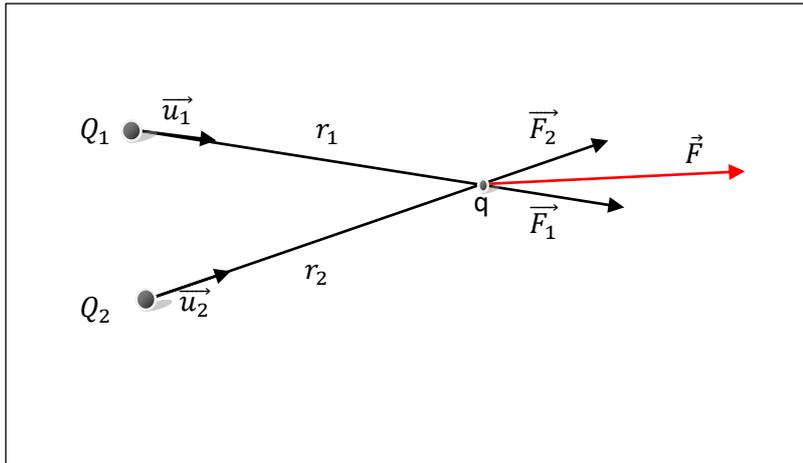
$$\vec{E} = \frac{Kq}{r^2} \vec{u}$$



الشكل 11-1: الحقل الكهربائي الناشئ عن شحنة كهربائية

أما الكمون الكهربائي الناتج عن الشحنة q في نقطة ما (M) تبعد ب r عن q هو :

$$V = \frac{Kq}{r} + c$$

• حالة شحنتين نقطيتين :

$$\vec{F}_1 = \frac{KQ_1q}{r_1^2} \vec{u}_1$$

$$\vec{F}_2 = \frac{KQ_2q}{r_2^2} \vec{u}_2$$

محصلة القوى المطبقة على q هي :

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\vec{F} = q \left(\frac{KQ_1}{r_1^2} \vec{u}_1 + \frac{KQ_2}{r_2^2} \vec{u}_2 \right)$$

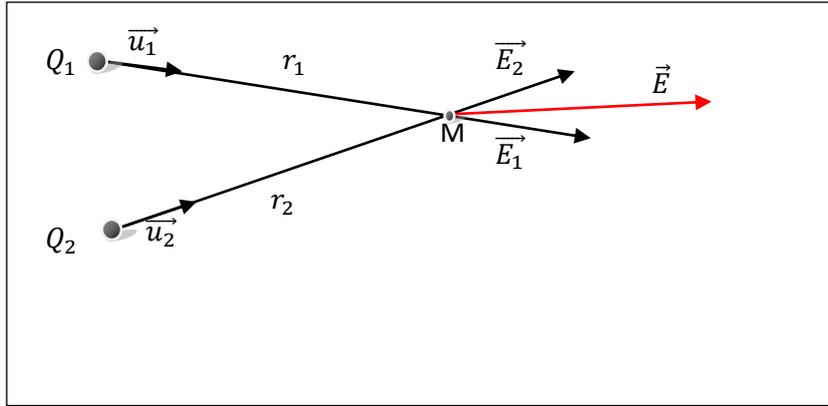
$$\underbrace{\quad}_{\vec{E}_1} \quad \underbrace{\quad}_{\vec{E}_2}$$

$$\vec{F} = q(\vec{E}_1 + \vec{E}_2)$$

$$q\vec{E} = q(\vec{E}_1 + \vec{E}_2)$$

$$\vec{E} = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)$$

13-I



الشكل I-12: الحقل الكهربائي الناشئ عن شحنتين كهربائيتين

• حالة n من الشحنات:

هونفس الشيء بالنسبة ل n شحنة . $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n$$

$$= \frac{KQ_1}{r_1^2} \vec{u}_1 + \frac{KQ_2}{r_2^2} \vec{u}_2 + \dots + \frac{KQ_n}{r_n^2} \vec{u}_n$$

14-I

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

خلاصة:

ونفس الشيء بالنسبة للكُمون فإن الكُمون الناشئ من n شحنة $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$ فإن الكُمون الكلي V هو:

$$V = V_1 + V_2 + \dots + V_n$$

15-I

$$V = \sum_{i=1}^n V_i$$

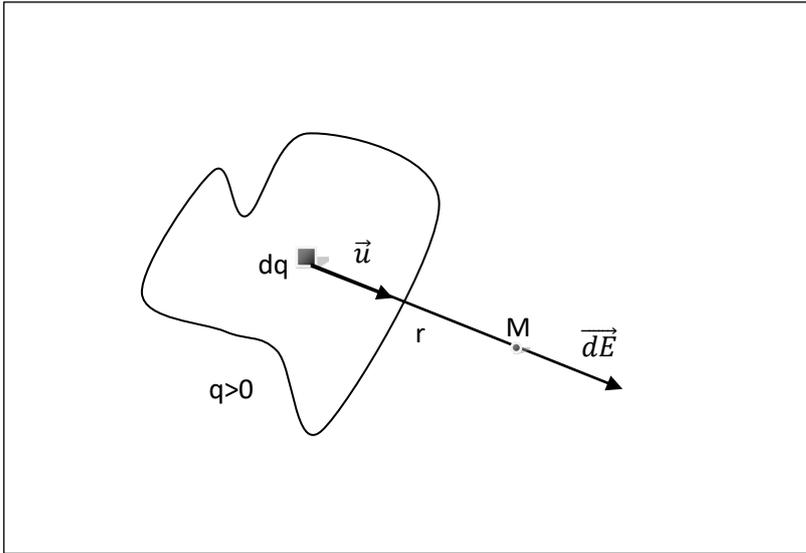
$$V_n = \frac{KQ_n}{r} + C$$

I-4-ب : حالة توزيع مستمر أو متصل (منتظم) للشحنات الكهربائية :

في اغلب الأحيان تكون المسافات بين مجموعة من الشحنات متقاربة كثيرا بحيث تكون أصغر بكثير من المسافة بين مجموعة الشحنات والنقطة المراد حساب الحقل الكهربائي عندها. في مثل هذه الحالات، يمكننا أن نعتبر مجموعة الشحنات على أنها توزيع متصل من الشحنة، هذا يعني أن النظام المكون من شحنات تفصلها مسافات صغيرة جدا يكافئ الشحنة الكلية الموزعة بشكل متصل على امتداد خط أو سطح أو خلال حجم. ويوصف توزيع الشحنات هذا بالتوزيع الخطي أو التوزيع السطحي أو التوزيع الحجمي.

لإيجاد الحقل الكهربائي عن توزيع متصل من الشحنات في هذه الحالة نجزئ الشحنة q الموزعة على كافة الجسم إلى عناصر تفاضلية dq ثم نجمع (تكامل) تأثيرها فنحصل:

$$\vec{dE} = k \frac{dq}{r^2} \vec{u}$$



الشكل I-13: الحقل الكهربائي الناشئ عن توزيع مستمر للشحنات

حيث $\vec{u} = \frac{\vec{r}}{r}$

$$\vec{E}(M) = \int \vec{dE}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq \vec{r}}{r^2}$$

$$V(M) = \int dV(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$

يمكن أن تتوزع الشحنة في الجسم في ثلاث أشكال.

• التوزيع الخطي للشحنات:

نأخذ شحنة جزئية dq المحتواة في الطول العنصري dl.

نعرف الكثافة الشحنة الخطية λ وحدتها في النظام الدولي $\Omega \cdot \text{cm}^{-1}$.

16-I

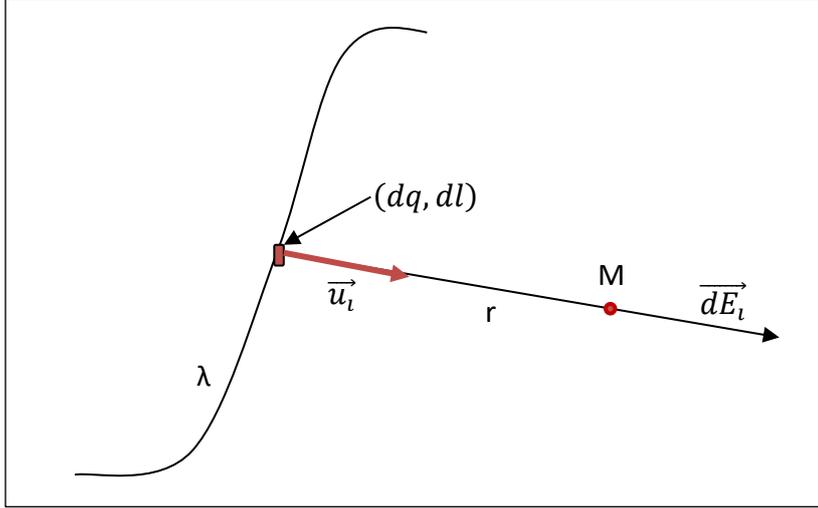
$$\lambda = \frac{dq}{dl} \Rightarrow dq = \lambda dl$$

ومنه تكتب عبارة الحقل والكمون في حالة هذا التوزيع:

$$\begin{aligned} \vec{dE}_1 &= \frac{k\lambda dl}{r_i^2} \vec{u}_1 \Rightarrow \vec{E} = \int \vec{dE}_1 \\ &= \int \frac{k\lambda dl}{r_i^2} \vec{u}_i \end{aligned}$$

17-I

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda dl \vec{r}}{r_i^2 r}$$



الشكل I-14: الحقل الكهربائي الناشئ عن توزيع خطي للشحنات

ويكتب الكمون الكهربائي على الشكل التالي:

18-I

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_L \frac{\lambda dl}{r_i} \vec{u}_i$$

حيث L يمثل الطول الكلي للجسم.

في حالة λ الكثافة الشحنية الخطية منتظمة ثابتة يمكن أن نجد:

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dl}{r_i^2} \vec{u}_i$$

• التوزيع السطحي للشحنات:

نعرف σ بالكثافة الشحنية السطحية وحدتها في النظام الدولي $\Omega.cm^{-2}$ وتمثل كمية الشحنة dq

الموضوعة في وحدة السطح dS, أي $dq = \sigma dS$

يكتب الحقل والكمون في حالة هذا التوزيع:

19-I

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint \frac{\sigma dS \vec{r}}{r^2 r}$$

20-I

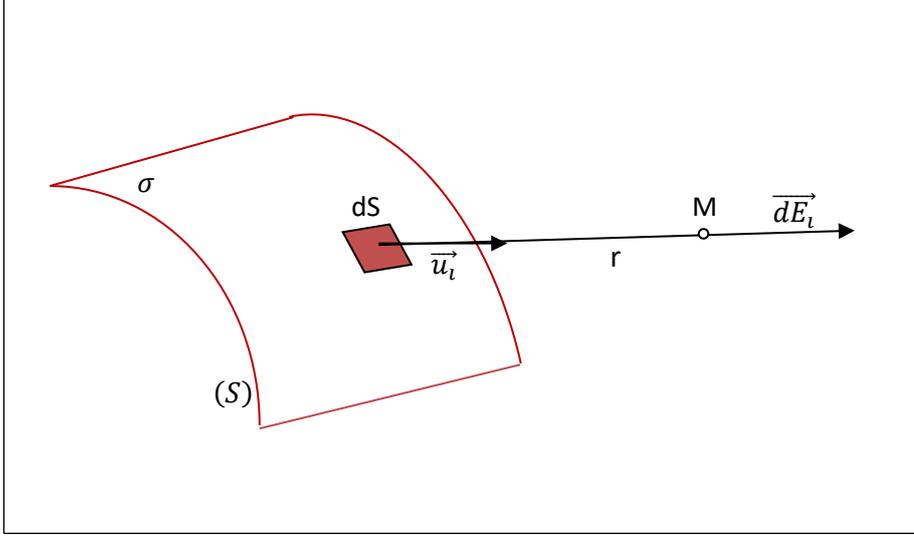
$$V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint \frac{\sigma dS}{r}$$

حيث S يمثل السطح الكلي للجسم.

21-I

$$\sigma = \frac{dq}{dS} = \frac{q}{S} = \text{ثابت}$$

في حالة الكثافة الشحنة السطحية σ منتظمة



الشكل 15-I: الحقل الكهربائي الناشئ عن توزيع سطحي للشحنات

• التوزيع الحجمي للشحنات:

نعرف ρ بالكثافة الشحنة الحجمية وحدتها في النظام الدولي $\Omega \cdot \text{cm}^{-3}$, وتمثل كمية الشحنة dq

الموضوعة في وحدة الحجم dv , أي: $dq = \rho dv$

يكتب الحقل والكمون في حالة التوزيع الحجمي كما يلي:

22-I

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho dV \vec{r}}{r^2 r}$$

23-I

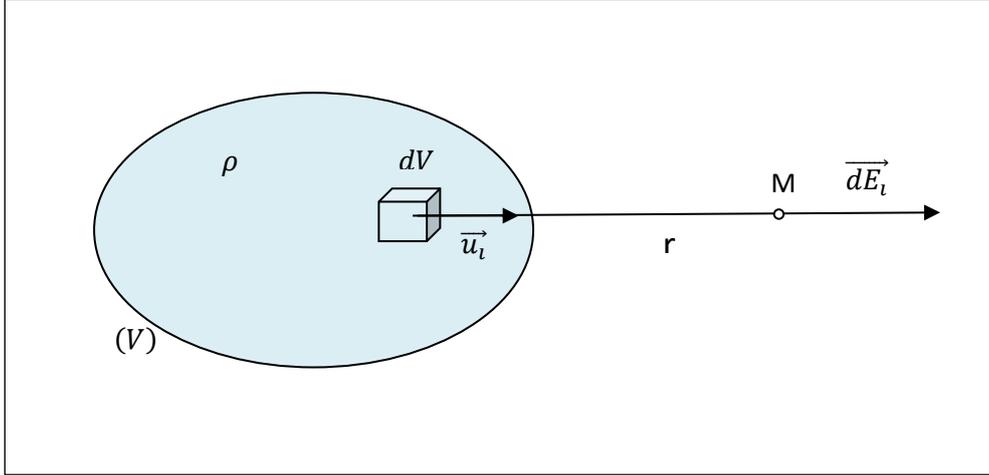
$$V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho dV}{r}$$

حيث V الحجم الكلي للجسم.

في حالة الكثافة الشحنة الحجمية ρ تكون منتظمة نكتب:

24 -I

$$\rho = \frac{dq}{dV} = \frac{q}{V} = \text{ثابت}$$



الشكل I-16: الحقل الكهربائي الناشئ عن توزيع حجمي للشحنات

I-3-ت : العلاقة الموجودة بين الحقل والكمون الكهربائيان

لدينا عبارة الحقل الكهربائي \vec{E} :

25- I

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k}$$

والانتقال العنصري $d\vec{l}$:

26- I

$$d\vec{l} = dx \vec{i} + dy \vec{j} + dz \vec{k}$$

من العبارتين:

27- I

$$\vec{E} \cdot d\vec{l} = E_x dx + E_y dy + E_z dz$$

نفرض لدينا دالة الكمون:

$$V = f(x, y, z)$$

بالتفاضل الكلي ل V تجد:

28-I

$$dV = \frac{\delta V}{\delta x} dx + \frac{\delta V}{\delta y} dy + \frac{\delta V}{\delta z} dz$$

من جهة أخرى لدينا العلاقة الآتية:

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$$

29-I

$$dV = -E_x dx - E_y dy - E_z dz$$

بالمطابقة بين العلاقتين نجد:

$$\text{المشتقات الجزئية} \begin{cases} \frac{\delta V}{\delta x} = -E_x \\ \frac{\delta V}{\delta y} = -E_y \\ \frac{\delta V}{\delta z} = -E_z \end{cases} \Rightarrow$$

$$\vec{E} = -\frac{\delta V}{\delta x} \vec{i} - \frac{\delta V}{\delta y} \vec{j} - \frac{\delta V}{\delta z} \vec{k}$$

$$\vec{E} = -\left(\frac{\delta V}{\delta x} \vec{i} + \frac{\delta V}{\delta y} \vec{j} + \frac{\delta V}{\delta z} \vec{k} \right)$$

تدرج الدالة V ($grad$)

30-I

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V \quad \text{ومنه}$$

من جهة أخرى لدينا:

31-I

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

32-I

$$E_p = qV$$

$$\vec{F} = q\vec{E} = -\left(\frac{\delta qV}{\delta x} \vec{i} + \frac{\delta qV}{\delta y} \vec{j} + \frac{\delta qV}{\delta z} \vec{k} \right)$$

$$\vec{F} = -\left(\frac{\delta E_p}{\delta x} \vec{i} + \frac{\delta E_p}{\delta y} \vec{j} + \frac{\delta E_p}{\delta z} \vec{k} \right)$$

$$\vec{F} = -\overrightarrow{grad}(qV)$$

33-I

$$\vec{F} = -\overrightarrow{grad}E_p$$

\vec{F} القوة الكهربائية وهي قوة مشتقة من طاقة كامنة (مشتقة من كمون) وهي قوة محافظة.

I-4-ث : تطبيقات على حساب الحقل والكمون الكهربائيان في حالة التوزيع المستمر للشحنات

التطبيق الأول: حساب الحقل والكمون الكهربائيين الناتجين عن سلك لا نهائي الطول.

ليكن لدينا سلك لانهايي الطول مشحونا بحيث تكون شحنته موزعة بكثافة طولية منتظمة λ على طول السلك.

المطلوب: حساب الحقل والكمون الكهربائيين الناتجين عن هذا التوزيع الخطي في النقطة M من الفضاء تبعد بمسافة R عن السلك.

أولا قبل الخوض في الحسابات يجب معرفة نوع وطبيعة التوزيع الشحني، هل يتم بالتناظر أو لا بمعنى تناظر الشحنة باختصار الحسابات.

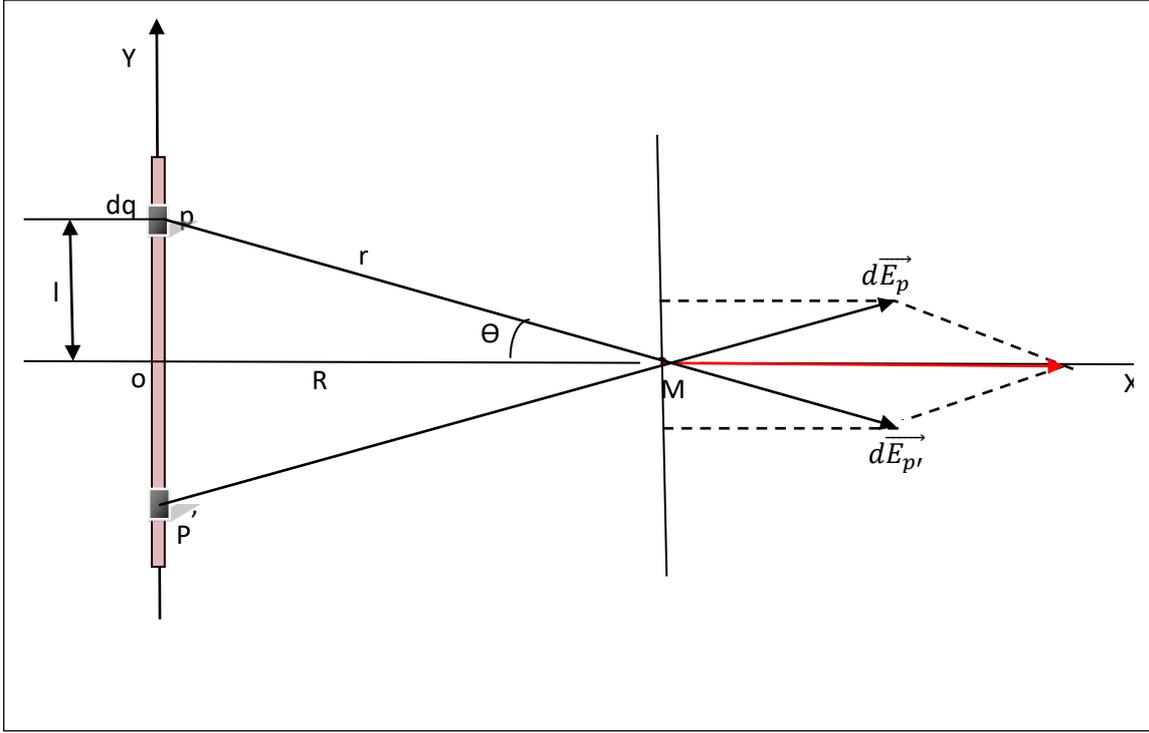
الحل:

بسبب التناظر فان الحقل الكهربائي سيكون له مركبة وحيدة وهي محمولة على المحور (OX) (محور التناظر لشحني).

حيث $\vec{E} = E_x \vec{i}$.

نقسم السلك إلى عناصر متناهية في الصغر $d\ell$, حيث تحمل كل منها شحنة عنصرية $dq = \lambda d\ell$ (كما هو موضح في الشكل اسفله).

ومنه الحقل الكهربائي العنصري $d\vec{E}_p$ الناتج عن هذه الشحنة العنصرية dq في النقطة p الواقعة على الحامل PM.



الشكل I-17: الحقل الكهربائي الناتج عن سلك مشحون بانتظام عند النقطة M على امتداد محور OX

كما هو موضح من الشكل، نجد انه لدينا مركبتين للحقل:

$$\vec{dE}_p = dE_{px}\vec{i} + dE_{py}\vec{j} = dE_p \cos \theta \vec{i} + dE_p \sin \theta \vec{j}$$

$$dE_p = k \frac{\lambda dl}{r^2} \quad \text{حيث}$$

كما قلنا سابقا بسبب التناظر، يكون الحقل الكلي الناتج عن السلك له مركبة وحيدة على المحور OX وبالتالي يكفي فقط حساب تكامل مسقط الحقل على OX وبالتالي يكفي فقط حساب تكامل مسقط الحقل على هذا المحور فقط.

$$34-I \quad dE_{px} = dE_p \cos \theta = k \frac{\lambda dl}{r^2} \cos \theta$$

بمكاملة هذه المعادلة 34-I على كامل السلك نحصل على الحقل الكلي للسلك في النقطة M. لذلك يجب ومن الضروري اختيار المتغير جيدا حيث لدينا هنا إمكانية اختيار المتغير l أو θ بمعنى (الطول أو الزاوية) وأسهل حالة هي اختيار الزاوية θ كمتغير.

من الشكل لدينا:

$$\ell = R \tan \theta \quad \Rightarrow \quad \frac{d\ell}{d\theta} = \frac{R}{(\cos \theta)^2} \quad \Rightarrow \quad d\ell = \frac{R}{(\cos \theta)^2} d\theta$$

$$\cos \theta = \frac{R}{r} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{R}{\cos \theta}$$

نعوض هذه المعطيات في المعادلة 34-I فنحصل على:

$$dE_{px} = k \frac{\lambda \frac{R}{(\cos \theta)^2} d\theta}{\left(\frac{R}{\cos \theta}\right)^2} \cdot \cos \theta$$

$$= k \frac{1}{R} \cos \theta d\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R} \cos \theta d\theta$$

نكامل المعادلة السابقة على كامل السلك, أي من $\theta = -\frac{\pi}{2}$ إلى $\theta = +\frac{\pi}{2}$

$$E_{px} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \cos \theta d\theta = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}$$

35-I

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \vec{i} \quad \leftarrow$$

بالنسبة لحساب الكمون بالطريقة المباشرة فان كل عنصر من الشحنة dq يعطي كمونا عنصريا dV عند النقطة M :

$$dV(M) = k \frac{dq}{r} = k \frac{\lambda d\ell}{r}$$

لحساب التكامل نختار عنصر الطول كمتغير.

$$dV(M) = k \frac{dq}{\sqrt{R^2 + \ell^2}} = k \frac{\lambda dl}{\sqrt{R^2 + \ell^2}} \quad \text{حيث } r = \sqrt{R^2 + \ell^2}$$

حساب الكمون الكلي الناتج عن السلك، نحسب المكاملة على كامل السلك أي من $(-\infty)$ الى $(+\infty)$ وهذا صعب. لذلك بما ان التكامل السابق دالة زوجية نقسم التكامل إلى قسمين، ونكامل من 0 إلى a ثم نحسب الشحنة عندما يؤول a إلى (∞) .

$$V(M) = 2k\lambda \int_0^a \frac{dl}{\sqrt{R^2 + l^2}} = 2k\lambda \ln \left| l + \sqrt{R^2 + l^2} \right|_0^a$$

$$= 2k\lambda \left[\ln \left| a + \sqrt{R^2 + a^2} \right| - \ln R \right]$$

نستعمل العلاقة $q = \lambda \ell$ ونحسب النهاية عندما $a \leftarrow \infty$:

$$\lim_{a \rightarrow \infty} 2k\lambda \left[\ln \left| a + \sqrt{R^2 + a^2} \right| - \ln R \right]$$

$$= \lim_{a \rightarrow \infty} 2k \frac{q}{a} \left[\ln \left| a + \sqrt{R^2 + a^2} \right| - \ln R \right] = -2k\lambda \ln R$$

$$V(M) = -2k\lambda \ln R + C = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln R + C$$

36-I

$$V(M) = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln R + C$$

حيث C ثابت

ونستطيع أن نصل إلى العلاقة السابقة بطريقة الاستنتاج باستعمال علاقة $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V$ في الإحداثيات الديكارتية

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V = -\frac{\delta V}{\delta x} \vec{i} - \frac{\delta V}{\delta y} \vec{j} - \frac{\delta V}{\delta z} \vec{k} = \frac{\lambda}{2\pi x \epsilon_0} \vec{i}$$

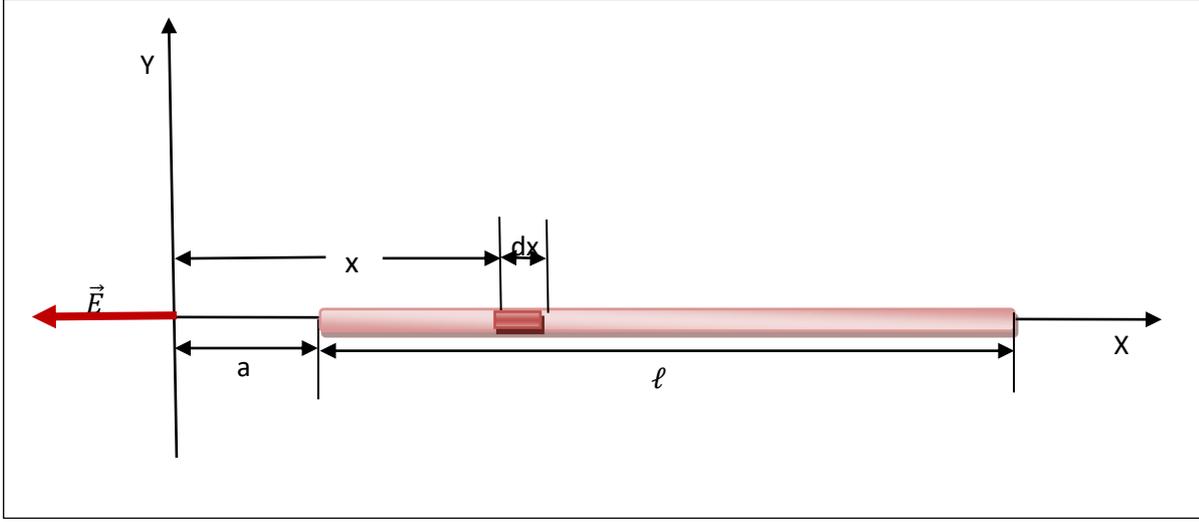
$$-\frac{dy}{dx} = \frac{\lambda}{2\pi x \epsilon_0} \Rightarrow dV = -\frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \ln x + C$$

وعندما $x = R$

$$V = -\frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \ln R + C$$

تطبيق الثاني: حساب الحقل الكهربائي الناتج عن ساق مشحونة

لدينا ساق مشحونة بشحنة موجبة ومنتظمة لكل وحدة طول λ وشحنتها الكلية q (انظر الشكل اسفله).



الشكل I-18: الحقل الكهربائي الناتج عن ساق مشحونة بانتظام عند النقطة p على امتداد محور OX

✓ حساب الحقل الكهربائي عند p موضوعة على امتداد طول محور الساق وعلى مسافة a من نهايته كما هو موضح في الشكل.

الحل:

- * الحقل الكهربائي \vec{dE} عند النقطة p الناتج عن عنصر الشحنة dq على الساق هو في الاتجاه السالب لمحور OX لأن كل عنصر شحنة يحمل شحنة موجبة.
- * بما أن الساق متصل فإننا نحسب الحقل الناتج عن توزيع متصل للشحنة حيث أن كل عنصر على الساق ينتج عنه مجال كهربائي في اتجاه محور OX السالب، فإن مجموع الحقول العنصرية يمكن إيجادها دون الحاجة إلى الاعتماد على الجمع الاتجاهي (لأنها كلها في نفس الاتجاه).
- * نفترض أن الساق تمتد على امتداد المحور OX ، و dx هو طول عنصر صغير يحمل شحنة عنصرية مقدارها dq . لأن الساق يمتلك شحنة لكل وحدة طول λ فإن الشحنة dq تساوي λdx
- * بإيجاد مقدار المجال الكهربائي عند النقطة p الناتج عن عنصر صغير من الساق يحمل شحنة dq على النحو التالي:

$$dE = k \frac{dq}{x^2} = k \frac{\lambda dx}{x^2}$$

نحسب مقدار محصلة الحقل الكهربائي عند النقطة p باستخدام العلاقة: $\vec{E} = k \int \frac{dq}{x^2} \vec{u}$

على النحو اللاتي:

37-I

$$E = \int_a^{\ell+a} k\lambda \frac{dx}{x^2}$$

لاحظ أن k و $\lambda = \frac{q}{l}$ عبارة عن مقادير ثابتة وبالتالي يمكن إخراجها من التكامل وحسابه فنحصل على:

$$E = k\lambda \int_a^{\ell+a} \frac{dx}{x^2} = k\lambda \left[\frac{-1}{x} \right]_a^{\ell+a}$$

$$E = k \frac{q}{l} \left[\frac{1}{a} - \frac{1}{\ell+a} \right]$$

38-I

$$E = k \frac{q}{a(\ell+a)}$$

* إذا كان $a \leftarrow 0$ هذا يعني تحريك الساق الى اليسار حتى يصبح طرف الساق الايسر عند نقطة الاصل فان $E \leftarrow \infty$. هذا يمثل الشرط ان النقطة p عند مسافة تساوي صفر من الشحنة وبالتالي فان الحقل يصبح لانهائي.

* افترض أن النقطة p بعيدة جدا عن الساق، ماهي طبيعة الحقل الكهربائي عند مثل هذه النقطة؟
الإجابة: إذا كانت p بعيدة جدا عن الساق فهذا يعني $\ell \gg a$ (a اكبر بكثير من ℓ) وبالتالي فان ℓ في مقام المعادلة (38-I) يمكن أن يهمل ويصبح الحقل $E \simeq k \frac{q}{a^2}$ وهذا بالضبط الحقل الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية. لهذا عند قيم كبيرة ل $\frac{a}{\ell}$ فان التوزيع المتصل للشحنة يصبح مثل الشحنة النقطية وشحنته مقدارها q ، حيث النقطة p بعيدة جدا عن الساق فان الساق تبدو بعيدة جدا بالنسبة ل p ، يمكن استخدام تقنية النهاية $\frac{a}{\ell} \leftarrow \infty$ كطريقة جيدة للتحقق من الصيغ الرياضية.

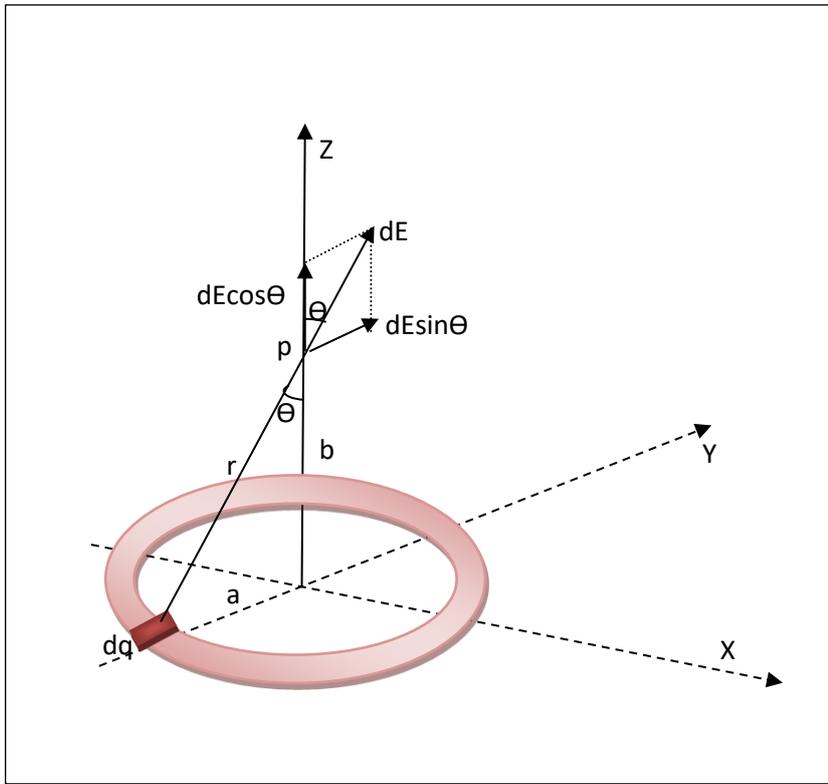
التطبيق الثالث: حساب الحقل الكهربائي الناتج عن حلقة مشحونة.

ندرس الحقل الكهربائي الناتج في نقطة p عن حلقة نصف قطرها a ومشحونة بشحنة كلية موجبة وموزعة بانتظام قدرها Q كما في الشكل 19-I اسفله، وتقع النقطة p على محور الحلقة وتبعد مسافة b من مركز الحلقة

نأخذ جزء صغير من الحلقة شحنته dq وعلى ذلك فان شدة الحقل الناشئة عن هذا العنصر عند النقطة P هو:

$$dE = k \cdot \frac{dq}{r^2}$$

وبتحليل dE إلى مركبتين إحداها في اتجاه المحور OZ وقيمتها $dE \cos \theta$ والأخرى في الاتجاه العمودي وقدرها $dE \sin \theta$. المركبة الأخيرة سوف تلغى إذا أخذنا في الاعتبار جميع أجزاء الحلقة (بمعنى بسبب التناظر) وبذلك تصبح شدة الحقل الكهربائي في اتجاه المحور OZ .



الشكل-19: الحقل الكهربائي الناتج عن شحنة موزعة على حلقة دائرية.

$$E = \int dE \cos \theta = k \frac{\cos \theta}{r^2} \int dq = k \frac{Q \cos \theta}{r^2}.$$

$$\cos \theta = \frac{b}{r} \quad , \quad r = (a^2 + b^2)^{1/2}$$

لدينا من الشكل

$$E = k \frac{Qb}{(a^2 + b^2)^{3/2}}$$

39-I

ويتضح من المعادلة 39-I أن شدة الحقل في مركز الحلقة ينتهي إلى الصفر، أي عندما يكون $b=0$ ، أما إذا كانت $b \ll a$ فإنه يمكن إهمال a^2 وتصبح المعادلة الأخيرة كالتالي:

$$40-I \quad E = k \frac{Q}{b^2}$$

أي أنه عند مسافات كبيرة من مركز حلقة مشحونة يتساوى الحقل الكهربائي مع الحقل الناتج عن نقطة مشحونة بالشحنة نفسها.

أما إذا وجد سطح مشحون مساحته S وكثافته الشحنة السطحية σ (شحنة في وحدة المساحة) فإنه يمكن الحصول على معادلة الحقل الكهربائي عند نقطة تبعد مسافة قدرها r عن عنصر المساحة ds باستخدام المعادلتين:

$$\text{أي أن } \sigma = \frac{dq}{ds} \quad \text{و} \quad \vec{E} = k \int \frac{dq}{r^3} \vec{r}$$

$$19-I \quad \vec{E} = k \int \frac{\sigma ds}{r^3} \vec{r}$$

ولحساب الحقل الكهربائي لقرص دائري رفيع مشحون نصف قطره R وكثافته الشحنة الكهربائية σ ، عند النقطة p الواقعة على محور القرص كما في الشكل (20-I) يؤخذ على القرص شريط دائري نصف قطره r فتكون مساحته $ds = 2\pi r dr$ وبتطبيق المعادلة 19-I على هذا الشريط الدائري فإن الحقل الحاصل واقع على المحور OX وقيمه هي:

$$41-I \quad dE_x = dE \cos \theta = \frac{\sigma 2\pi r dr}{4\pi \epsilon_0 L^2} \cos \theta$$

ولكن من الشكل 20-I لدينا:

$$L^2 = b^2 + r^2, \quad \cos \theta = \frac{b}{L}$$

$$dE_x = \frac{\sigma 2r dr b}{4\epsilon_0 (b^2 + r^2)^{3/2}}$$

وحتى نحصل على الحقل الناتج عن القرص كاملاً نكامل هذا المقدار بالنسبة ل r التي حدها 0 و R أما b فهي ثابتة.

$$42-I \quad E = \int_0^R \frac{\sigma 2r dr b}{4\epsilon_0 (b^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{b\sigma}{4\epsilon_0} \int_0^R \frac{2r dr}{(b^2 + r^2)^{3/2}}$$

ويمكن إجراء التكامل بإجراء تحويل المتغير بان نعتبر أن:

$$u = b^2 + r^2$$

$$du = 2rdr$$

وبالتعويض في المعادلة 42-I نجد:

43-I

$$E = \frac{b\sigma}{4\epsilon_0} \int_0^R u^{-3/2} du$$

بالتكامل وبعد تغيير المتغير نجد:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{b\sigma}{2\epsilon_0(b^2 + R^2)^{1/2}}$$

43-I

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{b}{(b^2 + R^2)^{1/2}} \right)$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (1 - \cos \theta) \vec{l}$$

وعندما يصبح القرص لانهائي تكون عندها ($\theta=0$) وينعدم بذلك الحد الثاني وتصبح المعادلة كالتالي:

44-I

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

وأخيرا إذا كان الجسم المشحون له حجم قدره V وكانت ρ كثافته الحجمية فإنه يمكن الحصول على معادلة الحقل الكهربائي عند نقطة تبعد r من عنصر الحجم dv من المعادلتين (22-I و 42) أي أن:

22-I

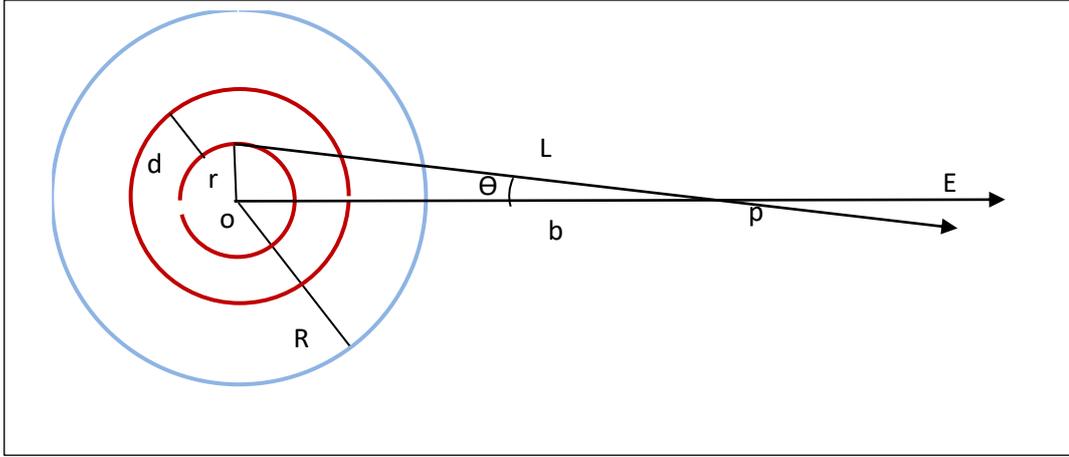
$$\vec{E} = k \int \frac{\rho dv}{r^3} \vec{r}$$

أما بالنسبة لحساب الكون في النقطة p :

$$\alpha \in [0, 2\pi]$$

$$dV = k \frac{dq}{L} = k \frac{\sigma r dr d\alpha}{L}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\sigma r dr d\alpha}{\sqrt{b^2 + r^2}}$$



الشكل 20-I : قرص دائري نصف قطره R ويحمل شحنة كهربائية

نكامل:

46-I

$$V = \int dV = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int_0^R \frac{rdr}{\sqrt{(b^2+r^2)}} \int_0^{2\pi} d\alpha + C$$

حيث C ثابت.

47-I

$$V(p) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{b^2 + R^2} - b) + C$$

نستطيع أن نصل إلى العلاقة السابقة بطريقة الاستنتاج باستعمال العلاقة $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V = -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} - \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} - \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k} \quad \text{ولدينا}$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{b}{\sqrt{x^2+R^2}}\right) \vec{i} \quad \text{حيث}$$

بمقارنة طرفي المعادلة السابقة نجد:

$$-\frac{dV}{dx} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{b}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$$

$$dV = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{b}{\sqrt{x^2+R^2}}\right) dx \Rightarrow V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{R^2+x^2} - x) + C$$

عندما $x=b$

$$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{R^2 + b^2} - b) + C$$

5-I: الطاقة الداخلية (الطاقة الكهروستاتيكية)

✚ الطاقة الكامنة لشحنة نقطية موضوعة في حقل شحنات أخرى:

لنكن شحنة نقطية q موجودة عند النقطة M خاضعة إلى كمون كهربائي $V(M)$ ناتج عن شحنة أخرى تساوي عمل القوة الكهروستاتيكية لانتقال q من لا نهاية حيث $V(\infty) = 0$ إلى النقطة M .

48-I

$$dE_p = -dW = -\vec{F} \cdot d\vec{r} = -q\vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\begin{aligned} \int_{\infty}^M dE_p &= E_p(M) - E_p(\infty) = - \int_{\infty}^M q (-dV) \\ &= q \int_{V(\infty)}^{V(M)} dV = q(V(M) - V(\infty)) \end{aligned}$$

ويعرف الكمون كطاقة كامنة لوحدة الشحنات الموجبة الموضوعة في هذه النقطة:

49-I

$$E_p(M) = qV(M)$$

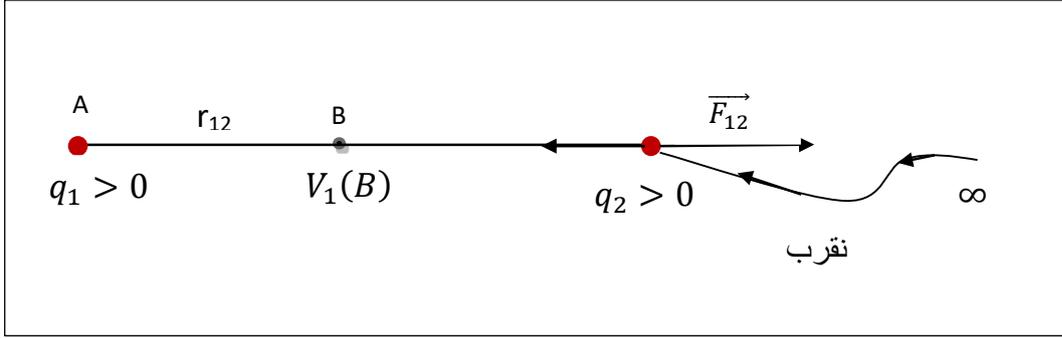
✚ نظام مكون من شحنتين نقطيتين **systeme de deux charges**

نجمع شحنتين موجبتين لم يكن يوجد بينهما في البداية أي تأثير متبادل (بمعنى مثلا الشحنة q_1 موجودة في مالا نهاية في الجهة الموجبة مثلا وشحنة ثانية q_2 موجودة في مالا نهاية من الجهة السالبة) بسبب البعد لا تتأثران بأي قوة. سنقوم بوضع الشحنتين q_1 و q_2 في النقطتين A و B على الترتيب، تفصلهما مسافة r_{12} (الشكل 21-I).

- نقرب أولا الشحنة q_1 إلى النقطة A . خلال عملية الانتقال نبذل عملا يساوي الصفر لان الشحنة لا تخضع إلى أي قوة.

ثم نقرب الشحنة q_2 إلى النقطة B ، نبذل عملا ضد القوة الكهربائية بين الشحنتين (قوة التنافر الكهروستاتيكية) حيث تظهر كلما قربنا q_2 من q_1 حيث تجد الشحنة q_2 نفسها خاضعة الى كمون الشحنة

q_1



الشكل I-21 : الطاقة الداخلية لنظام مكون من شحنتين نقطيتين

يسمى هذا العمل المبذول بالطاقة الداخلية لجمع الشحنتين، حيث تساوي الطاقة الكامنة للشحنة الثانية في وجود كمون ناتج عن الشحنة الأولى $V_1(B)$ ، او الطاقة الكامنة للشحنة الأولى في وجود الكمون الناتج عن الشحنة الثانية $V_2(A)$ أي:

$$50-I \quad U = E_p = q_1 V_2(A) = q_2 V_1(B) = \frac{1}{2} (q_1 V_2(A) + q_2 V_1(B)) = \frac{kq_1 q_2}{r_{12}}$$

نظام مكون من ثلاث شحنات

لتعيين الطاقة الكامنة لجملة مكونة من ثلاث شحنات q_3, q_2, q_1 بإتباع الطريقة السابقة نفسها، حيث نفترض دائما ان الشحنات موجودة في المالا نهاية، حيث لا يوجد تأثير بينهما.

- نقرب أولا الشحنة q_1 إلى النقطة A خلال عملية الانتقال نبذل عمل يساوي الصفر لان الشحنة لا

$$W_{\infty \rightarrow A} = 0 \text{ تخضع الى أي قوة}$$

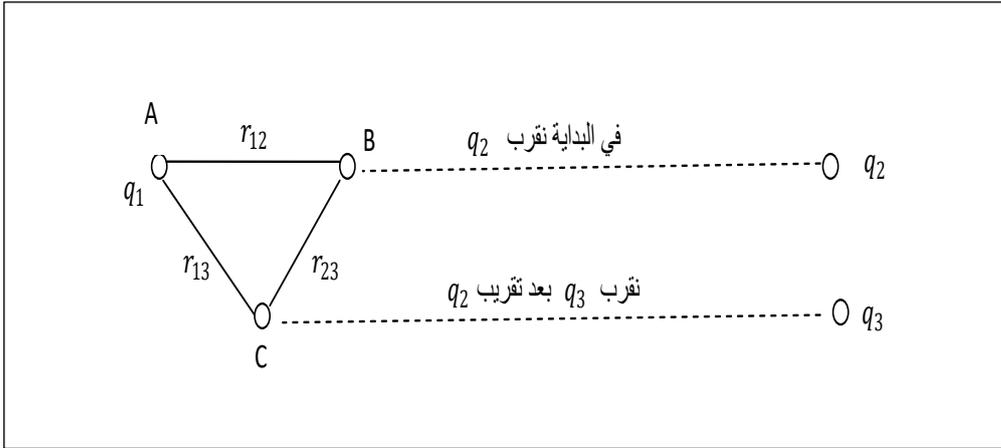
- نأتي بالشحنة q_2 إلى النقطة B. الشحنة q_2 خاضعة إلى كمون الشحنة q_1 فسوف تبذل عملا

$$. W_{\infty \rightarrow B} = q_2 V_1(B)$$

- نأتي بالشحنة q_3 . إلى النقطة C، الشحنة q_3 تخضع إلى كمون ناتج عن الشحنة q_1 وكمون ناتج

عن الشحنة، q_2 ، العمل المبذول في هذه العملية.

$$W_{\infty \rightarrow C} = q_3 V_1(C) + q_3 V_2(C)$$



الشكل 22-I: الطاقة الداخلية لنظام مكون من شحنتين نقطيتين

- بعد تقرب \$q_2\$ (العمل) $U_1 = E_{p1} = q_2 \left(\frac{kq_1}{r_{12}} \right) = \frac{kq_1q_2}{r_{12}}$

- بعد تقرب \$q_3\$ (العمل) $U_2 = E_{p1} = q_3 \left(\frac{kq_1}{r_{13}} \right) + q_3 \left(\frac{kq_2}{r_{23}} \right)$

$$U_2 = \frac{kq_1q_3}{r_{13}} + \frac{kq_2q_3}{r_{23}}$$

ومنه الطاقة الكامنة الكلية (الطاقة الداخلية) لجملة مكونة من \$q_1\$ و \$q_2\$ و \$q_3\$ هي:

$$U = U_1 + U_2$$

$$U = q_2 \left(\frac{kq_1}{r_{12}} \right) + q_3 \left(\frac{kq_1}{r_{13}} \right) + q_3 \left(\frac{kq_2}{r_{23}} \right)$$

51-I

$$U = \frac{kq_1q_2}{r_{12}} + \frac{kq_1q_3}{r_{13}} + \frac{kq_2q_3}{r_{23}}$$

تعميم من اجل نظام مكون من \$N\$ شحنة نقطية.

الطاقة الداخلية (الطاقة الكامنة الكلية) لنظام مكون من \$N\$ شحنة نقطية \$q_1, q_2, \dots, q_N\$

يعطى ب:

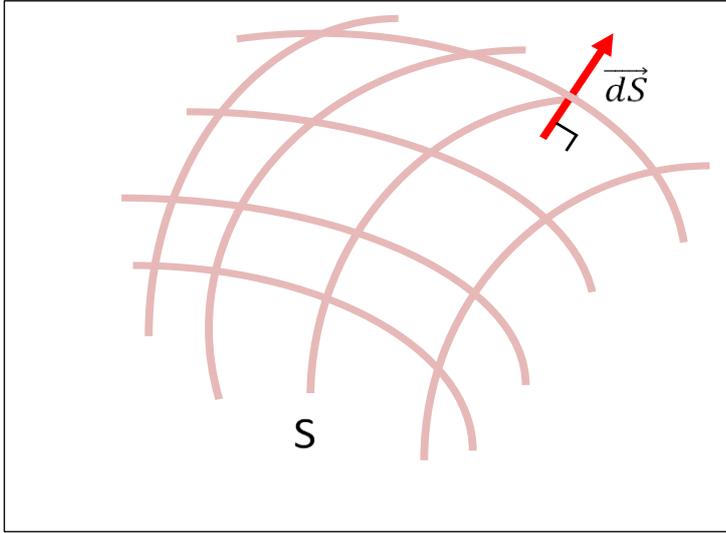
52-I

$$U = E_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{kq_iq_j}{r_{ij}}$$

6-I: تدفق شعاع الحقل الكهروستاتيكي-نظرية غوص

1- 6-I : تدفق الحقل الكهروستاتيكي :

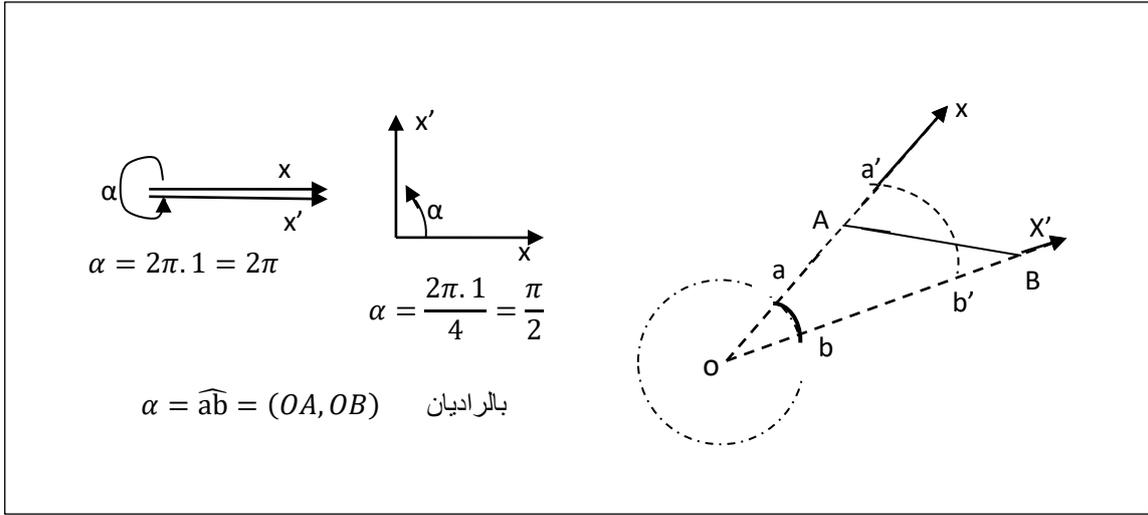
✚ شعاع السطح: ليكن لدينا السطح S (الشكل I-23) وليكن dS عنصر من السطح، نسمي شعاع السطح العنصري \vec{dS} الشعاع الذي طويلته تساوي مساحة هذا العنصر dS وشعاع توجيهه عمودي على المساحة dS ويؤخذ نحو الخارج (تقعر السطح).



الشكل I-23: شعاع السطح

✚ الزاوية الصلبة (المجسمة).

- الزاوية في المستوي: لتمييز المدى الذي نرى من خلاله هدفا مستقيما AB ، ندخل من اجل ذلك الزاوية α التي تقاس بدلالة الطول. \widehat{ab} لقوس الدائرة، التي نصف قطرها واحدة الطول (انظر الشكل I-24)



الشكل I-24: قياس الزاوية في المستوي

يؤدي هذا التعريف إلى النتائج المعروفة التالية:

- إن قوساً من الدائرة $\widehat{a'b'}$ مركزه (O) ونصف قطره (r)، ممتد على نفس الزاوية α ، يكون له الطول:

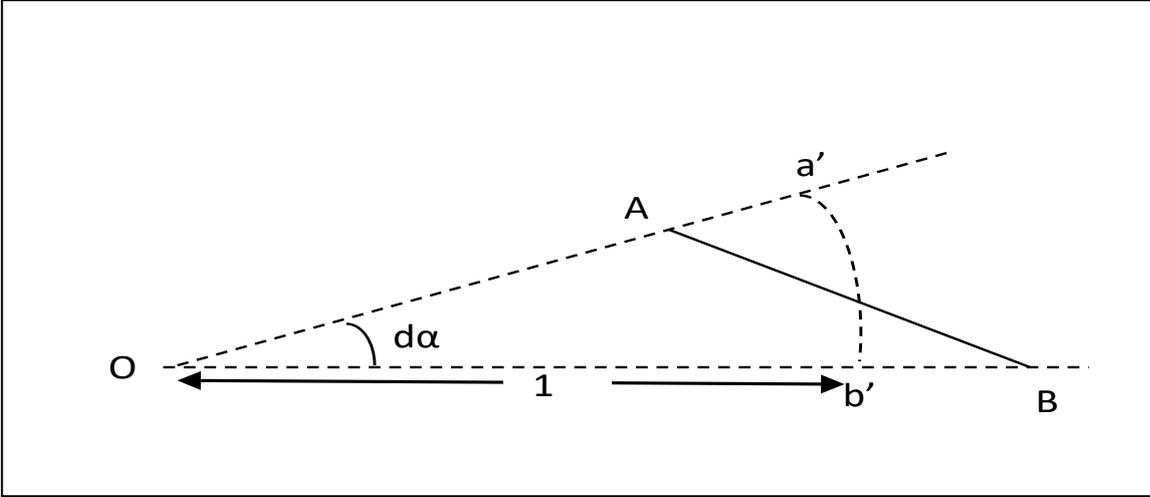
$$\frac{\widehat{a'b'}}{\widehat{ab}} = \frac{r}{1} \Rightarrow \widehat{a'b'} = r\alpha = \widehat{a'b'}$$

- إذا كانت الزاوية $d\alpha$ صغيرة، فإنه يكون لدينا:

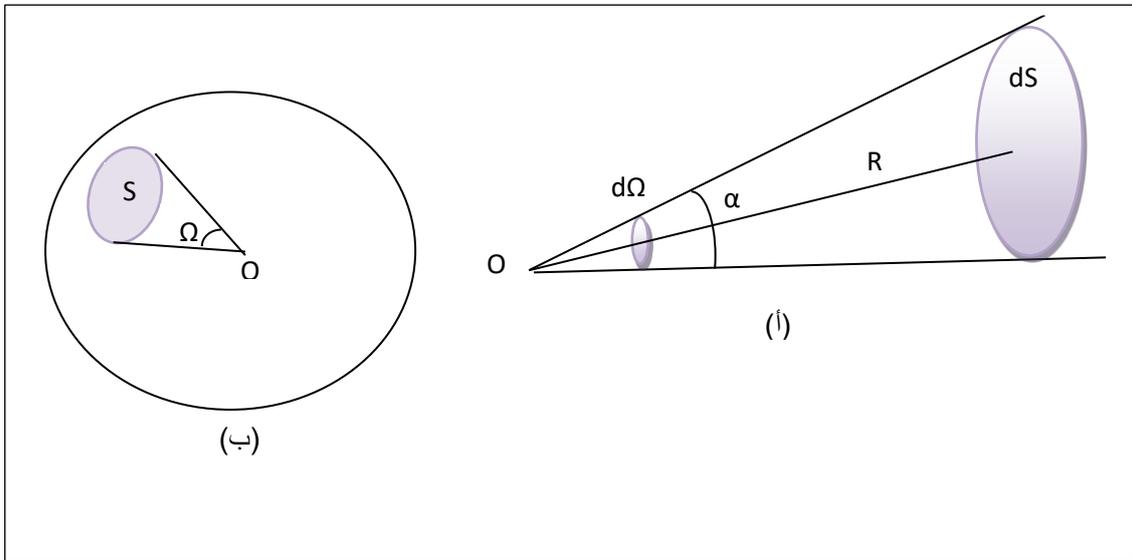
$$\widehat{a'b'} = rd\alpha = a'b'$$

- ليكن $AB=dl$ الذي يصنع الزاوية θ مع $a'b'$ فإن:

53-I $d\alpha = \frac{dl \cos \theta}{r}$ ومنه $a'b' = dl \cos \theta$



- الزاوية الصلبة (المجسمة): في الهندسة المستوية الزاوية المستوية هي التي نهتم بها في تقدير اتنا، أما حين يتعلق الأمر بالهندسة الفضائية فان الحديث يكون عن الزاوية الصلبة أو المجسمة. فعلى سبيل المثال الأشعة الضوئية المنبعثة من منبع ضوئي نقطي في الظلام يتميز بمقدارين: المنحى أو الجهة (عبارة عن مستقيم) والزاوية الاعظمية لانتشار الحزمة الضوئية حول هذا المستقيم (عبارة عن مخروط) في الحالة الأخيرة تلك الزاوية هي التي نسميها الزاوية الصلبة أو المجسمة (الشكل I-25)



الشكل I-25 : الزاوية الصلبة

تعريف: الزاوية الصلبة، أو المجسمة العنصرية هي الفضاء الموجود داخل سطح مخروطي عنصري dS البعيد بالمسافة R عن قمة المخروط وتحسب بالعلاقة:

$$d\Omega = \frac{dS}{R^2}$$

تكون الزاوية الصلبة موجبة دائما وهي مستقلة عن R وحدتها هي استيراديان (St) .
لتحديد قيمة الزاوية الصلبة Ω , نرسم مخروط مركزه O ونصف قطره R . مساحة الدائرة التي يقطعها
المخروط هي S (الشكل 25-ا-ب) قيمة الزاوية الصلبة هي:

$$54-I \quad \Omega = \frac{S}{R^2}$$

بالإحداثيات الكروية فان السطح العنصري باعتبار R ثابتة يساوي:

$$55-I \quad dS = R^2 \sin \theta d\theta d\varphi$$

إذن الزاوية الصلبة العنصرية تكتب:

$$56-I \quad d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$$

ومنه فان الزاوية الصلبة المحيطة بالمخروط، حيث α زاوية في القمة تساوي:

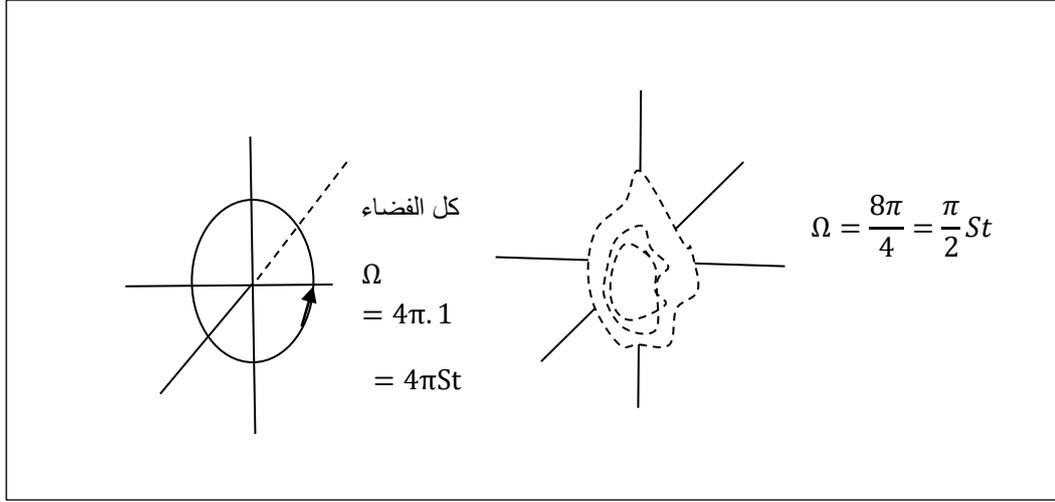
$$\Omega = \int d\Omega = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\alpha} \sin \theta d\theta = 2\pi(1 - \cos \alpha)$$

$$57-I \quad \Omega = 2\pi(1 - \cos \alpha)$$

مناقشة:

الحالة الأولى: $\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \Omega = 2\pi St$ مناسب لنصف الفضاء المشكل من قبل الزاوية $\alpha =$

2π .



الحالة الثانية: $\alpha = \pi \Rightarrow \Omega = 4\pi St$ مناسب لكل الفضاء حول نقطة وهي اكبر قيمة للزاوية الصلبة.

الحالة العامة:

إذا كان شعاع السطح العنصري موازياً للمستقيم OP (الشكل I-25 - أ) فإن $\cos\theta=1$, وبالتالي الزاوية الصلبة العنصرية تساوي:

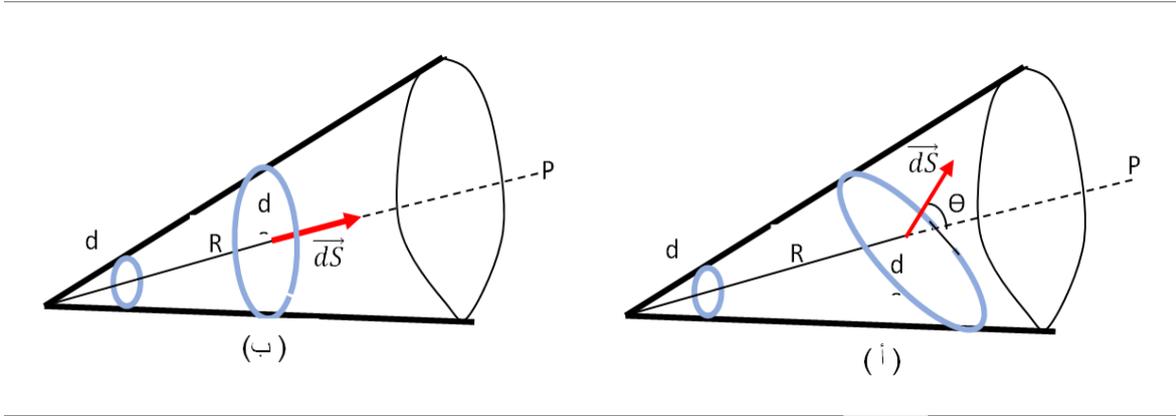
$$d\Omega = \frac{dS}{R^2}$$

- أما إذا كان شعاع السطح العنصري يصنع الزاوية θ مع المستقيم OP (الشكل I-5 - ب) فإن الزاوية الصلبة العنصرية تساوي:

58-I

$$d\Omega = \frac{dS \cos \theta}{R^2}$$

وهذه العلاقة هي التي سوف نستخدمها فيما بعد.



الشكل I-26: الزاوية الصلبة

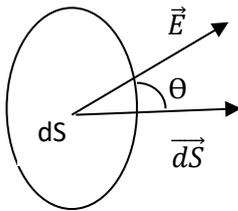
تدفق شعاع الحقل الكهروستاتيكي من خلال سطح S : يكون الحقل \vec{E} محدد في كل نقاط الفضاء وبالأخص عند جميع نقاط أي سطح S يختار بشكل كفي.

نسمي تدفق الحقل \vec{E} عبر السطح dS الكمية السلمية (موجبة أو سالبة) التالية: $d\phi = \vec{E} \cdot \vec{dS}$, ويكون التدفق الكلي للحقل \vec{E} عبر السطح S هو التكامل على كامل السطح:

$$\phi = \oint \vec{E} \cdot \vec{dS} \quad I - 59$$

(في الحالة العامة يتغير \vec{E} من سطح عنصري لأخر).

إذا كانت الزاوية المحصورة بين \vec{E} و \vec{dS} هي θ فان:



60-I

$$\phi = \oint E \cdot dS \cos \theta$$

وحدة التدفق الكهربائي هي الوبير ومعادلته ذات الأبعاد هي:

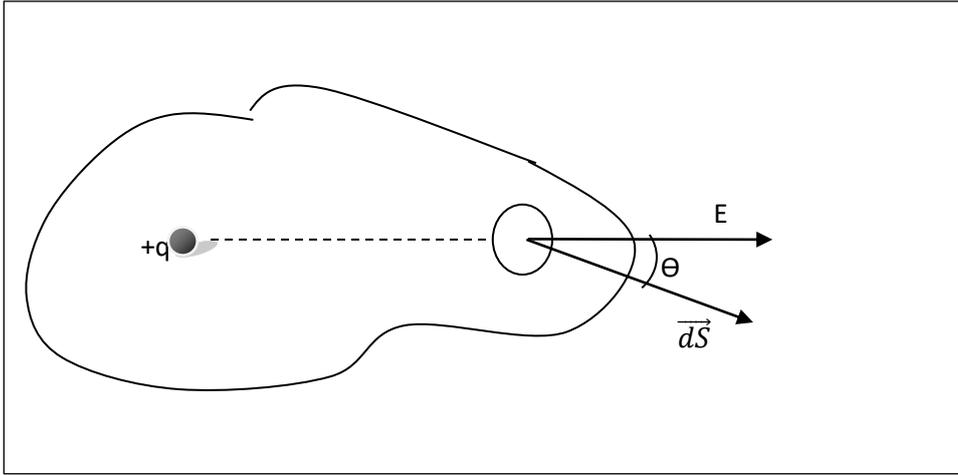
$$[\phi] = L^3 \cdot T^{-3} \cdot A^{-1}$$

6-I-2 : قانون غـوص (Loi de Gauss):

يعبر هذا القانون الذي يعرف باسم العالم الألماني غوص عن العلاقة بين تدفق الحقل الكهربائي خلال سطح افتراضي وقيمة الشحنة الكلية التي يحتويها هذا السطح داخله. تتجلى فائدة هذه العلاقة في انها خاصة مهمة للمجالات الكهروستاتيكية، وفي كونها وسيلة سهلة يمكن تطبيقها على أي سطح مغلق لحل المسائل التي تتعلق بالحقول الكهربائية التي تتوفر فيها صيغة التنافر عادة.

ولكي نشق قانون غوص، نتأمل أولا الحقل الناشئ عن شحنة نقطية موجبة (q)، ونفترض وجود سطح مغلق وبأي شكل كان، يحيط بالشحنة كما هو مبين في الشكل (I-27). لنأخذ عنصرا تفاضليا مساحته dS من هذا السطح يبعد مسافة قدرها r عن الشحنة q. ان مساحة هذا العنصر صغيرة الى درجة يمكن اعتبار مقدار شدة الحقل E الناشئ عن الشحنة متساويا لجميع نقاطه ويساوي

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$$



الشكل I-27: سطح افتراضي مغلق يحيط بشحنة نقطية موجبة

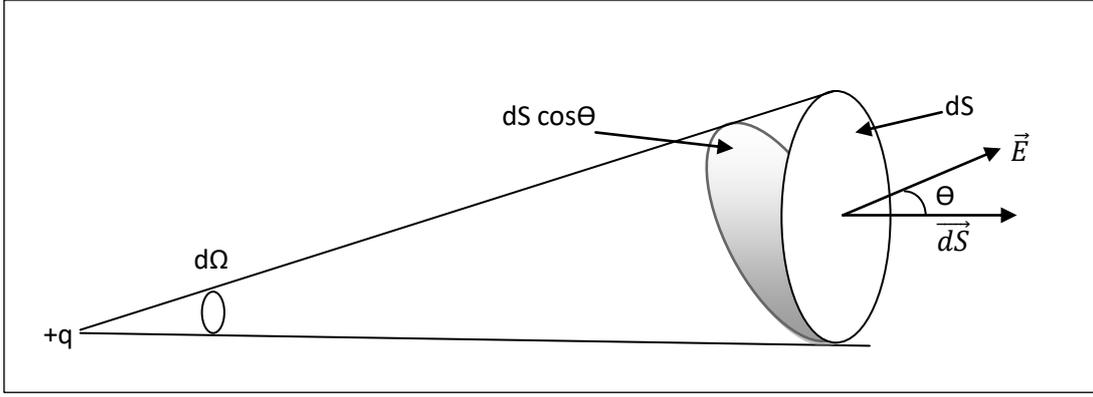
إن اتجاه الحقل يكون شعاعيا مبتعدا عن الشحنة ويصنع زاوية قدرها θ مع شعاع السطح \vec{dS} كما هو مبين في الشكل I-27. ان عنصر التدفق الكهربائي $d\phi$ خلال المساحة dS يمكن حسابه من المعادلة

$$d\phi = \vec{E} \cdot \vec{dS}$$

$$d\phi = \vec{E} \cdot \vec{dS} = E \cos \theta dS$$

61-I

$$d\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dS \cos \theta}{r^2}$$



الشكل I-28: عنصر الزاوية المجسمة

وبملاحظة الشكل I-28 نلاحظ أن $dS \cos \theta$ تساوي تقريبا مسقط عنصر المساحة على سطح كروي نصف قطره r وطبقا لتعريف الزاوية المجسمة نجد عنصر الزاوية المجسمة المتكون عند الشحنة وقدره:

$$d\Omega = \frac{dS \cos \theta}{r^2}$$

وبالتعويض عن هذه القيمة في المعادلة I-61 ينتج:

$$62-I \quad d\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} d\Omega$$

وللحصول على التدفق الكلي خلال السطح المغلق المحيط بالشحنة q نجري التكامل السطحي الكلي فينتج:

$$63-I \quad \phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \oint d\Omega$$

ولكن $d\Omega = 4\pi S r$ حيث ان هذا التكامل يمثل الزاوية الكلية المجسمة عند q . وبالتعويض عن قيمته في المعادلة I-63 نحصل على التدفق الكلي خلال السطح المغلق.

$$64-I \quad \phi = \frac{q}{\epsilon_0}$$

تعني هذه العلاقة أن التدفق خلال السطح المغلق المحيط بالشحنة q يساوي حاصل قسمة الشحنة على سماحية الفراغ ϵ_0 .

وعلى الرغم من أن اشتقاق هذه العلاقة قد استند أساسا على مجال الشحنة النقطية إلا انه يمكن تعميم هذه النتيجة لتشمل كل الشحنات الواقعة ضمن السطح المفترض. فإذا كان السطح المغلق يحتوي على مجموعة

من الشحنات النقطية بدلا من شحنة نقطية واحدة. أصبح من الضروري أن نأخذ المجموع الجبري لكل الشحنات المنفصلة الواقعة ضمن السطح المغلق سواء كانت موجبة ام سالبة عند استخدام تلك العلاقة وبهذا فان q في هذه الحالة تساوي:

$$q = q_1 + q_2 + \dots = \sum q_i$$

أما إذا كانت الشحنة ذات توزيع متصل فينبغي ان يؤخذ ذلك الجزء من الشحنة الواقع ضمن السطح المغلق فقط. ويهمل الجزء الأخر الواقع خارج السطح (لأنه لا يؤثر مطلقا على قيمة التدفق الكلي خلال السطح كما سنرى فيما بعد). وخالصة القول هنا ان الشحنة q حسب العلاقة I-64 تمثل الشحنة الكلية الموجودة ضمن السطح المفترض المغلق (المسمى سطح غوص).

إن العلاقة I-64 تشير إلى إن التدفق خلال السطح المغلق يصبح صفرا عند ما تكون قيمة الشحنة الكلية الموجودة ضمن السطح تساوي صفرا سواء كان السطح لا يحتوي على شحنة داخله أو كان المجموع الكلي للشحنات يساوي صفرا، كان يحوي على شحنات سالبة وأخرى موجبة ويمكن كتابة العلاقة I-64 بشكل آخر، وذلك بالتعويض عن قيمة التدفق في المعادلة التالية:

$$d\phi = \vec{E} \cdot \vec{dS} = E \cos \theta dS$$

فنحصل على:

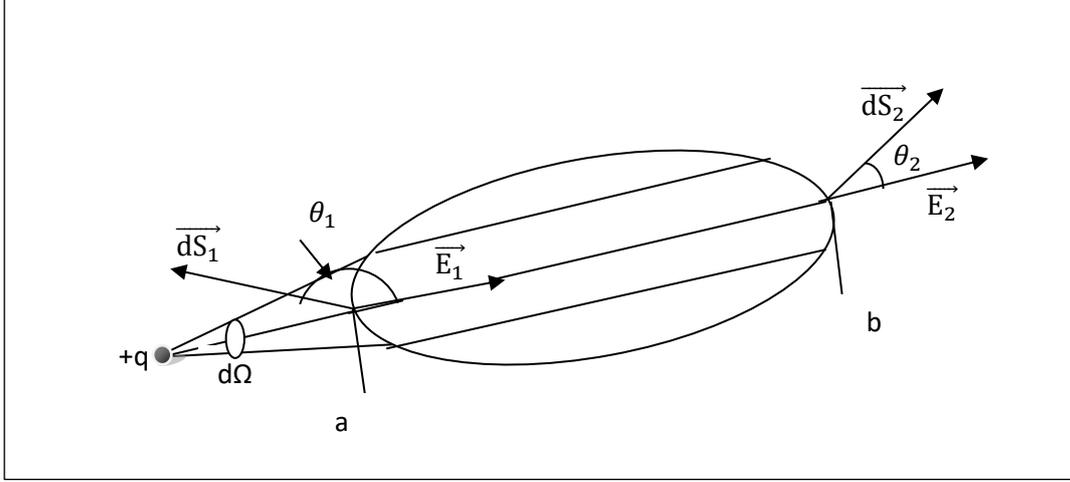
65-I

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$$

تدعى هذه العلاقة وكذلك العلاقة I-65 باسم قانون غوص.

ينص قانون غوص على أن التكامل السطحي للمركبة العمودية لشدة الحقل الكهربائي على التكامل السطحي للمركبة العمودية لشدة الحقل الكهربائي على أي سطح مغلق يساوي المجموع الكلي للشحنات الموجودة ضمن السطح المغلق مقسوما على سماحية الفراغ ϵ_0 .

والآن دعنا نبرهن على أن الشحنة الواقعة خارج السطح المغلق المفترض لا تؤثر على قيمة التدفق الكلي خلال السطح. لنفرض أن الشحنة q تقع خارج سطح غوص كما هو مبين في الشكل I-29.



الشكل I-29 : شحنة نقطية خارج سطح غوص

عندئذ يكون عنصر الزاوية المجسمة $d\Omega$ مخروط رأسه عند q ويقطع مساحة قدرها dS_1 عند النقطة a على السطح المغلق dS_2 ومساحة أخرى عند النقطة b على الجهة المقابلة من السطح (انظر الشكل I-29).

ومن المعادلة $d\Phi = \vec{E} \cdot \vec{dS}$ يتضح إن التدفق خلال السطح dS_1 يعد سالبا (نحو الداخل). وذلك لان الزاوية θ_1 بين شدة الحقل وشعاع السطح dS_1 هي زاوية منفرجة. ويمكننا إيجاد مقدار هذا التدفق بدلالة $d\Omega$ من المعادلة I-62 فنحصل على:

$$d\Phi_1 = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} d\Omega$$

وأما التدفق $d\Phi_2$ خلال المساحة dS_2 فيعد موجبا (خارج السطح) وذلك لان الزاوية θ_2 كما هو مبين في الشكل I-29 هي زاوية حادة. ومقدار هذا التدفق يساوي:

$$d\Phi_2 = +\frac{q}{4\pi\epsilon_0} d\Omega$$

وبهذا يصبح مجموع التدفق خلال كلا المساحتين (السطحين) صفرا.

$$d\Phi = d\Phi_1 + d\Phi_2 = 0$$

وعلى هذا الأساس لو أخذنا السطح بأكمله (بأجمعه) لوجدنا أن التدفق الداخل إلى السطح يكون معادلاً للتدفق الخارج منه. وعليه فإن التدفق الكلي خلال السطح المغلق يساوي صفراً في هذه المعادلة.

تأتي أهمية غوص خصوصاً عندما نريد حساب الحقل الكهربائي الناتج عن توزيع شحنات لها تناظر هندسي كما سنرى في الأمثلة التالية الطريقة العامة المتبعة هي:

- إيجاد (اختيار) سطح مغلق يمر بالنقطة M التي نرغب حساب الحقل الكهربائي عندها.
 - كتابة تعريف التدفق $\Phi = \iint \vec{E} \cdot \vec{d}$ حيث \vec{E} الحقل الكهربائي (المتغير) عند مختلف نقاط السطح.
 - تطبيق نظرية غوص بعد حساب المجموع الجبري للشحنات داخل السطح.
- لا يصح تطبيق هذه الطريقة إلا إذا كانت عبارة تعريف التدفق تأخذ في الحساب فقط الحقل \vec{E} المراد حسابه في النقطة M . لذا يجب أن يكون السطح المختار متشكلاً من أجزاء يكون عندها إما:
- الحقل معدوم.

- الحقل ثابت في القيمة ومساوياً إلى E_m و $\vec{E}_m \parallel \vec{dS}$.
- أو الحقل عمودياً على عناصر السطح المقابلة $(\vec{E} \perp \vec{dS})$.

وفي الحالة العامة نستطيع حساب الحقل بصيغته التعريفية أو نحسب الكمون ونشتقه بالعلاقة:

$$\vec{E} = -\overline{\text{grad}} V$$

I-6-3 : العلاقة بين قانون غوص وقانون كولوم

صحيح إننا اعتمدنا على قانون كولوم في اشتقاق قانون غوص إلا إننا بوسعنا الآن إن نفعل العكس ونستنتج قانون كولوم من قانون غوص. لنأخذ شحنة نقطية موجبة q ونستخدم قانون غوص لحساب شدة الحقل الكهربائي الناشئ عنها عند نقطة تبعد r عن الشحنة q على الرغم من إن قانون غوص يصح تطبيقه على أي سطح مغلق مهما كان شكله إلا أنه من الضروري ان نختار سطحاً يتلاءم مع التناظر الشعاعي للحقول الكهربائية الناشئة عن الشحنة النقطية وعليه فإن أفضل شكل لسطح غوص كروي نصف قطره r ومركزه ينطبق مع الشحنة كما هو مبين في الشكل I-30 وذلك لان اتجاه الحقل يكون عمودياً على هذا السطح ومقدار شدة الحقل يكون متساوياً لجميع نقاط السطح.

وبتطبيق قانون غوص المتمثل في المعادلة I-65:

$$\oint E \cdot \cos \theta dS = \frac{q}{\epsilon_0}$$

نجد ان الزاوية θ تساوي صفرا وذلك لان كل من شدة الحقل \vec{E} وشعاع عنصر السطح \vec{dS} يكون بالاتجاه الشعاعي ونحو الخارج لجميع نقاط سطح قوص. لذا $\cos\theta=1$ كما ان قيمة E ثابتة لجميع نقاط السطح. لذا يمكن اخراجها خارج علاقة التكامل، وبهذا نحصل على:

$$E \oint dS = \frac{q}{\epsilon_0}$$

بالتعويض عن قيمة التكامل الذي يساوي مساحة سطح غوص الكروي ($4\pi r^2$) ينتج:

$$E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

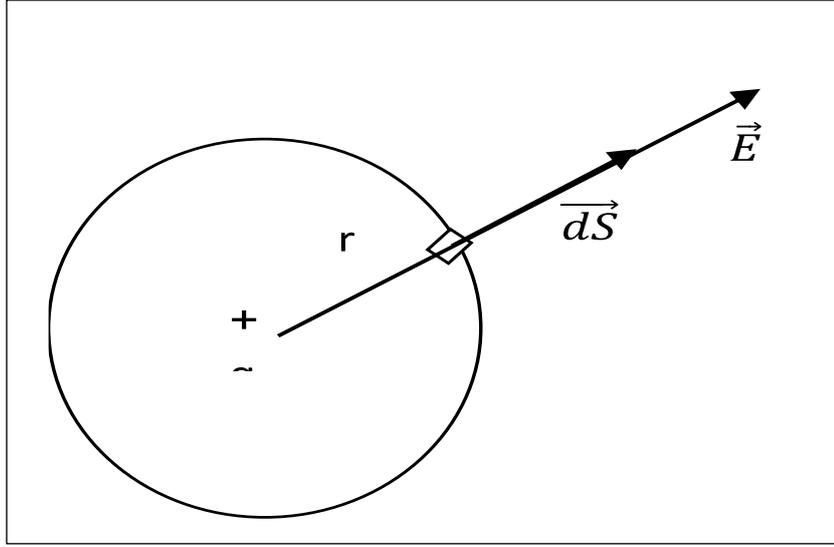
ومنها نحصل على مقدار شدة الحقل عند أي نقطة تبعد r عن الشحنة النقطية q . أي:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$$

والآن لو وضعنا شحنة اختيارية موجبة q_0 على بعد r عن الشحنة q لأصبحت القوة المؤثرة على q_0

$$\vec{F} = \frac{kq_1q_2}{r^2} \vec{u} \text{ فان } \vec{F} \text{ تساوي } E q_0 \text{ أو } F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq_0}{r^2}$$

وهذه العلاقة التي تمثل قانون كولوم.



الشكل I-30: سطح غوص كروي يحيط بشحنة نقطية موجبة

I-6-4 : بعض التطبيقات على حساب شدة الحقل الكهربائي باستخدام نظرية غوص:

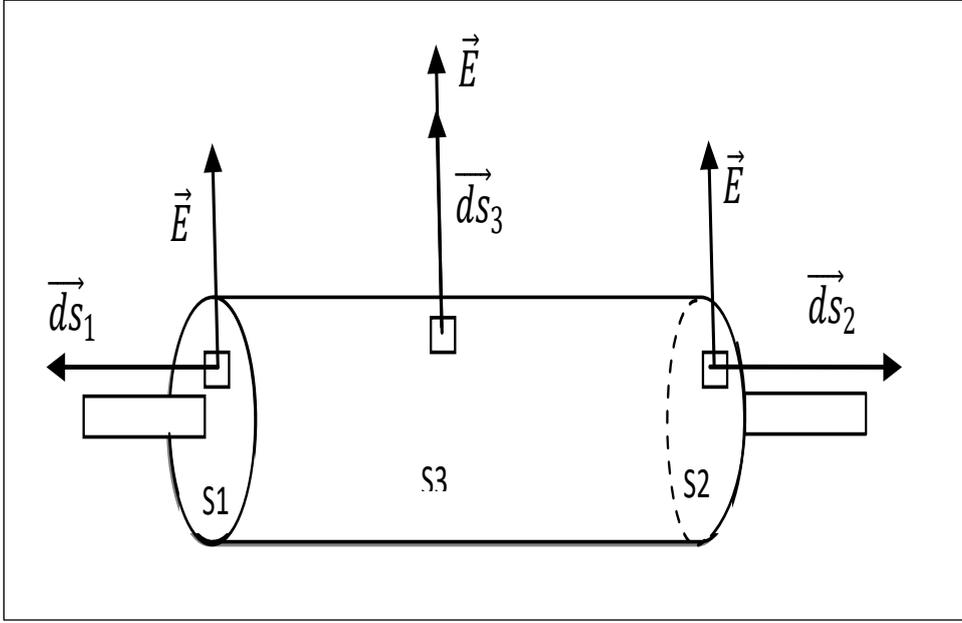
يمكن استخدام نظرية (قانون) غوص لإيجاد الحقل الكهربائي في الحالات التي تكون فيها الشحنة موزعة بشكل متناظر وبطريقة أسهل بكثير من الطريقة التي ذكرناها آنفا في الفقرات السابقة. إن نجاح هذه الطريقة يعتمد على الاختيار الملائم لسطح غوص بحيث يكون منسجما مع تناظر الحقل الكهربائي. لكي تكون شحنة الحقل قيمة ثابتة لجميع نقاط السطح. عند ذلك يصبح بالإمكان إخراج E خارج علامة التكامل السطحي لقانون غوص المتمثل بالمعادلة:

$$\oint E \cos \theta dS = \frac{q}{\epsilon_0}$$

إن حساب التكامل السطحي للمركبة العمودية لشدة الحقل على السطح كثيرا ما يتطلب تجزئة سطح غوص المغلق إلى عدد من السطوح. فإذا كان الحقل عموديا على جزء من السطح، أصبحت قيمة الزاوية θ المحصورة بين الحقل وشعاع ذلك السطح صفرا. لكن $\cos\theta=1$ لذلك يختصر التكامل السطحي ويأخذ الصيغة المبسطة $E \int dS$ أما إذا كان الحقل موازيا لجزء آخر من السطح، فإن قيمة الزاوية θ تصبح صفرا. أي أن ناتج التكامل السطحي، يؤول إلى الصفر ($\int EdS \cos 90 = 0$) وذلك لأن $\cos 90 = 0$. وبهذه الوسيلة يمكن تجنب عمليات التكامل السطحي المعقدة، كما سيتضح عند حساب شدة

الحقل الكهربائي في عدد من الحالات، حيث يكون توزيع الشحنات الكهربائية بأشكال مختلفة، وكذلك يكون شكل الحقل مختلفا بطبيعة الحال من حالة لأخرى.

أ-الحقل الناشئ عن سلك مشحون لانتهائي الطول



الشكل I-31: سلك مشحون لانتهائي الطول

يبين الشكل I-31 جزءا من سلك طوله غير محدود يحمل شحنة موجبة موزعة بصورة متجانسة على طول السلك بكثافة خطية قدرها λ . والمطلوب حساب شدة الحقل عند نقطة تبعد مسافة a عن الشحنة.

إن التوزيع المنتظم للشحنة على طول السلك اللانهائي الطول يشير إلى حقيقة إن الحقل الناشئ عن السلك يكون باتجاه شعاعي منبثق من السلك، وان مقدار شدة الحقل مساويا لجميع النقاط التي تبعد عن السلك مسافة قدرها a وبهذا نجد أن أفضل سطح غاوسي ملائم لهذا التناسق الشعاعي للحقل المحيط بالسلك المشحون هو سطح أسطوانى دائري مغلق نصف قطره a وطوله h ومحوره منطبق على السلك كما هو موضح في الشكل I-31. ولكي نحسب التكامل السطحي للمركبة العمودية لشدة الحقل خلال سطح غوص نقسمه إلى ثلاث أقسام. الجزء الاسطوانى (الجانبى) (S_3) والقاعدة المستوية اليمنى (S_2) والقاعدة المستوية اليسرى (S_1) وبهذا ينتج:

$$\oint E \cos \theta dS = \int E \cos \theta dS_1 + \int E \cos \theta dS_2 + \int E \cos \theta dS_3$$

ثم نجد التكامل لكل سطح من السطوح الثلاثة. لنبدأ بالسطح S_3 حيث ينطبق شعاع الحقل مع شعاع السطح (كما هو مبين في الشكل I-31)، أي ان الزاوية θ تساوي صفرا. لذا:

$$\int E \cos \theta dS_3 = \int E \cos 0 dS_3 = E \int dS_3$$

أخرجت E خارج علامة التكامل لان قيمتها ثابتة لجميع نقاط هذا السطح الذي يقع على بعد ثابت قدره a من الشحنة الخطية. لكن الكمية $\int dS_3$ تساوي مساحة السطح S_3 وتساوي $2\pi ah$ فينتج:

$$\int E \cos \theta dS_3 = E(2\pi ah)$$

نأخذ السطح S_1 فنجد ان العمود المقام عليه يصنع زاوية قدرها تسعين درجة مع الحقل، وهذا يعني ان $\theta = 90^\circ$ لذا

$$\int E \cos \theta dS_1 = \int E \cos 90^\circ dS_1 = 0$$

كما نحصل على النتيجة نفسها للتكامل السطحي للسطح S_2 الذي يوازي الحقل كذلك

$$\int E \cos \theta dS_2 = \int E \cos 90^\circ dS_2 = 0$$

وبهذا نحصل على:

$$\oint E \cos \theta dS = 2\pi ahE$$

والان لم يبقى سوى حساب قيمة الشحنة المحتواة داخل سطح غوص، لكي نتمكن من تطبيق نظرية غوص ونحسب شدة الحقل E . لدينا طول الجزء من الشحنة الذي يقع داخل سطح قوص يساوي h وكثافة الشحنة الخطية λ لذا ينتج:

$$q = \lambda h$$

وأخيرا نطبق نظرية غوص:

$$\oint E \cos \theta dS = \frac{q}{\epsilon_0}$$

فنحصل على:

$$2\pi ahE = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}$$

ومن هذه المعادلة نجد مقدار شدة الحقل:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi a \epsilon_0}$$

وهي نفس النتيجة التي حصلنا عليها (المعادلة I-35) بطريقة التكامل ويلاحظ ان حل هذه المسألة بتطبيق نظرية غوص هو ابسط بكثير من طريقة التكامل.

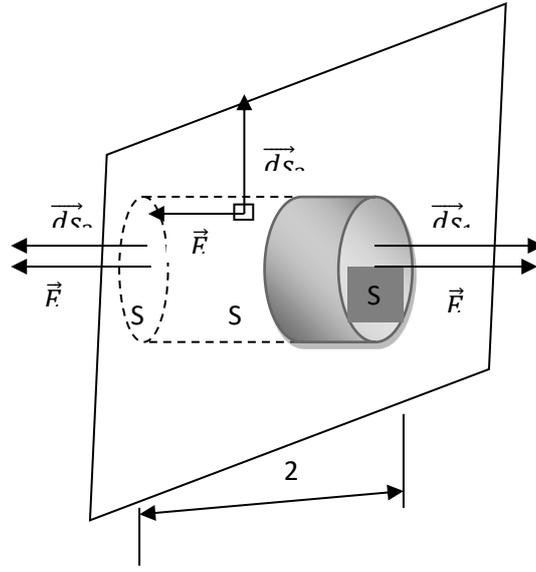
ب- الحقل الناشئ عن شحنة موزعة بشكل صفيحة مستوية (مستوي لانهايي)

يبين الشكل I-32 جزء من صفيحة رقيقة ومستوية ولانهائية من الشحنات الموجبة موزعة بانتظام بكثافة سطحية قدرها σ والمطلوب ايجاد شدة الحقل عند نقطة تبعد مسافة صغيرة قدرها a عن مستوى الشحنة. نختار سطحاً غوصياً مناسباً لهذه الحالة وهو عبارة عن اسطوانة مساحة مقطعها S وارتفاعها h . توضع كما هو مبين في الشكل المذكور سابقاً بحيث يكون محور الاسطوانة عمودياً على مستوى الشحنة. ومن التناظر يتضح ان اتجاه الحقل يكون عمودياً على مستوى الشحنة ومبتعداً عنه. كما أن مقداره متساوياً على جهتي المستوي ولحساب التدفق خلال سطح قوص نقسمه إلى ثلاث أقسام، السطح الاسطواني (الجانبى) (S_3) والقاعدة العلوية (S_1) والقاعدة السفلية (S_2) ثم نحسب التدفق خلال كل من هذه السطوح. أولاً: التدفق عبر السطح S_1 الذي هو $+ES_1$ حيث S مساحة القاعدة العلوية للأسطوانة.

ثانياً: التدفق عبر السطح S_2 الذي هو $+ES_2$ حيث S مساحة القاعدة السفلية للأسطوانة، لأنه بالتناظر يكون الحقل مساوياً

في القيمة ومعاكساً في الاتجاه، عند نقطتين تبعدان بنفس المسافة من جانبي المستوى.

ثالثاً: التدفق عبر السطح الجانبى للأسطوانة، يكون معدوماً، نظراً لتوازي الحقل الكهربائي مع هذا السطح.



الشكل-I-32: صفيحة مستوية مشحونة مساحتها غير محدودة

إذن يكون التدفق الكلي: $2ES = \phi = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3$
 وتكون الشحنة داخل هذا السطح الاسطواني محمولة بالمساحة المظللة من المستوي وقيمتها $q = \sigma S$
 وبتطبيق نظرية غوص، نحصل على: $2ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$

ومنه

66-I
$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

يتبين من هذه النتيجة ان الحقل الكهربائي مستقل عن المسافة التي تبعد عن المستوي، وبالتالي فهو منتظم.

حساب الكمون:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V$$

$$\Rightarrow V(r) = - \int E dr$$

$$= - \int \frac{\sigma}{2\epsilon_0} dr$$

67-I

$$V(r) = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} r + Cte$$

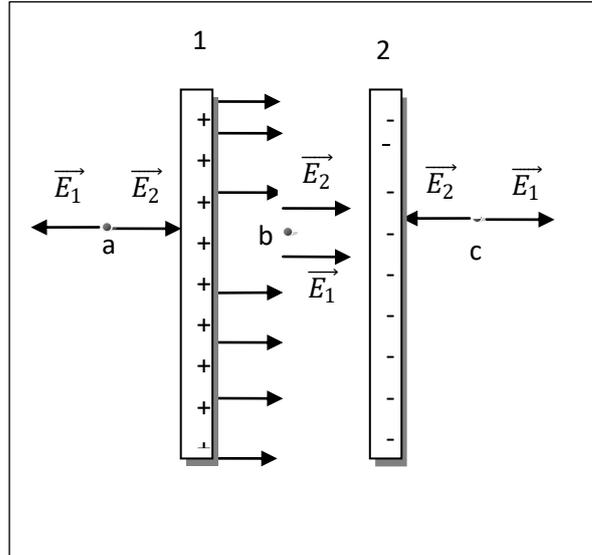
بما أن الحقل الكهربائي قيمة ثابتة مهما يكون الموضع بالنسبة للمستوي فان مستويات سطوح تساوي الكمون عبارة عن مستويات متوازية للمستوي المشحون، ومتساوية البعد.

ج-الحقل الناشئ بين صفيحتين متقاربتين مشحونتين

يمثل الشكل-I-33 صفيحتين متوازيتين لهما الخواص نفسها من حيث الطول والمادة والسمك وأعطيت لكل منها الشحنة نفسها ولكنها سالبة على إحداها وموجبة على الأخرى، وباعتبار أن المسافة بين الشحنتين على سطحي الصفيحتين المتقابلتين مهملة بالنسبة لطولهما تكون شدة الحقل في أي نقطة خارج أو داخل

الصفيحتين عبارة عن محصلة الحقلين للصفيحتين E_1 و E_2

$$E = E_1 + E_2$$



الشكل I-33: صفيحتين مشحونتين متقاربتين

فمثلا عند النقطتين a و c مثلا تكون المركبات E_1 و E_2 متساويان في القيمة ومتعاكسين في الاتجاه أي عند كل نقطة من هذه النقط الخارجية يكون الحقل معدوما $E=0$ بينما عند نقطة ما بين الصفيحتين مثلا b تكون المحصلة:

$$E = E_1 + E_2$$

$$E_1 = E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

وبالتالي:

68-I

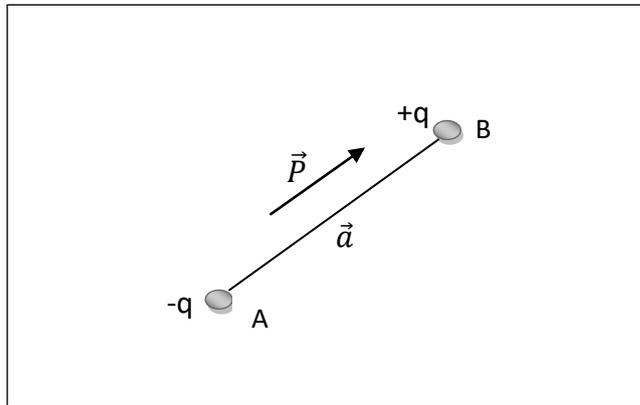
$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

أي شدة الحقل الكهربائي عند أي نقطة بين الصفيحتين تعتمد على كثافة الشحنة فقط.

الحقل الكهربائي بين الصفيحتين هو حقل منتظم لذلك يعرف بأنه ذلك الحقل الذي تكون فيه خطوط القوي الكهربائية متوازية وعلى أبعاد متساوية من بعضها، أي ان شدة الحقل ثابتة ثابت مقداراً واتجاهاً في أي مكان داخل الصفيحتين.

7-I : ثنائي القطب الكهربائي *dipôle électrique*

1-7-I : تعريف : يتكون ثنائي القطب الكهربائي (*dipôle électrique*) من شحنتين متساويتين في القيمة ومتعاكستين في الإشارة أي إحداهما شحنة موجبة (+q) والأخرى سالبة (-q) وتفصل بينهما مسافة صغيرة جداً ثابتة *a*, حيث نعرف عزم ثنائي القطب الكهربائي (*moment dipolaire*) \vec{P} شدته $P=qa$ (الشكل 34-I).



الشكل 34-I: ثنائي قطب كهربائي

69-I

$$\vec{P} = q\vec{a}$$

وهو موجه من الشحنة السالبة (-q) إلى الشحنة الموجبة (+q) كما هو موضح في الشكل أعلاه.

بعض الجزيئات في الطبيعة تظهر في غياب الحقل الكهربائي الخارجي كأنها أقطاب دائمة تدعى جزيئات قطبية مثل: HCl, H_2O, CO .

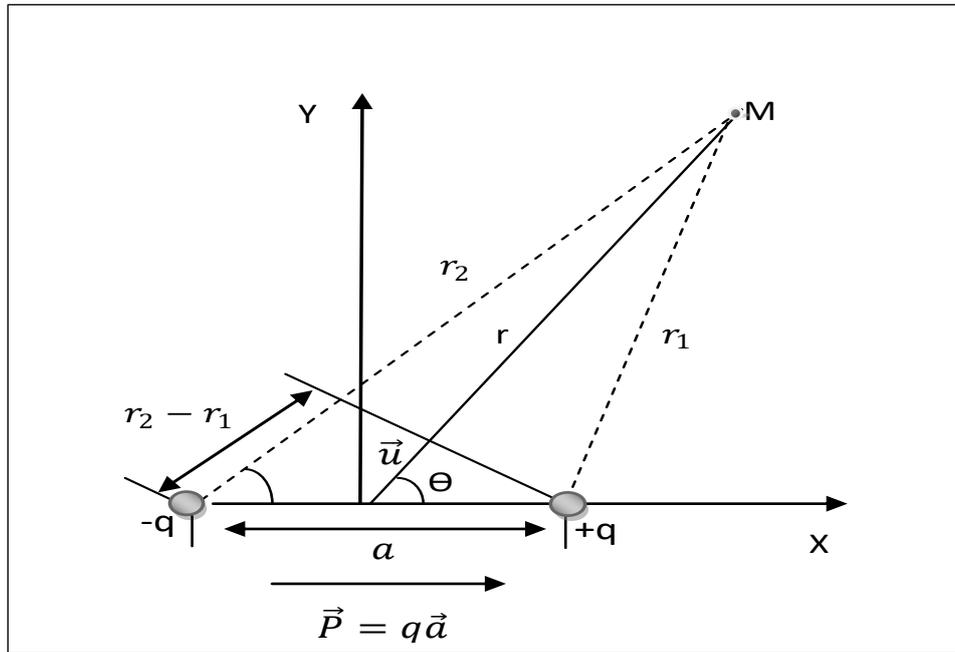
وعلى سبيل المثال هذه عزوم بعض الجزيئات القطبية

الجزيئات	SO_2	H_2S	H_2O	CO	HCl
عزمها $10^{-30} C.M$	5.3	5.3	6.2	0.40	3.43

I-6-2 : الكون والحقل الكهربائي الناشان عن ثنائي القطب الكهربائي

✚ حساب الكون لثنائي القطب الكهربائي

نريد حساب الكون الكهربائي الناتج عن الشحنتين $(+q)$ و $(-q)$ في النقطة M تبعد ب r_1 عن الشحنة $(+q)$ و ب r_2 عن الشحنة $(-q)$ والبعد a صغير جدا أمام المسافتين r_1 و r_2 كما في الشكل I-35.



الشكل I-35: حساب الكون لثنائي قطب كهربائي

$$V(M) = \sum V_i \Rightarrow V(M) = k \left[\frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2} \right] \Rightarrow V(M) = kq \cdot \frac{(r_2 - r_1)}{r_2 r_1}$$

بما أن $r \gg a$ فإن $r_1 r_2 \approx r^2$ و $r_2 - r_1 = a \cos \theta$ وعليه فإن:

70-I

$$V(M) = \frac{kqa \cos \theta}{r^2} = \frac{kP\vec{u}}{r^2} = \frac{kP\vec{r}}{r^3}$$

حساب الحقل الكهربائي لثنائي القطب الكهربائي

الحقل موجود في المستوي للشكل الموالي. نستعمل الإحداثيات القطبية (r, θ) لاستنتاج مركبات الحقل

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V \text{ الكهربائي لثنائي القطب باستعمال العلاقة}$$

يكتب شعاع الحقل \vec{E} في الإحداثيات القطبية كما يلي:

71-I

$$\vec{E} = E_r \vec{u}_r + E_\theta \vec{u}_\theta \Rightarrow \vec{E} = \vec{E}_r + \vec{E}_\theta$$

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \text{لدينا:}$$

حيث

$$\begin{cases} d\vec{l} = dl_r \vec{u}_r + dl_\theta \vec{u}_\theta \\ dl_r = dr, \quad dl_\theta = r d\theta \end{cases} \Rightarrow d\vec{l} = dr \vec{u}_r + r d\theta \vec{u}_\theta$$

و

72-I

$$dV = \frac{\partial V}{\partial r} dr + \frac{\partial V}{\partial \theta} d\theta$$

$$= -\vec{E} \cdot d\vec{l}$$

73-I

$$dV = -E_r dr - E_\theta r d\theta$$

من المعادلتين 72 و 73 نجد:

$$\begin{cases} E_r = \frac{\partial V}{\partial r} \\ E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} E_r = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{kP \cos \theta}{r^2} \right) = kP \cos \theta \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r^2} \right) = \frac{2kP \cos \theta}{r^3} \\ E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{kP \cos \theta}{r^2} \right) = -\frac{1}{r} \cdot \frac{kP}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} (\cos \theta) = \frac{kP \sin \theta}{r^3} \end{cases}$$

المركبة القطرية

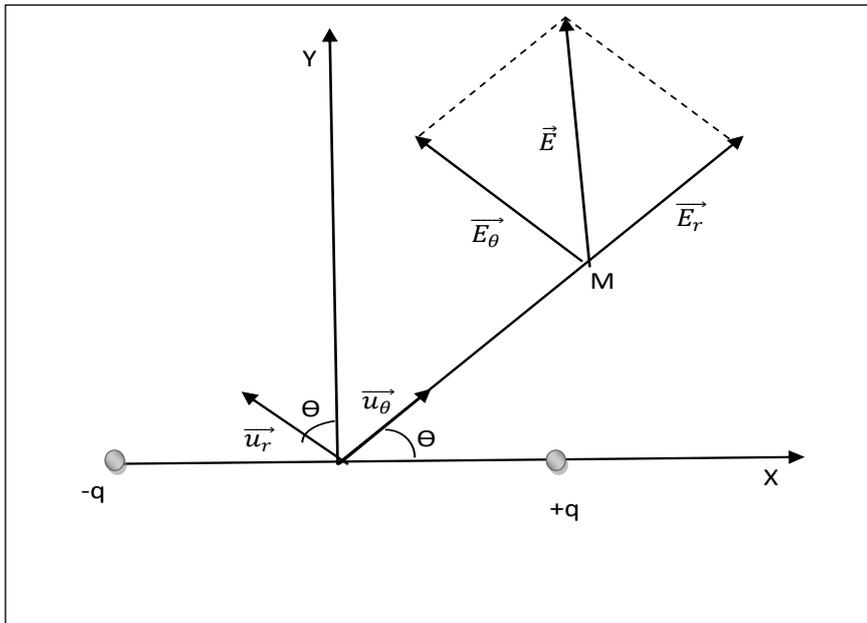
المركبة المماسية

ومنه

$$74-I \quad \vec{E} = \frac{kP}{r^3} (2 \cos \theta \vec{u}_r + \sin \theta \vec{u}_\theta)$$

طويلته:

$$75-I \quad \|\vec{E}\| = \sqrt{E_r^2 + E_\theta^2}$$



الشكل I-36: حساب الحقل لثنائي قطب كهربائي

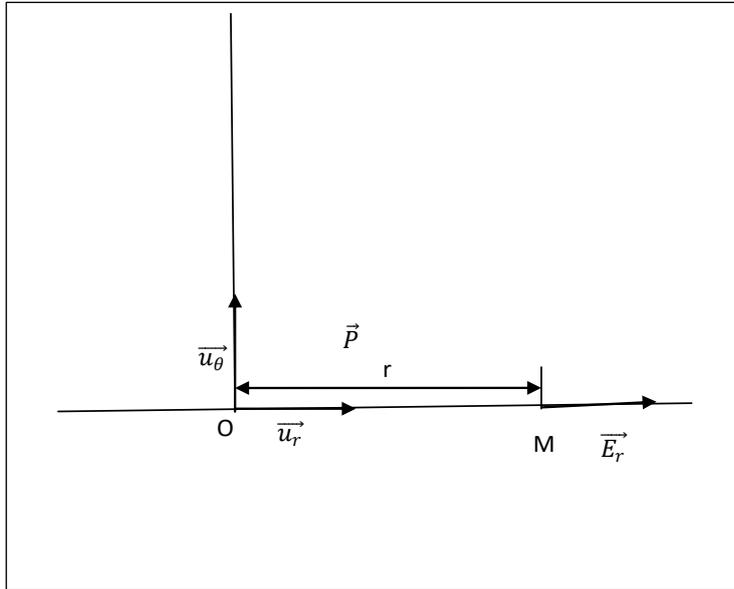
حالات خاصة

$$r \neq 0, \theta = 0 \quad \color{red}{\oplus}$$

$$\theta = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin \theta = 0 \\ \cos \theta = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_r = \frac{2kP}{r^3} \neq 0 \\ E_\theta = 0 \end{cases}$$

$$\vec{E} = E_r \vec{u}_r$$

ومنه

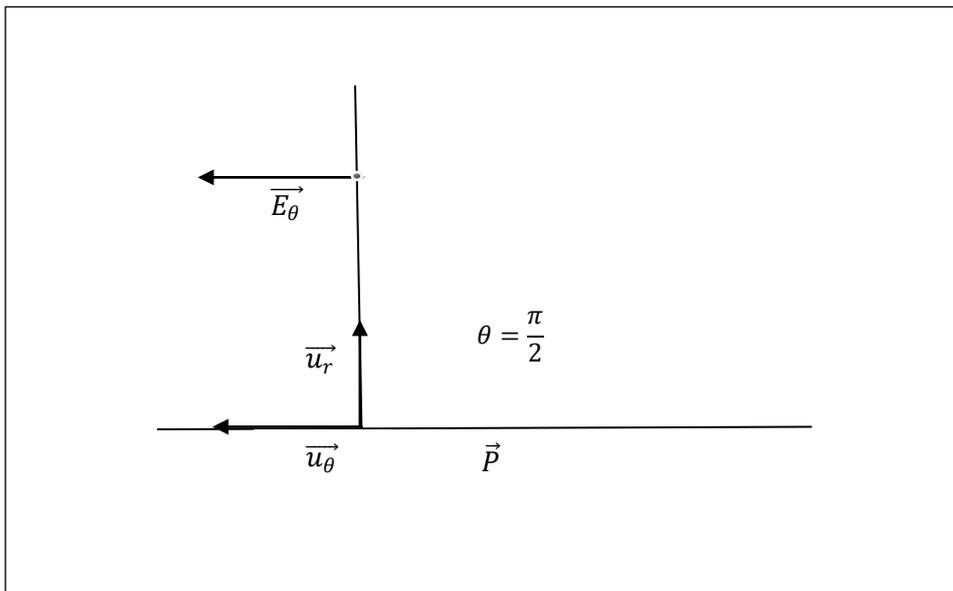


$$\theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} \sin \theta = 1 \\ \cos \theta = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_r = 0 \\ E_\theta = \frac{kP}{r^3} \end{cases}$$

$$\vec{E} = E_\theta \vec{u}_\theta$$

ومنه



3-6-I : تأثيرا لحقل الكهربائي الخارجي على ثنائي القطب

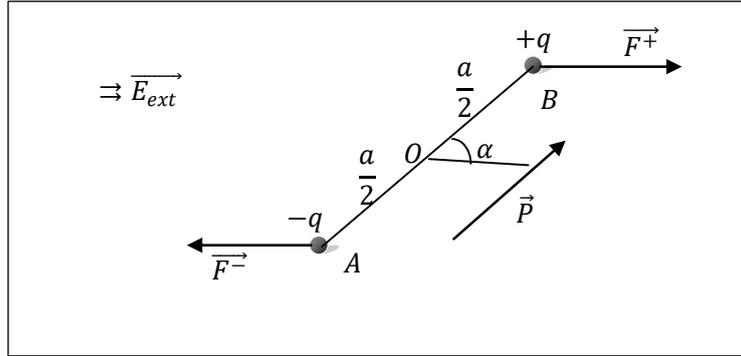
ليكن ثنائي القطب في وجود حقل كهربائي خارجي منتظم \vec{E}_{ext} ، تتأثر شحنتا ثنائي القطب بمزدوجة (\vec{F}^-, \vec{F}^+) تسعى إلى تدويره حول مركزه « O » (بمعنى في اتجاه الحقل الكهربائي) إلى أن يشغل موضع التوازن، عزم هذه مزدوجة هذه القوى التي تؤثر على الشحنتين كما في الشكل I-37.

$$L = Fd = qEa \sin \alpha = PE \sin \alpha$$

حيث:

$d = a \sin \alpha$ يمثل ذراع المزدوجة، α الزاوية المحصورة بين ثنائي القطب وخطوط الحقل

الكهربائي و $P=qa$ ، عزم ثنائي القطب.



الشكل I-37: عزم مزدوجة ثنائي قطب كهربائي

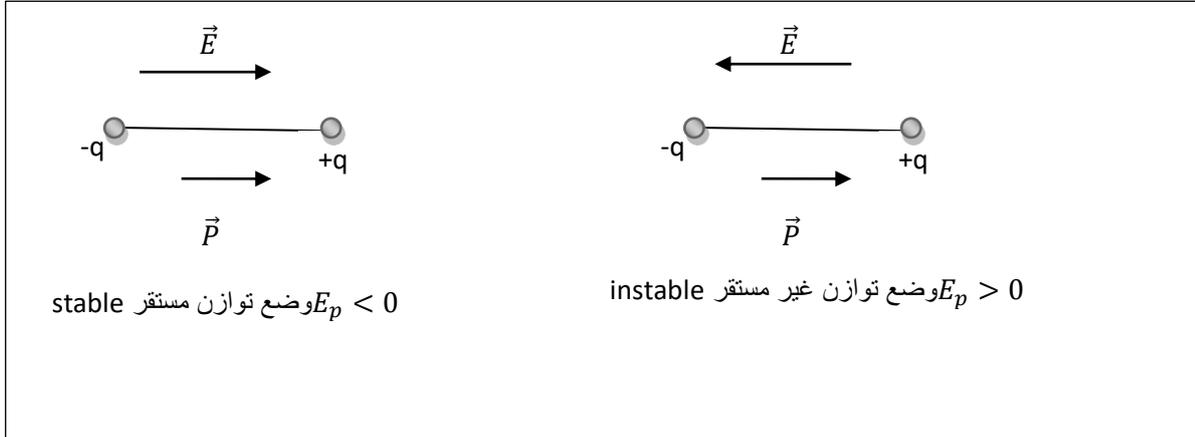
علاقة متجه مزدوجة العزم هي:

$$\begin{aligned} \vec{L} &= \vec{L}^+ + \vec{L}^- = \frac{\vec{a}}{2} \wedge \vec{F}^+ - \frac{\vec{a}}{2} \wedge \vec{F}^- \\ &= \frac{\vec{a}}{2} \wedge (q\vec{E}_{ext} + q\vec{E}_{ext}) \\ \vec{L} &= q\vec{a} \wedge \vec{E}_{ext} \end{aligned}$$

76-I

$$\vec{L} = \vec{P} \wedge \vec{E}_{ext}$$

تتوافق مواضع الاتزان لثنائي القطب مع $\alpha = 0$ او $\alpha = \pi$ حيث يكون عزم ثنائي القطب متواز مع خطوط الحقل كما في الشكل اسفله.



الشكل I-38: مواضع توازن ثنائي القطب الكهربائي

يمكن أن يتأرجح ثنائي القطب المهجور بمفرده حول موضع الاتزان الخاص به، فيعطى عزم المزدوجة L في التقريب الخاص للاهتزازات (الذبذبات) الصغيرة بالعلاقة:

77-I $L = PE\alpha$

الطاقة الكامنة لثنائي قطب موضوع في حقل ثابت

لنحسب الطاقة الكامنة الكهروستاتيكية للتفاعل بين ثنائي القطب والحقل الخارجي (لا نقصد به الطاقة بين الشحنتين (+q) و(-q) لثنائي القطب نفسه) نعتبر ثنائي القطب كنظام واحد مكون من شحنة سالبة في النقطة A وشحنة موجبة في النقطة B

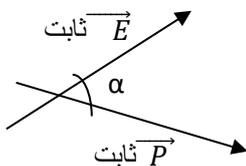
$$E_p = -qV_{ext}(A) + qV_{ext}(B) = q(V_{ext}(B) - V_{ext}(A)) = q \int_A^B dV$$

$$= -q \int_A^B \vec{E}_{ext} \cdot d\vec{r} = -q \vec{E}_{ext} \cdot \vec{AB} = -q \vec{AB} \cdot \vec{E}_{ext}$$

78-I $E_p = -\vec{P} \cdot \vec{E}_{ext} \iff$

دراسة استقرار ثنائي القطب الكهربائي

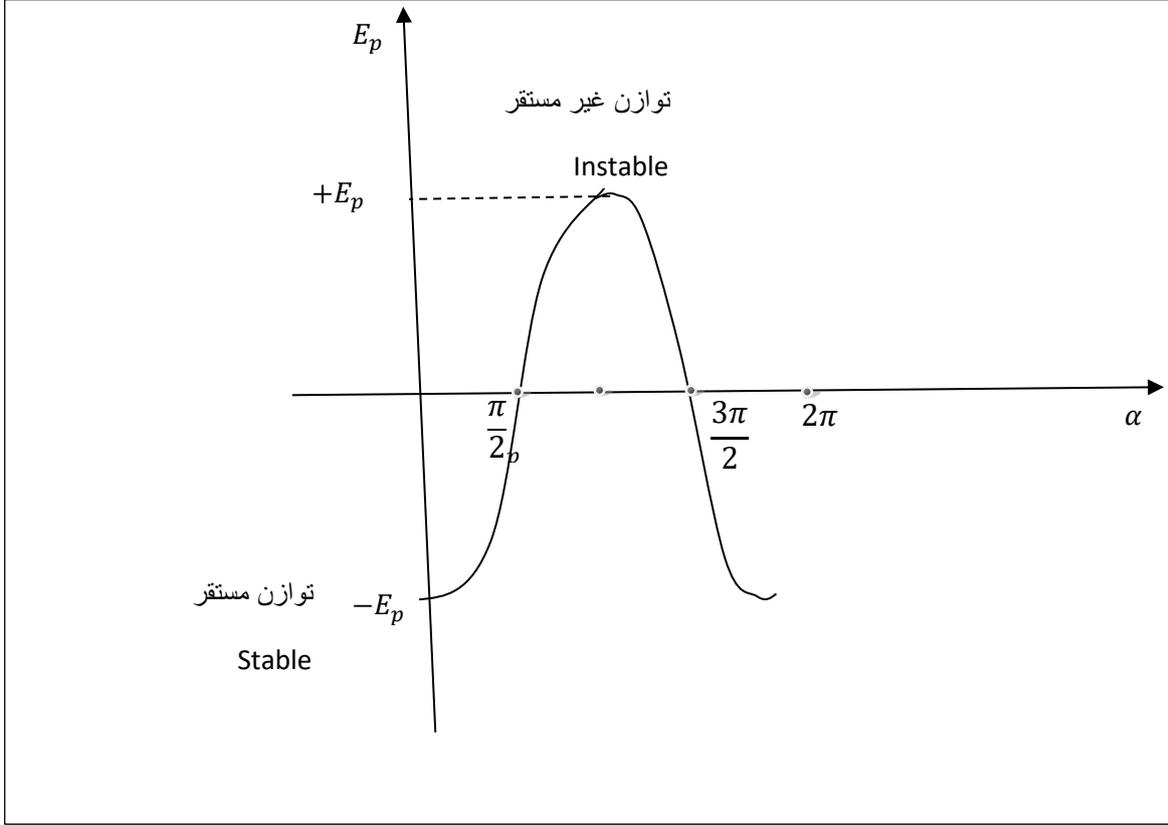
لدينا:



$$E_p = -\vec{P} \cdot \vec{E}_{ext}$$

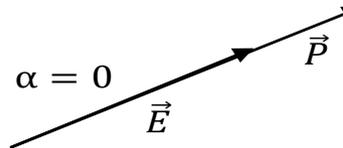
$$= -EP \cos \alpha$$

2π	$\frac{3\pi}{2}$	π	$\frac{\pi}{2}$	0	α
$-E_p$	0	E_p	0	$-E_p$	E_p



الشكل I-39: استقرار ثنائي القطب الكهربائي

يكون ثنائي القطب الكهربائي \vec{P} مستقر لما تكون له أقل قيمة ل E_p أي أن $E_p = -E \cdot P$ بمعنى $(\alpha=0)$ سوف يدور ثنائي القطب الكهربائي \vec{P} حتى تساوي α الصفر أي ينطبق ثنائي القطب الكهربائي \vec{P} مع \vec{E} كما في الشكل اسفله



تمارين الفصل الأول : الكهرباء الساكنة

تمرين 01:

احسب الحقل الكهربائي $E(x)$ عند النقطة $M(x)$ من مستقيم يحمل شحنتين $+q$ و $-q$ تفصلهما مسافة $2a$.

استنتج $E(0)$ و ارسم بيانيا $E(x)$ ؟

تمرين 02:

تبعد شحنتان نقطيتان $q_1=40.10^{-19}C$ و $q_2=30.10^{-19}C$ عن بعضهما بمسافة $A_1A_2=10cm$ احسب الكمون:

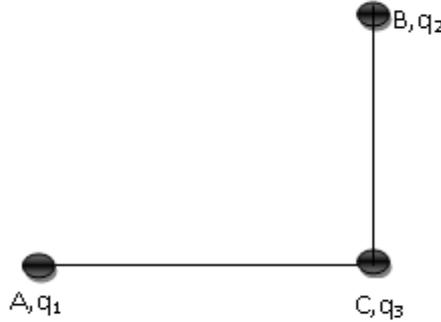
- في النقطة A الموجودة في منتصف A_1A_2 ؟

- في النقطة B التي تبعد عن q_2 بمسافة $A_2B = 6 cm$ وعن q_1 بمسافة $A_1B = 8 cm$.

احسب الحقل الكهربائي في النقطتين A و B ؟

تمرين 03:

نضع عند النقاط A, B, C على التوالي الشحنات q_1 , q_2 , و q_3 حيث $q_1=1.5.10^{-3}C$, $q_2=-0,5.10^{-3}C$ و $q_3=0,2.10^{-3}C$ مواضع الشحنات الكهربائية موضحة في الشكل المقابل حيث $AC=1,2m$ و $BC=0.5m$.



احسب القوة الكهروستاتيكية المؤثرة على الشحنة q_3 ؟.

احسب الحقل والكمون الكهربائيين الناتجين عن q_1 و q_2 عند النقطة C ؟

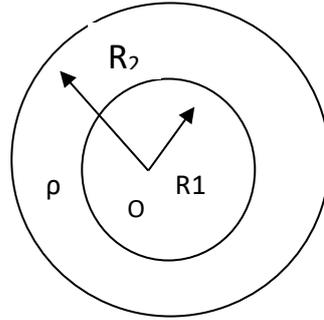
احسب الطاقة الكامنة للشحنة q_3 ؟

تمرين 04:

نصف كرة مركزها O ونصف قطرها R تحمل شحنة موزعة سطحيا σ احسب الحقل الكهربائي عند مركز هذه الكرة ؟.

تمرين 05:

اوجد باستخدام نظرية غوص الحقل والكمون الكهربائيين في جميع نقاط الفضاء الناتجين عن شحنات موزعة بانتظام وبكثافة حجمية ρ بين كرتين لهما نفس المركز O ونصف قطريهما R_1 و R_2 ؟ مثل بيانيا تغيرات كل منهما؟ نعتبر الكمون الكهربائي في اللانهاية معدوما.

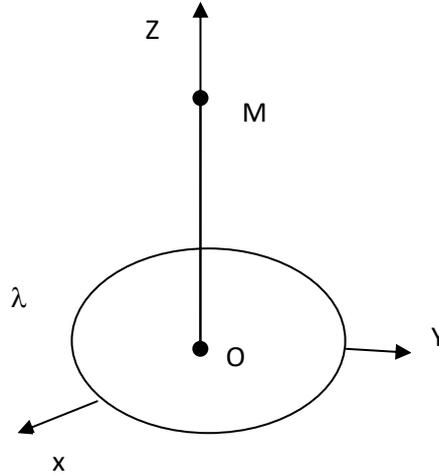


تمرين 06:

ليكن سلك ناقل دائري الشكل نصف قطره R مركزه O يحمل شحنة λ موزعة خطيا بشكل منتظم

وثابت وموجب وليكن ثنائي قطب كهربائي موجود عند النقطة M وعزمه $\vec{P} = p\vec{k}$

ماهي مواضع التوازن المستقر وغير مستقر لثنائي القطب؟



تمرين 07:

ثنائي قطب كهربائي مركزه O وعزمه \vec{p} ينشئ حقلًا كهربائيًا عند M .

1. اكتب عبارة \vec{p} باستعمال الاحداثيات القطبية (ρ, φ) حيث $\|\vec{OM}\| = \rho$ و (\vec{p}, \vec{OM}) .

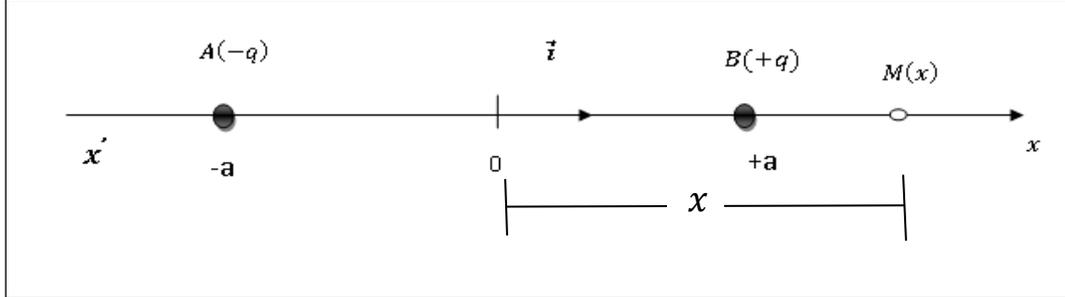
2. برهن انه يمكننا كتابة الحقل الكهربائي بالشكل التالي:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\rho^3} [3(\vec{p} \cdot \vec{u}_\rho) \cdot \vec{u}_\rho - \vec{p}]$$

حلول تمارين الفصل الأول: الكهرباء الساكنة

حل التمرين 01:

حساب الحقل الكهربائي $E(x)$ عند النقطة $M(x)$



لتكن O منتصف AB ممبدا المحور (OX) . الحقل الكهربائي عند النقطة $M(x)$ حسب مبدا التراكب (او التجميع) هو :

$$\vec{E}(x)_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(x-a)^2} (\vec{i}) \quad ; \quad \vec{E}(x)_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(-q)}{(x+a)^2} (\vec{i})$$

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$$

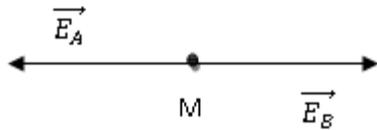
$$\vec{E}(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q}{(x-a)^2} + \frac{(-q)}{(x+a)^2} \right] \vec{i}$$

ندرس من اجل الحالة $x > 0$ فقط:

(1) عند النقطة $x = a$ الحقل الكهربائي غير معرف.

(2) $x > a$:

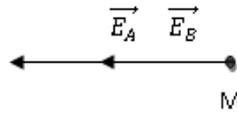
$$\vec{E}(x) = \frac{4axq}{4\pi\epsilon_0(x^2 - a^2)^2} \vec{i}$$



$0 < x < a$ (3)

$$\vec{E}(x)_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(x+a)^2} (-\vec{i}) \quad ; \quad \vec{E}(x)_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(a-x)^2} (-\vec{i})$$

$$\vec{E}(x) = \vec{E}_A + \vec{E}_B = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2(x^2 + a^2)}{(x^2 - a^2)^2} \vec{i}$$

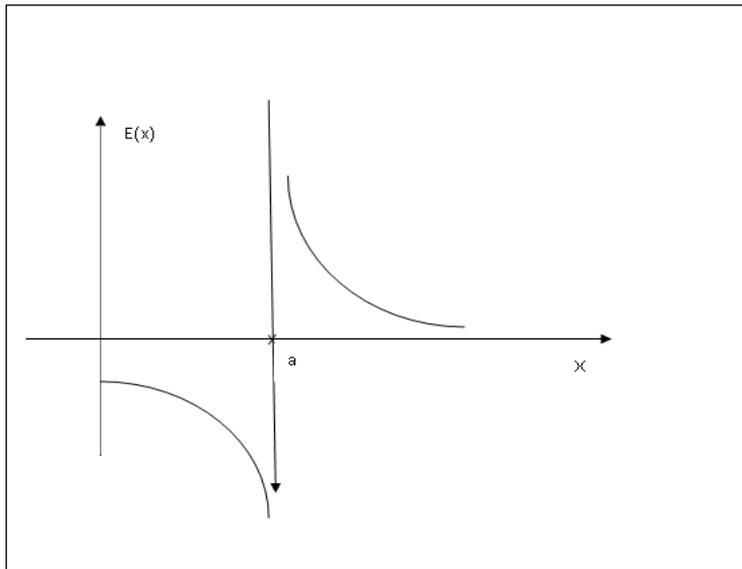


- استنتاج $E(0)$ يعني لما $x=0$

اذن لحساب $E(0)$ نعوض x ب 0 في الحالة 3.

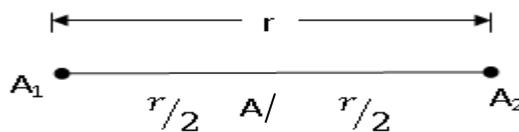
$$E(0) = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2qa^2}{a^4} = \frac{-2q}{4\pi\epsilon_0 a^2}$$

- بيان $E(x)$



حل التمرين 02 :

$$A_1 A_2 = 10 \text{ cm} , q_2 = 30 \cdot 10^{-19} \text{ C} , q_1 = 40 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$



- حساب الكمون:

(1) عند النقطة A (منتصف A_1A_2):

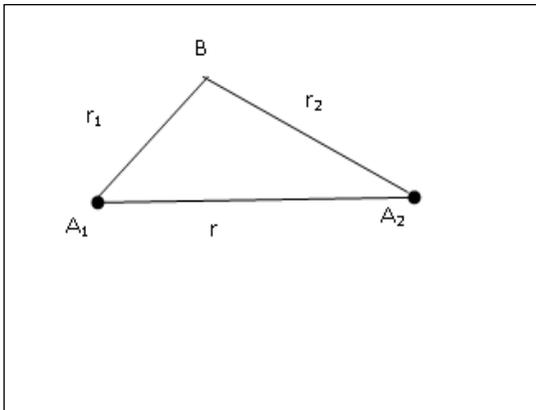
$$V_A = V(q_1) + V(q_2)$$

$$\begin{cases} V(q_1) = \frac{kq_1}{r/2} \\ V(q_2) = \frac{kq_2}{r/2} \end{cases} \Rightarrow V_A = \frac{2k(q_1 + q_2)}{r}$$

ت.ع:

$$\begin{cases} q_1 = 40 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ q_2 = 30 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ r = 10 \text{ cm} \end{cases} \rightarrow V_A = 31,5 \cdot 10^{-8} \text{ V}$$

(2) عند النقطة B:



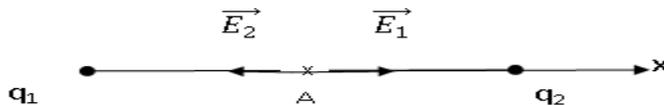
$$V_B = V(q_1) + V(q_2)$$

$$\begin{cases} V(q_1) = \frac{kq_1}{r_1} \\ V(q_2) = \frac{kq_2}{r_2} \end{cases} \Rightarrow V_B = \frac{kq_1}{r_1} + \frac{kq_2}{r_2}$$

$$\begin{cases} r_1 = A_1B = 8 \text{ cm} \\ r_2 = A_2B = 6 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow V_B = 9,34 \cdot 10^{-7} \text{ V}$$

- حساب الحقل:

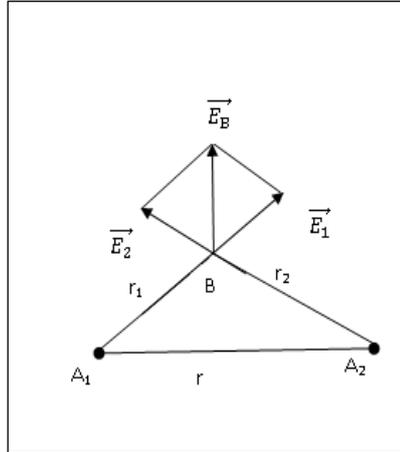
(1) في النقطة A:



$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = E_1 \vec{i} + E_2 (-\vec{i})$$

$$E_A = E_1 - E_2 = \frac{kq_1}{(r/2)^2} - \frac{kq_2}{(r/2)^2}$$

$$E_A = \frac{k}{(r/2)^2} [q_1 - q_2]$$



ت.ع:

$$E_{A=} = 3,6 \cdot 10^{-6} \text{V/m}$$

(2) ند النقطة B:

$$E_1 = \frac{q}{r_1^2} \quad ; \quad E_2 = \frac{q}{r_2^2} \quad ; \quad \vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2$$

$$r^2 = r_1^2 + r_2^2 + 2r_1r_2 \cos(\pi - \theta)$$

ت.ع:

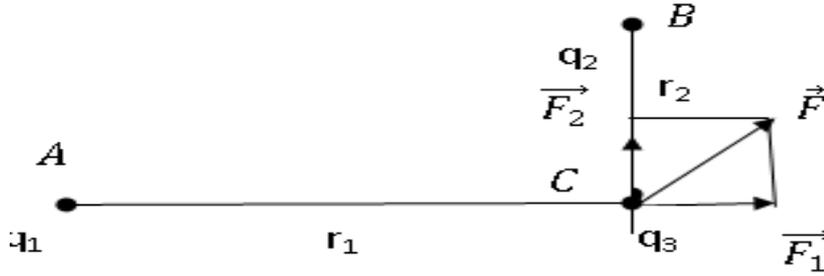
$$\cos(\pi - \theta) = \frac{r_1^2 + r_2^2 - r^2}{2r_1r_2} \quad ; \quad \cos \theta = 0,$$

$$\begin{cases} E_1 = 5,62 \cdot 10^{-6} \text{V/m} \\ E_2 = 7,5 \cdot 10^{-6} \text{V/m} \end{cases} \Rightarrow E_B = 9,37 \cdot 10^{-6} \text{V/m}$$

حل التمرين 03 :

$$q_1 = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{C}, \quad q_2 = -0,5 \cdot 10^{-3} \text{C}, \quad q_3 = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{C}$$

حيث $BC = r_2 = 0.5\text{m}$ و $AC = r_1 = 1,2\text{m}$



(1) حساب القوة \vec{F} :

$$\begin{cases} F_1 = \frac{kq_1q_3}{r_1^2} \\ F_2 = \frac{kq_2q_3}{r_2^2} \end{cases}, \quad \begin{cases} \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \\ F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \end{cases}$$

ت.ع:

$$\begin{cases} F_1 = 1,87 \cdot 10^3 \text{N} \\ F_2 = 3,6 \cdot 10^3 \text{N} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F = \sqrt{(1,87)^2 + (3,6)^2} 10^3 \text{N} \\ F = 4,06 \cdot 10^3 \text{N} \end{cases}$$

(2) حساب الحقل \vec{E} :

حسب قانون كولوم:

$$\vec{F} = q_3 \vec{E} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_3}$$

ت.ع:

$$\begin{cases} F = 4,06 \cdot 10^3 \text{N} \\ q_3 = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{C} \end{cases} \Rightarrow E = 2,03 \cdot 10^7 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

(3) حساب الكمون V عند النقطة C:

$$V = V_1 + V_2$$

$$\begin{cases} V_1 = \frac{kq_1}{r_1} \\ V_2 = \frac{kq_2}{r_2} \end{cases} \Rightarrow V = k \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right)$$

ت.ع:

$$\begin{cases} V_1 = 11,25 \cdot 10^6 V \\ V_2 = -9 \cdot 10^6 V \end{cases} \Rightarrow V = 2,25 \cdot 10^6 V$$

4) حساب الطاقة الكامنة للشحنة q_3 :

تعطى الطاقة الكامنة للشحنة q_3 عند النقطة C بالعلاقة التالية:

$$Ep = q_3 V$$

ت.ع :

$$\begin{cases} q_3 = 0,2 \cdot 10^{-3} C \\ V = 2,25 \cdot 10^6 V \end{cases} \Rightarrow Ep = 4,5 \cdot 10^2 J$$

حل التمرين 04 :

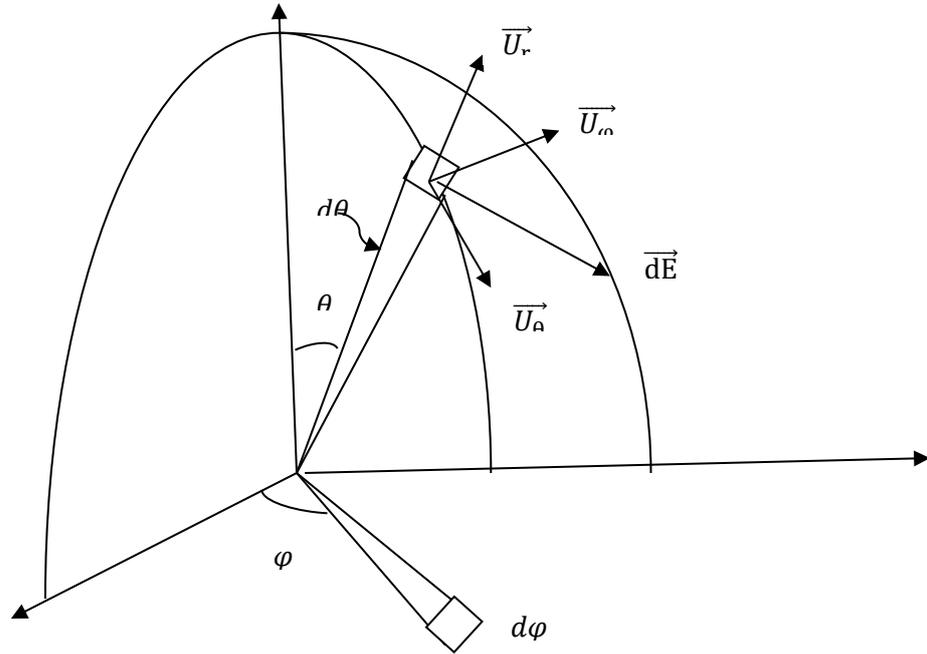
ندرس على نصف كرة و نحسب الحقل الكهربائي عند مركز هذه الكرة:

الحقل في المركز (O) يكتب:

$$\vec{E} = k \iint \frac{\sigma dS}{R^2} \vec{u}$$

حيث dS هو عنصر المساحة من نصف الكرة و $\vec{1}$ هو شعاع الوحدة في O الذي يشكل dS .

من اجل حساب \vec{E} يجب اختيار كمتغيرات الإحداثيات الكروية و dS .



\vec{E} يكون عمودي على سطح الكرة بمعنى بسبب التناظر تبقى فقط المركبة على

$$\vec{dE}_z = dE_z \vec{k} \quad / \quad dE_z = dE \cos \theta$$

$$\vec{dE}_z = -dE \cos \theta \vec{k} \quad ; \quad dS = R^2 \sin \theta d\theta d\phi$$

$$\vec{E}_z = \iint \vec{dE}_z = \iint dE_z \vec{k} = \iint dE \cos \theta \vec{k}$$

$$\vec{E} = - \iint \frac{k\sigma dS \cos \theta}{R^2} \vec{k} = - \iint \frac{k\sigma R^2 \sin \theta d\theta d\phi \cos \theta}{R^2} \vec{k}$$

$$\Rightarrow E = - \iint \frac{k\sigma R^2 \sin \theta d\theta d\phi \cos \theta}{R^2}$$

$$\Rightarrow E = -k\sigma \int_{\phi=0}^{2\pi} d\phi \int_{\theta=0}^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta d\theta$$

$$= -k\sigma [\phi]_0^{2\pi} \left[\frac{1}{2} \sin^2 \theta \right]_{\theta=0}^{\theta=\pi/2}$$

$$= -k\sigma 2\pi \left[\frac{1}{2} \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} \right) - \frac{1}{2} \sin^2(0) \right]$$

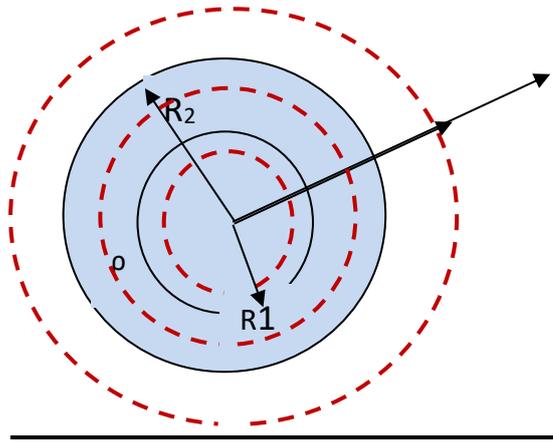
$$E = -k\sigma 2\pi \left[\frac{1}{2} \right] = -k\sigma\pi = -\pi k\sigma$$

$$\vec{E} = -\pi k\sigma \vec{k}$$

حل التمرين 05 :

$$R_1 < R_2$$

$$r \vec{J}_r$$



1. حساب الحقل والكمون الكهربائيين في كل نقطة بواسطة نظرية غوص مع اخذ الكمون في

اللانهاية معدوم.

نأخذ O مركز الكرة في الإحداثيات الكروية (r, θ, φ) بسبب التناظر الكروي في مركز التوزيع،

الحقل الناتج قطري وهو ناتج فقط عن المسافة r في O.

بتطبيق نظرية غوص لدينا ثلاث مناطق

لدينا:

$$dV = -\vec{E} \cdot \overrightarrow{MM} \quad \text{و} \quad \vec{E} = E(r)\vec{u}_r$$

$$\overrightarrow{MM} = dr\vec{u}_r + rd\theta\vec{u}_\theta + r \sin \theta d\varphi\vec{u}_\varphi \quad dV = -E(r)dr$$

مساحة غوص: عبارة عن كرة مركزها O

• من أجل $R_2 \leq r$

$$Q_{int} = \rho 4\pi(R_2^3 - R_1^3)/3$$

$$\Phi = \iint \vec{E} \cdot \vec{u}_r \cdot d^2S = E(r) \iint d^2S$$

$$\Phi = E(r)4\pi r^2$$

$$\vec{E} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0 r^2} (R_2^3 - R_1^3) \vec{u}_r, \quad dV = -\frac{\rho}{3\varepsilon_0 r^2} (R_2^3 - R_1^3) dr \quad \text{مع}$$

$$\Rightarrow V = +\frac{\rho}{3\varepsilon_0 r} (R_2^3 - R_1^3) + V_e \quad (V_e = cste)$$

بافتراض $r \sim \infty$ لما $V_e = 0$

$$r = R_2 \Rightarrow V = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \left(R_2^2 - \frac{R_1^3}{R_2} \right) \quad \text{ملاحظة:}$$

• لما $R_1 \leq r \leq R_2$

مساحة سطح غوص المساحة الكروية $S_1(0,r)$

$$E(r) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0 r^2} (r^3 - R_1^3) \Rightarrow \vec{E} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \left(r - \frac{R_1^3}{r^2} \right) \vec{u}_r$$

$$dV = \frac{-\rho}{3\varepsilon_0} \left(r - \frac{R_1^3}{r^2} \right) dr \quad \text{مع}$$

$$\Rightarrow V = \frac{-\rho}{3\varepsilon_0} \left(\frac{r^2}{2} - \frac{R_1^3}{r} \right) + V_i \quad V_i = cst$$

$$= \frac{-\rho}{3\varepsilon_0} \left(\frac{R_2^2}{2} - \frac{R_1^3}{R_2} \right) + V_i$$

$$= \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \left(R_2^2 - \frac{R_1^2}{R_2} \right) + \left(-\frac{\rho}{3\varepsilon_0} \left(\frac{R_2^2}{2} - \frac{R_2^3}{R_2} \right) \right) +$$

من قيمة الكمون المتحصل عليه لما $r=R_2$ في الدراسة السابقة

$$V = \frac{-\rho}{3\varepsilon_0} \left(\frac{r^2}{2} + \frac{R_1^2}{r} - \frac{3R_2^2}{2} \right)$$

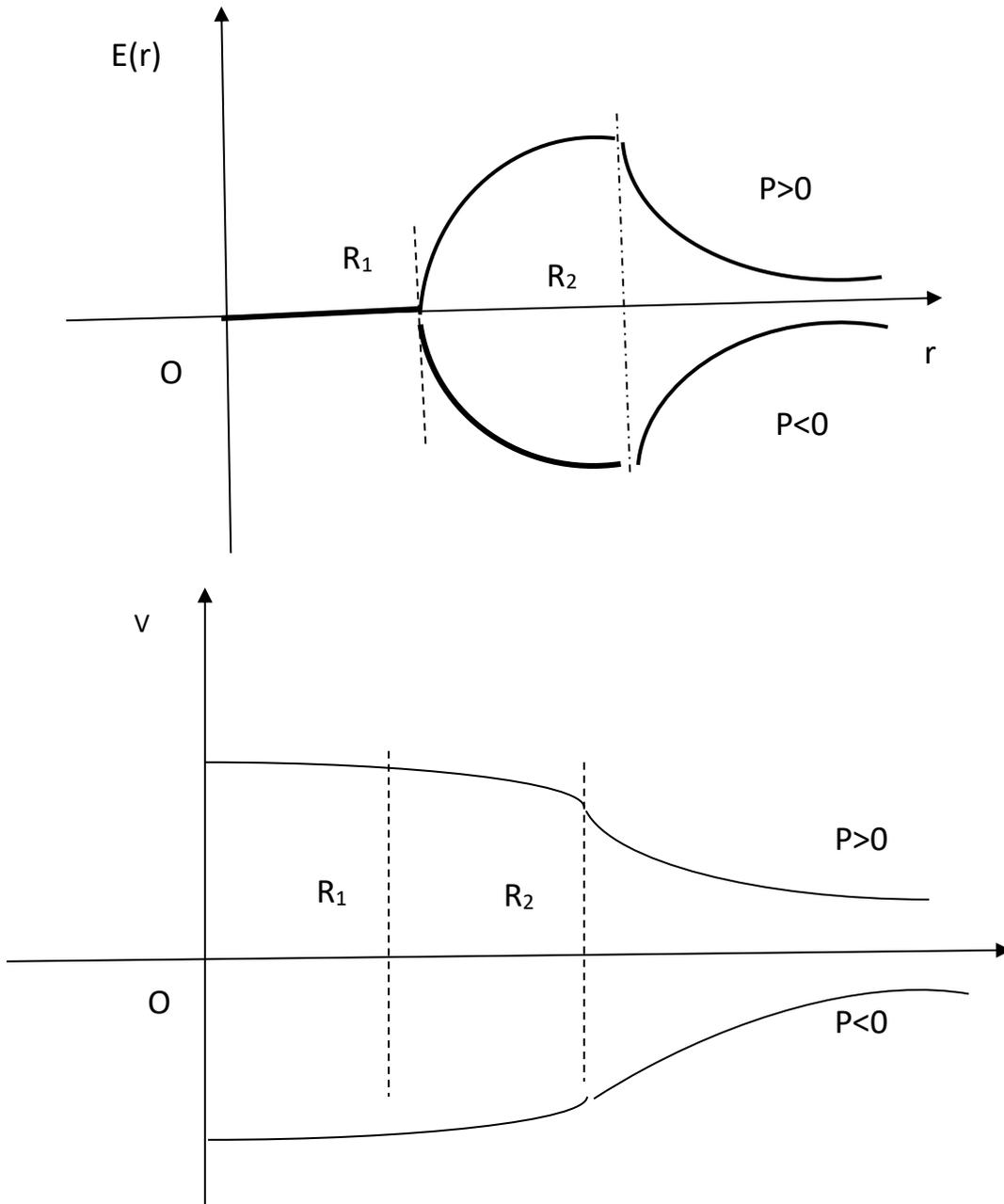
$$r = R_1 \Rightarrow V \sim \frac{-\rho}{2\varepsilon_0} (R_1^2 - R_2^2) \quad \text{ملاحظة:}$$

• لما $r \leq R_1$

التدفق عبر السطح الكروي معدوم لأن المساحة لا تحتوي على شحنات وبالتالي \vec{E} معدوم هو كذلك. هذا يؤدي إلى أن الكمون ثابت ويكون مساوي إلى القيمة التي يؤول لما $r = R_1$ وهي من الدراسة السابقة

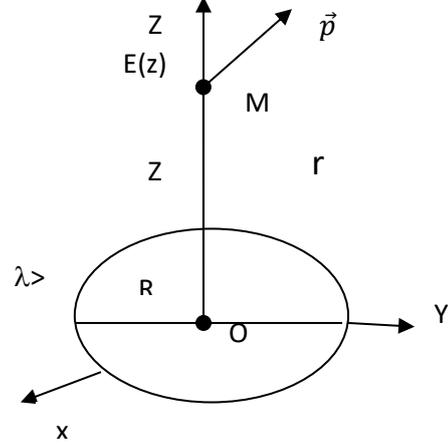
$$V = \frac{-\rho}{2\epsilon_0} (R_1^2 - R_2^2)$$

- رسم بيان تغيرات الحقل $E(r)$ والكمون $v(r)$



حل التمرين 06:

لدينا ثنائي قطب موضوع في النقطة M كما هو موضح في الشكل اسفله



➤ مواضع التوازن المستقر والغير المستقر لثنائي القطب.

- نحسب الكمون الكهربائي

$$V = \int dV = \int \frac{k dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r} \int dq$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$V = \frac{\lambda 2\pi R}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{\sigma R}{2\epsilon_0 r}$$

$$V = \frac{\lambda R}{2\epsilon_0 \sqrt{Z^2 + R^2}}$$

➤ إيجاد الحقل الكهربائي:

$$\vec{E}(z) = E(z)\vec{u}_z \quad \vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$$

$$\vec{E}(z) = -\frac{dV}{dz}\vec{u}_z = \frac{\lambda R Z}{2\epsilon_0 \sqrt{Z^2 + R^2}}$$

$$\vec{E}(z) = \frac{\lambda R Z}{2\epsilon_0 \sqrt{Z^2 + R^2}} \vec{K}$$

➤ حساب الطاقة الكامنة:

$$E_p = -\vec{E}_z \cdot \vec{P}$$

$$E_p = -\frac{\lambda PRZ}{2\varepsilon_0 \sqrt{Z^2 + R^2}}$$

لكي ندرس استقرار ثنائي القطب:

- ايجاد القوة \vec{f} :

$$\begin{aligned} \vec{f} &= -\overrightarrow{\text{grad}}E_p = -\frac{dE_p}{dz}\vec{u}_z \\ &= -\frac{\lambda PR}{2\varepsilon_0} \left[\frac{1}{\sqrt{Z^2+R^2}} - \frac{3}{2} \frac{2Z^2}{\sqrt{Z^2+R^2}^3} \right] \vec{u}_z \\ \vec{f} &= \frac{\lambda PR}{2\varepsilon_0} \left[\frac{R^2 - 2Z^2}{\sqrt{Z^2 + R^2}^3} \right] \vec{u}_z \end{aligned}$$

حتى يكون ثنائي القطب في استقرار $\vec{f} = \vec{0}$ لدينا وضعين للتوازن

$$Z^2 = \frac{R^2}{2} \Rightarrow Z = \pm \frac{R}{\sqrt{2}}$$

لدينا \vec{E} في الاتجاه الموجب ل \vec{u}_z ومنه الوضع المستقر لما $Z = +\frac{R}{\sqrt{2}}$.

(\vec{P} و \vec{E} من نفس الاتجاه، و E_p ذات قيمة صغرى)

لنا $Z = -\frac{R}{\sqrt{2}}$ توازن غير مستقر بمعنى

(\vec{P} و \vec{E} على تعاكس، و E_p ذات قيمة عظمى)

في هذه الوضعية الأخيرة إذا أزيح ثنائي القطب بزواوية صغيرة α بالنسبة للمحور OZ يتكون ثنائي العزم

$$\vec{\Gamma} = \vec{P} \wedge \vec{E}$$

يؤدي بثنائي القطب في الوضع الابتدائي ولكن في اتجاه الحقل الكهربائي (بمعنى في اتجاه الشعاع $-\vec{u}_z$)

حل التمرين 07:

لدينا ثنائي قطب كهربائي مركزه O وعزمه \vec{p} حيث $\|\vec{OM}\| = r$ والزواوية بين (\vec{p}, \vec{OM}) هي

φ

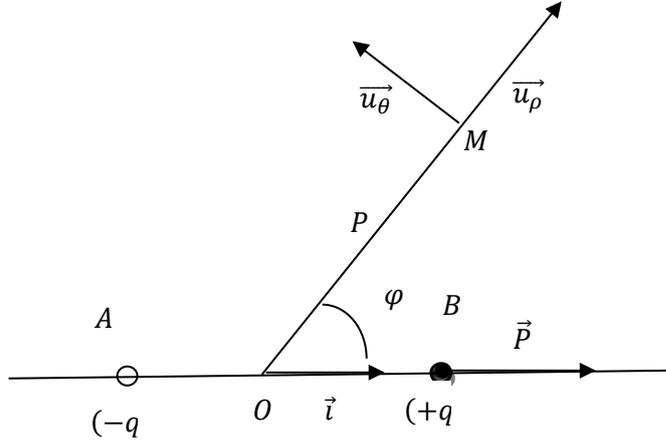
- كتابة عزم ثنائي القطب الكهربائي \vec{P} بدلالة الاحداثيات القطبية (φ, ρ)

المسافة بين الشحنتين هي $2a$, يكتب عزم ثنائي القطب الكهربائي في الاحداثيات الديكارتية بالعبارة:

$$\vec{P} = 2aq\vec{i} = p\vec{i}$$

$$\vec{i} = \cos \theta \vec{u}_\rho + \sin \theta \vec{u}_\varphi$$

$$\vec{P} = p(\cos \theta \vec{u}_\rho + \sin \theta \vec{u}_\varphi)$$



- البرهان على ان الحقل الكهربائي لثنائي القطب يكتب من الشكل:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\rho^3} [3(\vec{P} \cdot \vec{u}_\rho) \cdot \vec{u}_\rho - \vec{P}]$$

نحن نعلم انه في نقطة $M(\varphi, \rho)$ لما $P \gg a$ ثنائي القطب يشكل كمون $V = \frac{kpcos\theta}{\rho^2}$

• في الإحداثيات القطبية لدينا:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad} V = -\frac{\delta V}{\delta \rho} \vec{u}_\rho + \frac{1}{\rho} \frac{\delta V}{\delta \varphi} \vec{u}_\varphi$$

$$\begin{cases} \frac{\delta V}{\delta \rho} = kp \cos \varphi \left(-2 \frac{1}{\rho^3}\right) = \frac{-2kp \cos \varphi}{\rho^3} \\ \frac{\delta V}{\delta \varphi} = \frac{kp}{\rho^2} (-\sin \varphi) = -\frac{kp \sin \varphi}{\rho^2} \end{cases}$$

بالتعويض في عبارة الحقل نجد:

$$\vec{E} = \frac{k}{\rho^3} [2p \cos \varphi \vec{u}_\rho - p \sin \varphi \vec{u}_\varphi]$$

مع العلم ان:

$$\vec{P} = p \cos \varphi \vec{u}_\rho + p \sin \varphi \vec{u}_\varphi \Rightarrow p \sin \varphi \vec{u}_\varphi = \vec{P} - p \cos \varphi \vec{u}_\rho$$

بالتعويض بعبارة $p \sin \varphi \vec{u}_\varphi$ في عبارة الحقل الاخيرة:

$$\vec{E} = \frac{k}{\rho^3} [2p \cos \varphi \vec{u}_\rho - (\vec{P} - p \cos \varphi \vec{u}_\rho)]$$

$$\vec{E} = \frac{k}{\rho^3} [3p \cos \varphi \vec{u}_\rho - \vec{P}]$$

لدينا من الشكل ان الزاوية المحصورة بين \vec{P} وشعاع الوحدة \vec{u}_ρ هي φ ومنه يمكن كتابة:

$$\vec{P} \cdot \vec{u}_\rho = p \cos \varphi$$

بالتعويض بعبارة $p \cos \varphi$ بما يساويها في العبارة السابقة للحقل نجد:

$$\vec{E} = \frac{k}{\rho^3} [3(\vec{P} \cdot \vec{u}_\rho) \vec{u}_\rho - \vec{P}]$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\rho^3} [3(\vec{P} \cdot \vec{u}_\rho) \cdot \vec{u}_\rho - \vec{P}]$$

وهو المطلوب

الفصل الثاني النواقل



1-II تعريف الناقل الكهربائي : الناقل الكهربائي هو عبارة عن جسم يحوي على شحنات كهربائية يمكنها أن تتحرك فيه بحرية, وهناك أجسام لا تستطيع الشحنات الكهربائية التحرك فيه بحرية تسمى العوازل. وهناك مجموعة أخرى من الأجسام تستطيع نقل الشحنات ولكن بدرجة أقل من النواقل تسمى أنصاف (أشباه) النواقل.

تعريف الناقل في حالة توازن: نقول عن ناقل انه في حالة توازن كهر وساكن إذا كانت كل الشحنات المتواجدة بداخله ساكنة أي لا تخضع لأي قوة كهربائية.

2-II خواص الناقل افي حالة توازن (كهر وساكن) : يتميز الناقل الكهر وساكن في حالة توازن بمايلي :

أ- **الحقل الكهر وساكن داخل الناقل في حالة توازن يكون معدوما ($E=0$).** الشحنات الحرة داخل الناقل في حالة توازن ساكنة وبالتالي لو لم تكن كذلك لخضعت ل قوة $\vec{F} = q\vec{E}$ وبالتالي سوف تنتقل ويصبح الناقل في حالة عدم توازن ($\vec{F} = q\vec{E} = \vec{0} \Rightarrow \vec{E} = \vec{0}$).

ب- **الحقل الكهروساكن \vec{E}_{ext} يكون عموديا على سطح الناقل المتزن:** خطوط الحقل مماسيه (موازية) لشعاع الحقل وهي عمودية على سطح الناقل لأنها لو لم تكن كذلك سوف تنتقل الشحنات الحرة على سطح الناقل.

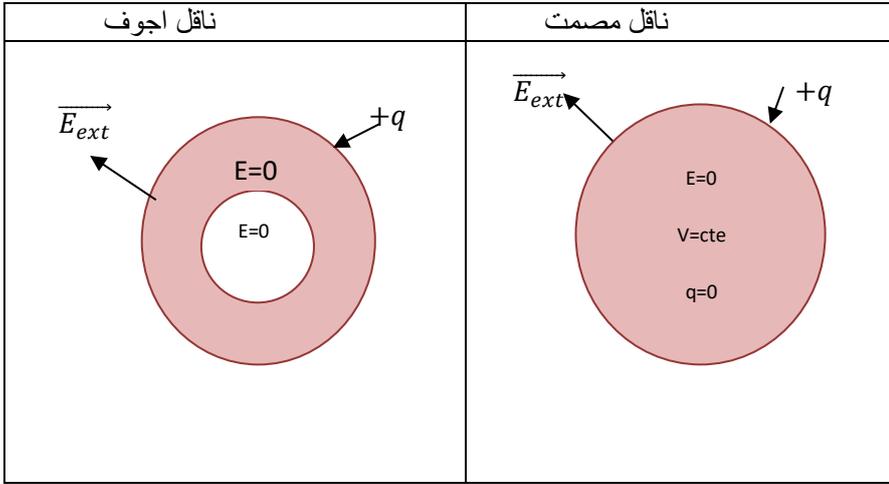
ت- **يشكل الناقل المتوازن حجما لتساوي الكمون ($V = Cte$):** إن فرق الكمون بين نقطتين داخل الناقل M و M' والمعرف بالعلاقة: $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$ أو $dV = -\vec{E} \cdot \overline{MM'}$ ويكون لدينا من اجل $V = cte \Rightarrow \vec{E} = \vec{0}$ وبما ان الكمون ثابت في كل نقطة من الناقل فان السطح الخارجي هو سطح تساوي الكمون ومنه نجد الحقل يكون عموديا على هذا السطح.

ث- **الشحنة داخل الناقل في حالة توازن معدومة وتتموضع على سطح الناقل الإضافية:** تتموضع شحنة الناقل على السطح، ينعدم الحقل الكهربائي عند كل نقطة M داخل الناقل وعليه يكون التدفق $\phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{S}$ معدوم عبر أي سطح صغير مغلق داخل الناقل ويحيط بالنقطة M وطبقا لنظرية غوص فان الشحنة داخل هذا السطح أيضا منعدمة.

وكما نعلم هناك شحنات موجبة (البروتونات) داخل الناقل الأمر الذي يستوجب افتراض وجود نفس العدد من الشحنات السالبة (الالكترونات) بحيث يكون المجموع ($\sum Q_i = 0$) إذا يتشكل الناقل من الداخل

من ذرات متعادلة حيث تتوزع الشحنات فقط على سطح الناقل إذا شحن وهذا يعني في الحقيقة إن الشحنة الكلية موزعة على السطح تشكل سمكا مكونا من بضعة طبقات من الذرات. الشحنات الكهربائية المتحركة تتراكم على السطح حتى يصبح الحقل الذي تنتجه مساويا للحقل الخارجي المطبق على هذا السطح مما يؤدي إلى حالة التوازن.

ج- يتميز الناقل الأجوف بنفس خواص الناقل المصمت.



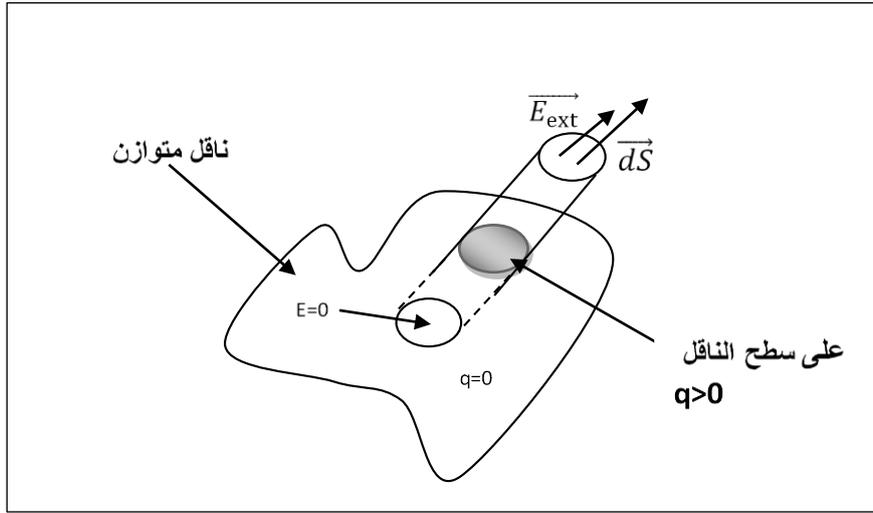
II- 3 نظرية كولوم (Théorème de coulomb)

⚡ الحقل الكهربائي بالجوار المباشر من الناقل

بتطبيق نظرية غوص: نختار سطح غوص عبارة عن اسطوانة بحيث يكون إحدى سطحها (القاعدتين) موجود خارج الناقل أما الآخر فهو داخل الناقل (انظر الشكل الشكل II-1).

نميز ثلاثة تدفقات عبر سطح غوص:

- التدفق عبر السطح الجانبي ويكون معدوما $\oint_3 (\vec{E} \cdot d\vec{S}) = 0$
- التدفق عبر القاعدة السفلية (الداخلية) $\vec{E} = \vec{0} \Rightarrow \phi_1 = 0$
- التدفق عبر القاعدة العلوية (الخارجية) $d\phi = \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot dS$



الشكل II-1: الحقل الكهربائي المباشر قرب الناقل

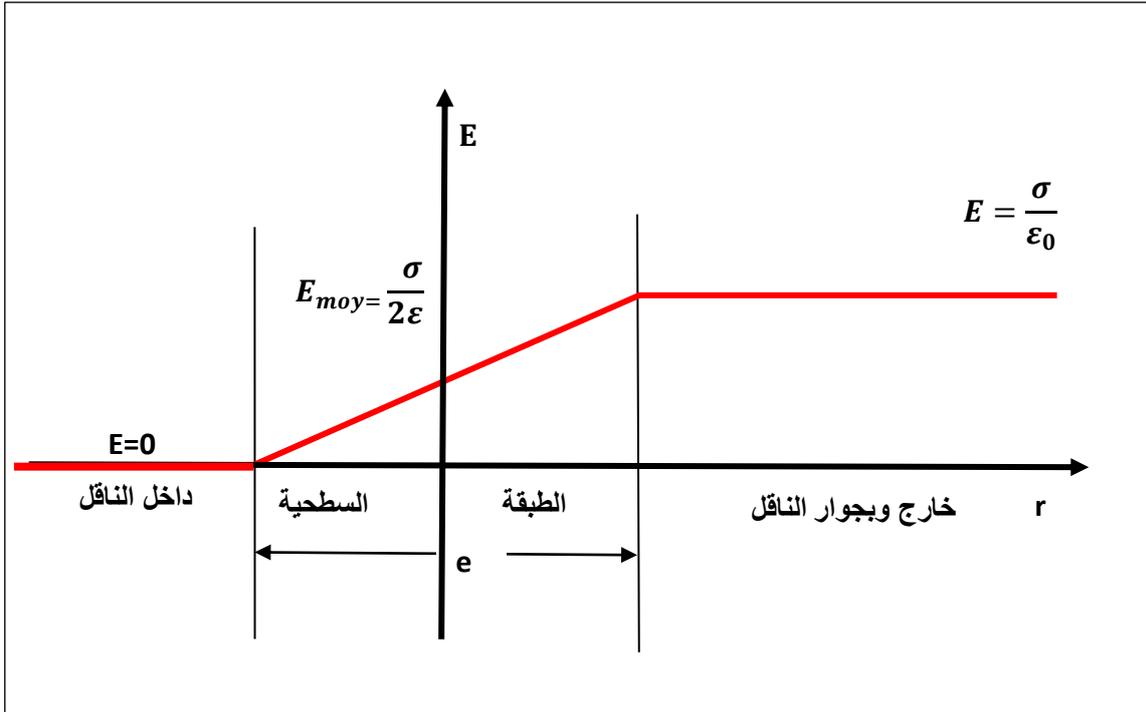
لتكن σ الكثافة الشحنية السطحية بجوار النقطة M فان الشحنة الموجودة داخل سطح غوص الاسطواني تساوي:

$$dq = \sigma dS \text{ فيصبح لدينا:}$$

$$E \cdot dS = \frac{\sigma dS}{\epsilon_0}$$

$$68-I \quad \mathbf{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad \Leftarrow$$

المعادلة السابقة تعطي العلاقة بين الحقل الكهربائي في نقطة مجاورة بالسطح وخارج الناقل بينما الحقل داخل الناقل معدوم، أما على السطح فيأخذ قيمة متوسطة E_{moy} كما هو موضح في الشكل II-2.



الشكل II-2: تغير الحقل الكهربائي عند عبور سطح الناقل

✚ نص نظرية كولوم: بجوار الناقل المتوازن، الحقل يكون عمودي على سطح الناقل وعبرة

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad \text{شدته هي:}$$

✚ مثال تطبيقي 1:

نعتبر كرة معدنية نصف قطرها R وشحنتها Q.

1. في حالة التوازن، كيف تتوزع الشحنات في الناقل؟
2. استنتج عبارة الكثافة السطحية للشحنة σ ب (cm^{-2}) .
3. كم يساوي الحقل الكهربائي داخل الناقل؟
4. بتطبيق نظرية كولوم، تحقق ان على سطح الناقل: $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^2}$.
5. باستعمال نظرية غوص بين ان شدة الحقل الكهربائي المتولد على بعد $(r \geq R)$ من مركز الناقل هي:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

الحل:

1. في حالة التوازن، تتوزع الشحنات بانتظام على سطح الناقل أي على سطح الكرة. داخل الناقل الشحنة الكلية معدومة.

2. عبارة الكثافة السطحية الشحنة:

$$\sigma = \frac{Q}{S} \quad / \quad S = 4\pi R^2 \quad \text{سطح الكرة} \quad \Leftrightarrow \quad \sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

3. في ناقل متوازن يكون الحقل الكهرو ساكن معدوماً.

4. حسب نظرية كولوم فان: $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R^2} \left(\frac{V}{m}\right)$ وهو المطلوب التحقق منه.

5. $(r \geq R)$ بتطبيق نظرية غوص نعتبر سطحاً كروياً مغلقاً نصف قطره r :

تدفق الحقل الكهرو ساكن عبر هذا السطح $\phi = ES = E4\pi r^2$ وعليه فان شدة الحقل

الكهرو ساكن الناتج على البعد r ($r \geq R$) من مركز الناقل هو: $E4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad \Leftrightarrow \quad \text{وهو المطلوب.}$$

4-II الضغط الكهرو وساكن (الكهروستاتيكي) :

تخضع الشحنات الموجودة على سطح الناقل إلى قوى التدافع المتبادل بينهما نظراً لأن هذه العناصر المتدافعة لا تستطيع مغادرة سطح الناقل، فانه تؤثر على سطحه هذا قوى ميكانيكية تحاول توسيعه. فمثلاً تتمدد كرة مطاطية بعد شحنها، نتيجة لتأثير القوى الكهربائية عليها.

ليكن $\overrightarrow{dS_{ext}}$: سطح عنصري خارجي لناقل متزن.

$$dq = \sigma dS_{ext} \quad \text{: شحنة عنصرية يحملها}$$

\overrightarrow{df} : القوة الكهروستاتيكية العنصرية المطبقة على $\overrightarrow{dS_{ext}}$

$$\overrightarrow{df} = dq \overrightarrow{E_{moy}} = \sigma dS_{ext} \cdot \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$\overrightarrow{df} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} dS_{ext} \Rightarrow \frac{\overrightarrow{df}}{dS_{ext}} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$$

1-II

$$P_e = \frac{dF}{dS}$$

$$\frac{\overrightarrow{df}}{dS_{ext}} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} = P_e = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$$

2-II

$$P_e = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} \quad \text{ومنه:}$$

✚ تعريف الضغط الكهروستاتيكي: هو القوة الكهربائية المطبقة على وحدة السطح $P_e = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$

حيث P_e مقدار سلمي ودائما موجب وحدته هي باسكال. *Pascal (Pa)* بمعنى هي القوة التي بإمكانها نزع الشحنات من الناقل.

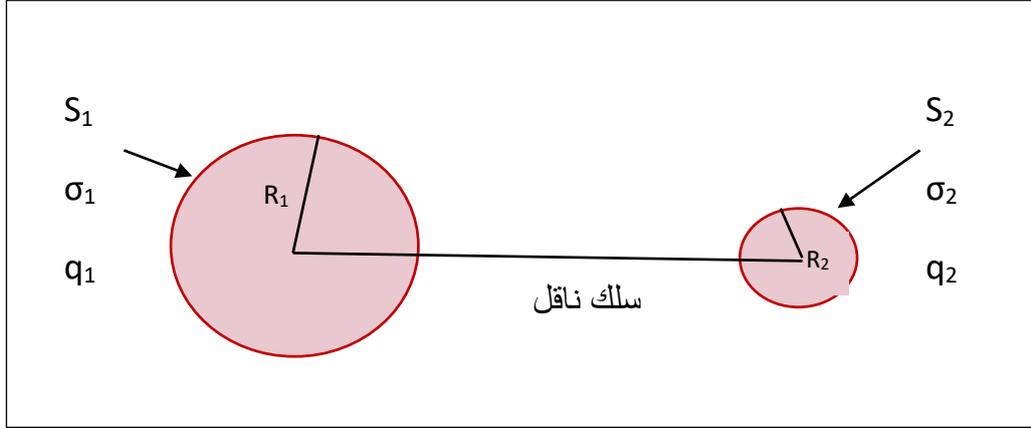
5-II قدرة السطوح الحادة (المدببة) *Pouvoir de pointes*.

تبين تجريبيا أن توزيع الشحنات على سطح الناقل لا يوافق كثافة سطحية ثابتة، بل تميل الشحنات إلى التراكم في المناطق السطحية التي يكون نصف قطر انحنائها صغيرا وتسمى هذه الظاهرة بقدرة السطوح الحادة (*Pouvoir des pointes*) وتكون الكثافة السطحية كبيرة في الأجزاء الحادة. والشيء نفسه بالنسبة لشدة الحقل الكهربائي التي تكون كبيرة بجوار الرأس الحاد. ويمثل الشكل II-3 مثال توضيحي عن ذلك. لدينا ناقلين كرويين نصفي قطريهما R_1 و R_2 حيث $(R_1 > R_2)$ موصولان بسلك ناقل ومشحونان ب q_1 و q_2 على التوالي بكثافتين σ_1 و σ_2 . في حالة التوازن الناقلان لهما نفس الكمون

$$V_1 = V_2$$

$$\frac{Kq_1}{R_1} = \frac{Kq_2}{R_2} \Rightarrow \frac{\sigma_1 4\pi R_1^2}{R_1} = \frac{\sigma_2 4\pi R_2}{R_2} \Rightarrow \sigma_1 R_1 = \sigma_2 R_2$$

$$R_1 > R_2 \Rightarrow \sigma_1 < \sigma_2$$



الشكل II-3: قدرة السطوح

الكثافة الشحنية السطحية على الكرة الصغيرة أكبر من الكثافة الشحنية السطحية على الكرة الكبيرة. الشحنة الكهربائية تكون أكبر كلما كان نصف قطر السطح أصغر ونلاحظ أن شدة الحقل الكهربائي تكون أقوى بالقرب من الكرة الصغيرة وتميل الشحنات الكهربائية إلى التراكم على السطوح الحادة $\sigma_1 < \sigma_2$ أين تكون شدة الحقل في هذه المناطق أكبر (شدة الحقل في الرؤوس الحادة أو المدببة أكثر شدة).

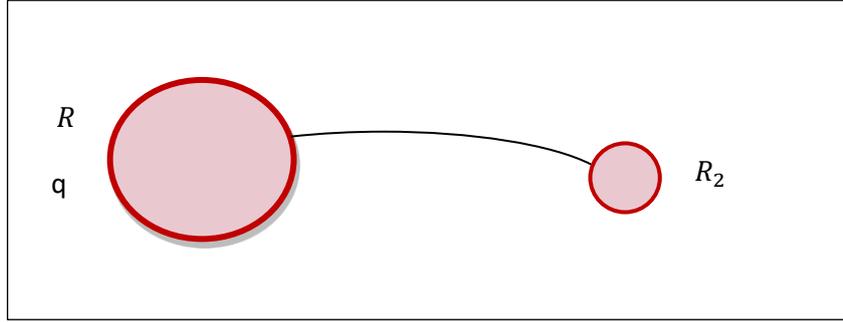
نجد بعض تطبيقات السطوح الحادة كمثال في:

- واقية الصواعق.
- الاطراف المعدنية الحادة المشدودة بأجنحة الطائرات في الفضاء.

مثال تطبيقي عن السطوح الحادة:

كرة معدنية نصف قطرها $R_1=1m$ وتحمل شحنة كهربائية اجمالية $Q=10^{-9}C$ نوصلها بواسطة سلك توصيل الى كرة نصف قطرها $R_2=0.30m$ وغير مشحونة في البداية موضوعة على مسافة كبيرة من الكرة الأولى بحيث تخضعان لنفس الكمون.

1. في التوازن ماهي قيمة الشحنة على كل كرة بعد توصيلهما مع بعض؟
2. برهن ان الكثافة السطحية الشحنية σ_1 على الكرة ($R_1=1m$) هي أصغر من الكثافة السطحية الشحنية σ_2 على الكرة ($R_2=0.30m$). على ماذا تدل هذه النتيجة؟
3. بين التالي: $\frac{E_{1surface}}{E_{2surface}} = \frac{R_2}{R_1}$ نهمل في المسألة اثر السلك.



الحل:

1. بما أن الكرتان تخضعان لنفس الكمون هذا يعني: $V_1 = V_2$

$$(1) \dots\dots\dots \frac{Q_1}{R_1} = \frac{Q_2}{R_2} \quad \Leftarrow \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{R_1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{R_2}$$

حسب مبدأ انحفاظ الشحنة لدينا:

$$(2) \dots\dots\dots Q = Q_1 + Q_2$$

من المعادلتين 1 و 2 يمكننا استنتاج شحنة كل كرة:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_1 = Q_2 \frac{R_1}{R_2} \\ Q_2 = Q - Q_1 \Rightarrow Q_2 = \frac{Q}{1 + \frac{R_1}{R_2}} \end{array} \right. \Leftarrow \begin{array}{l} Q_2 = \frac{3}{13} \cdot 10^{-9} C \\ Q_1 = \frac{10}{13} \cdot 10^{-9} C \end{array}$$

2. البرهان على أن الكثافة السطحية الشحنية σ_1 على الكرة ($R_1 = 1m$) هي أصغر من الكثافة

السطحية الشحنية σ_1 على الكرة ($R_2 = 0.30m$).

$$R_1 \sigma_1 = R_2 \sigma_2 \quad \Leftarrow \quad \frac{\sigma_1 4\pi R_1^2}{R_1} = \frac{\sigma_2 4\pi R_2^2}{R_2} \quad \Leftarrow \quad \frac{Q_1}{R_1} = \frac{Q_2}{R_2} \quad \text{لدينا :}$$

$$R_2 < R_1 \quad \Leftarrow \quad \sigma_1 < \sigma_2$$

الشحنات تميل الى التراكم على السطوح الحادة" قدرة السطوح الحادة".

3. تبين أن $\frac{E_{1surface}}{E_{2surface}} = \frac{R_1}{R_2}$ مع إهمال سمك السلك:

تطبيق نظرية غوص، يمكننا حساب الحقل الكهربائي على سطح الكرة.

$$ES = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma S}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$\left. \begin{array}{l} E_{1 surface} = \frac{\sigma_1}{\epsilon_0} \\ E_{2 surface} = \frac{\sigma_2}{\epsilon_0} \\ R_1 \sigma_1 = R_2 \sigma_2 \Rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_2}{R_1} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{E_{1 surface}}{E_{2 surface}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

6-II السعة الذاتية لناقل منفرد ومعزول في الفضاء.

تعريف: السعة الكهربائية لناقل معزول هي النسبة بين شحنته وكمونه

3-II

$$c = \frac{q}{V}$$

مثال: ناقل كروي في الفراغ، بما أن كمونه سعته $V = Kq/R$ $c = \frac{q}{V} \Rightarrow c = 4\pi\epsilon R$

ε: سماحية وناذية العازل.

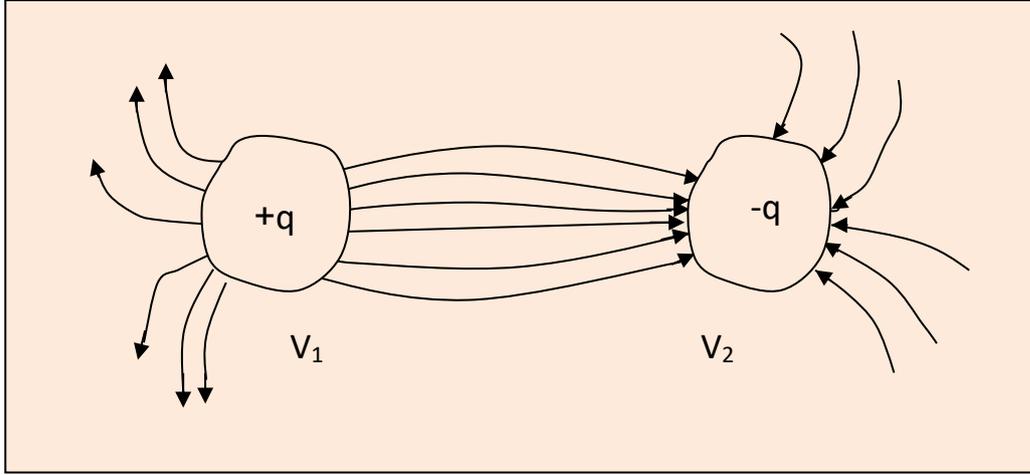
تعميم: يمكن توسيع مفهوم السعة إلى جملة نواقل (انظر الشكل 4-II)

ففي حالة ناقلين يحملان شحنتين +q و -q فرق الكمون بينهم $V = V_1 - V_2$ فان سعة الجملة هي:

$$c = \frac{q}{V_1 - V_2} = \frac{q}{V}$$

وحدة السعة: الكولوم على الفولط $(CV^{-1} = F)$ ونسميها الفاراد نسبة إلى ميكائيل فارادي (1867-

1791 Farad [F] Michael Faraday) وعموما نستعمل μF حيث $1\mu F = 10^{-6} F$.



الشكل II-4: السعة الذاتية للنواقل المنفرد والمعزول

سعة الناقل C لا تعتمد إلا على الخصائص الهندسية للناقل عند ما يكون الناقل موجودا عند كمون معين فان سعته تميز قابليته واستعداده لتخزين الشحنة الموافقة للمعادلة السابقة وهي قيمة موجبة تماما.

الفاراد هي سعة ناقل معزول والذي يحمل عند وضعه في كمون 1 فولت شحنة مقدارها 1 كولوم حيث $F=CV^{-1}$ في الواقع نتعامل في الحسابات العددية مع شحنات صغيرة جدا لذلك نحتاج إلى أجزاء الفاراد

$$1\mu F=10^{-6}F \quad \text{الميكروفاراد}$$

$$1nF=10^{-9}F \quad \text{النانوفاراد}$$

$$1pF=10^{-12}F \quad \text{البيكوفاراد}$$

مثال تطبيقي 3: حساب السعة الذاتية لكرة ناقلة ومعزولة.

لنكن كرة ناقلة نصف قطرها R مشحونة بشحنة q أي:

$$V = \frac{Kq}{R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R} \Rightarrow C = \frac{q}{V} = 4\pi\epsilon_0 R$$

نلاحظ من خلال هذا المثال أن سعة الناقل تتعلق فقط بنصف قطر الناقل الكروي أي بالشكل الهندسي فقط كما سبق الذكر.

7-II الطاقة الداخلية لناقل مشحون (ومعزول):

الطاقة الداخلية لناقل مشحون ومعزول تساوي العمل اللازم بذله لشحن الناقل. أي عملية نقل الشحنات العنصرية dq من منطقة ذات كمون معدوم ($V=0$) إلى ناقل الذي كمونه V فإن هذه الشحنة العنصرية سوف تعاني فرقا في الطاقة الكامنة.

$$E_p = \int dE_p = \int_{q=0}^q dq \cdot V = \int_{q=0}^q dq \cdot \frac{q}{C}$$

$$E_p = \frac{1}{C} \int_0^q q dq = \frac{1}{C} \left[\frac{q^2}{2} \right]_0^q$$

$$E_p = \frac{1}{2} \left(\frac{(C \cdot V)^2}{C} \right) \Rightarrow E_p = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C}$$

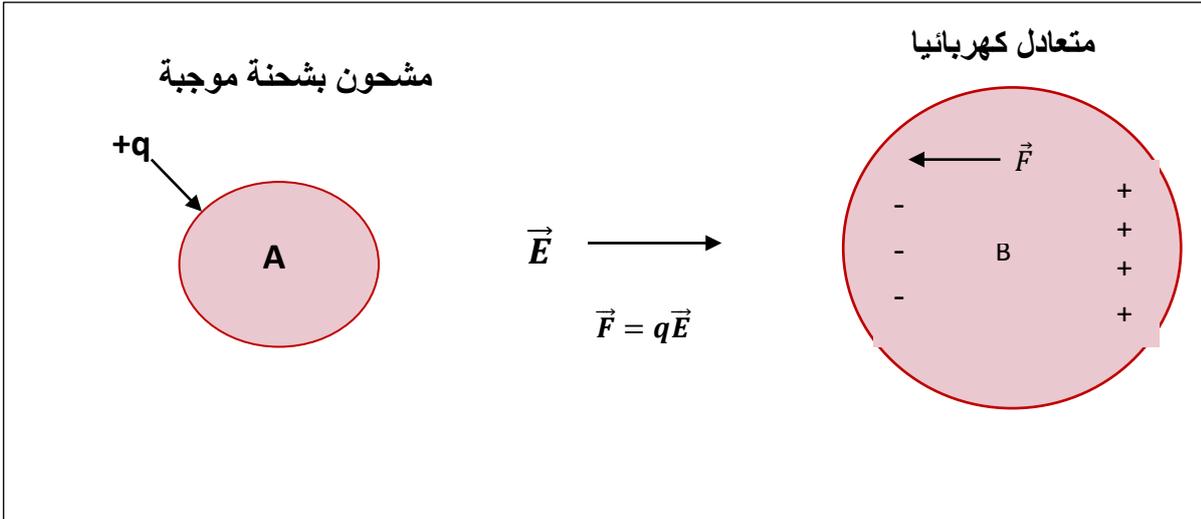
4-II

$$E_p = \frac{1}{2} C \cdot V^2 \Rightarrow E_p = \frac{1}{2} q \cdot V$$

8-II ظاهرة التأثير بين النواقل المشحونة

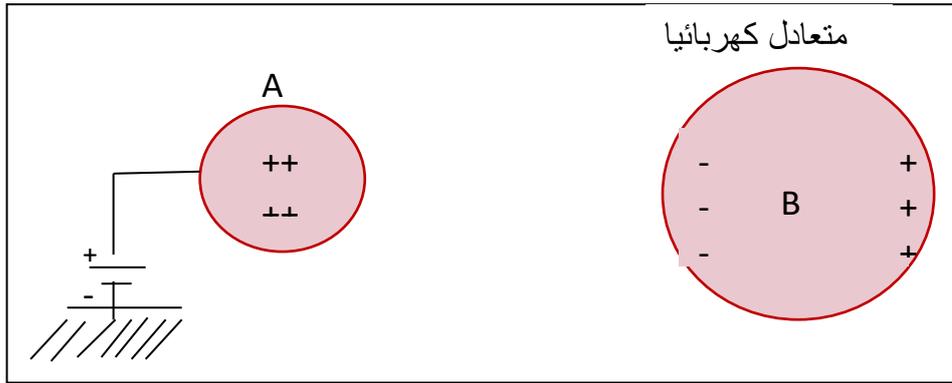
أ- التأثير الجزئي:

عندما نقرب ناقل A مشحون بشحنة موجبة إلى ناقل B متعادل كهربائيا (عدد الشحنات الموجبة يساوي عدد الشحنات السالبة) فإن A يؤثر على B بحقل كهربائي \vec{E} ومنه تتأثر الشحنات B بقوة \vec{F} ($\vec{F} = q \vec{E}$) حيث تنقل \vec{F} الشحنات السالبة إلى يسار B أي عكس \vec{E} ومنه يبقى الطرف الأيمن ل B مشحون بشحنة موجبة ويصبح B في حالة استقطاب (انظر الشكل II-5).
ملاحظة: كذلك هناك تأثير رجعي من B إلى A حيث الشحنات السالبة الموجودة في الطرف الأيسر من B تجذب أغلبية الشحنات الموجبة ل A في الجهة المقابلة لها ل B.



الشكل II-5: التأثير الجزئي بين النواقل

يمكن أن نشحن الناقل A بواسطة جهاز يدعى المولد (انظر الشكل II-6).

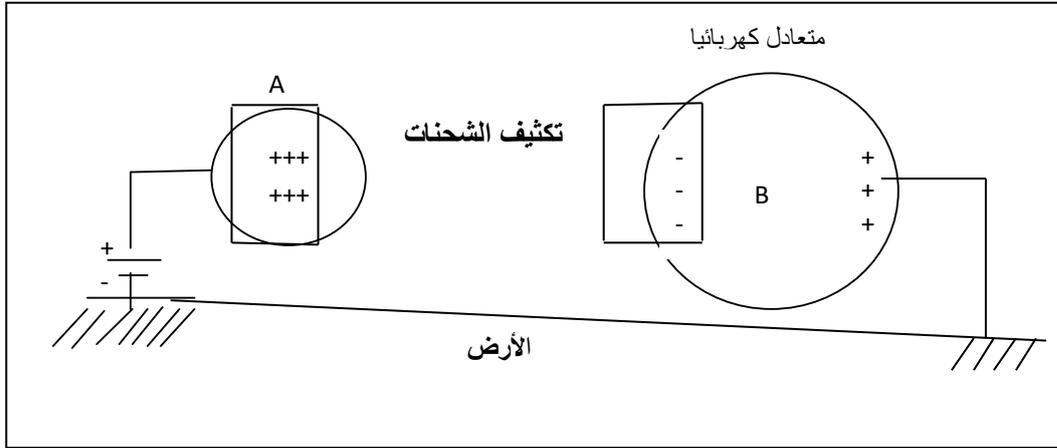


الشكل II-6: وصل الناقل A بمولد

ملاحظات:

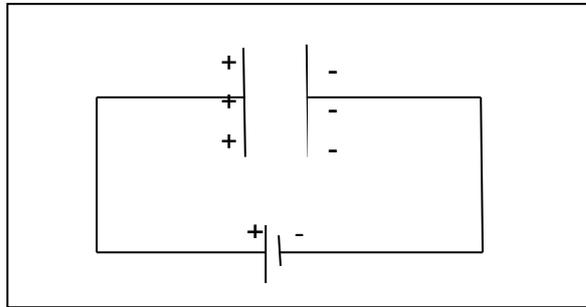
- عند تفريغ الناقل بوصله بالأرض بواسطة خيط ناقل فان هذه الطاقة الداخلية (الطاقة الكامنة) تظهر على شكل مفعول جول.
- عند شحن ناقل بواسطة مولد قوته المحركة الكهربائية V ثابتة، فان المولد يعطي طاقة مقدارها qV من اجل شحنة q وهي ضعف الطاقة المختزلة أخيرا في الناقل والنصف الآخر تحول إلى طاقة حرارية أثناء عملية نقل الشحنات.

نوصل B بالأرض (الشكل II-7):



الشكل II-7: وصل الناقل B بالأرض لتكثيف الشحنات

عند وصل B بالأرض يتم تسريب (تفريغ) الشحنات الموجبة في الأرض وعن طريق المولد تضاف إلى الناقل A ومنه يتم تكثيف الشحنات الموجبة على الناقل A والشحنات السالبة على الناقل B وفي الأخير يمثل الناقل A و B مكثفة والشكل المكافئ للشكل السابق موضح في الشكل II-8.



الشكل II-8: مكثفة مستوية



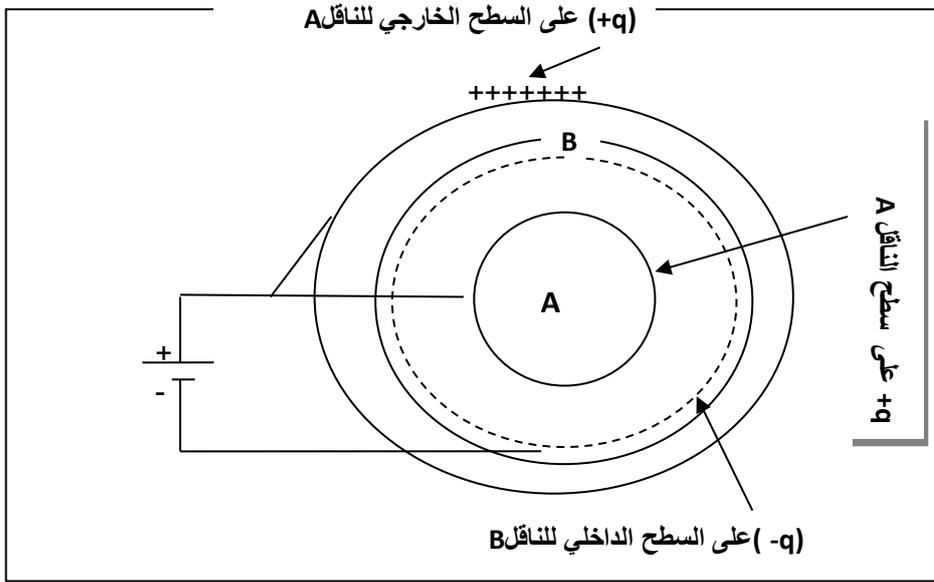
ورمز المكثفة (المكثف) هو:

ب- التأثير الكلي:

لكي نحقق التأثير الكلي بين الناقلين A و B، حيث نأخذ ناقل كروي أجوف B وفي وسط التجويف نضع ناقل آخر A.

- A متعادلا كهربائيا عندما كان معزول.
- B متعادلا كهربائيا عندما كان معزول.

إذا أخذنا ناقل كروي A مشحون بشحنة موجبة وضعناه في وسط تجويف ناقل B كان متعادلا كهربائيا فإنه يحدث استقطاب لدى الناقل B حيث في السطح الداخلي للناقل B لتتموضع الشحنات السالبة بينما تتموضع الشحنات الموجبة على السطح الخارجي (الشكل II-9).



الشكل II-9: التأثير الكلي بين النواقل

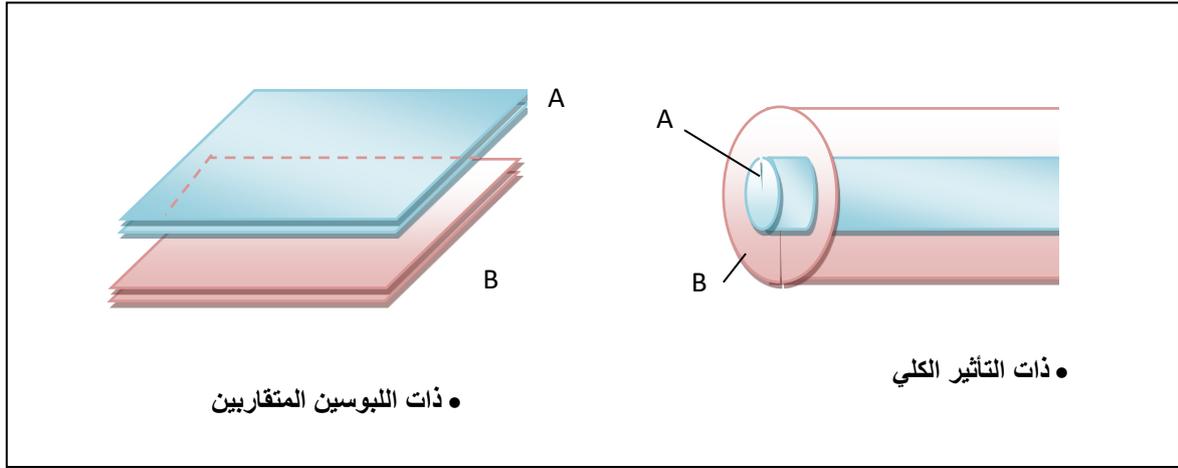
ملاحظة: بما انه تأثير كلي فان كمية الشحنات الموجبة على الناقل A تعادل كمية الشحنات السالبة على السطح الداخلي للناقل B وبما أن B متعادلا كهربائيا فان كمية الشحنات على السطح الخارجي هي نفسها على السطح الداخلي.

9- II المكثفات

9- II أ تعريف: المكثفة هي جملة ناقلين (A_1) و (A_2)، متوازيين يفصل بينهما عازل وهما تحت تأثير كهرو ساكن.

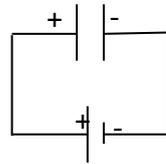
هناك نوعين من المكثفات مستوية وكروية كما هي مبينة في الشكل اسفله (الشكل II-10).

يفصل بين اللبوسين عازل دوره هو الزيادة في سعة المكثفة.
سميت المكثفة بهذا الاسم لأنها تسمح بإبراز ظاهرة تكثيف الكهرباء، أي تراكم الشحنات الكهربائية في منطقة صغيرة من الفضاء.
المكثفة المشحونة كهربائياً تخزن شحنة كهربائية. كلما كانت السعة كبيرة كلما حصلنا على شحنات كهربائية كبيرة تحت توترات منخفضة.



الشكل II-10: أنواع المكثفات

إذا ربطنا الناقل A و B بمولد فان الشحنات الموجبة الموجودة على السطح الخارجي ل B تضاف إلى A وتقابلها نفس كمية الشحنات السالبة على الناقل B.
في النهاية إذا اعتبرنا شحنة (A=+q) فان شحنة (B=-q) ومنه نسمي شحنة المكثف |Q| .



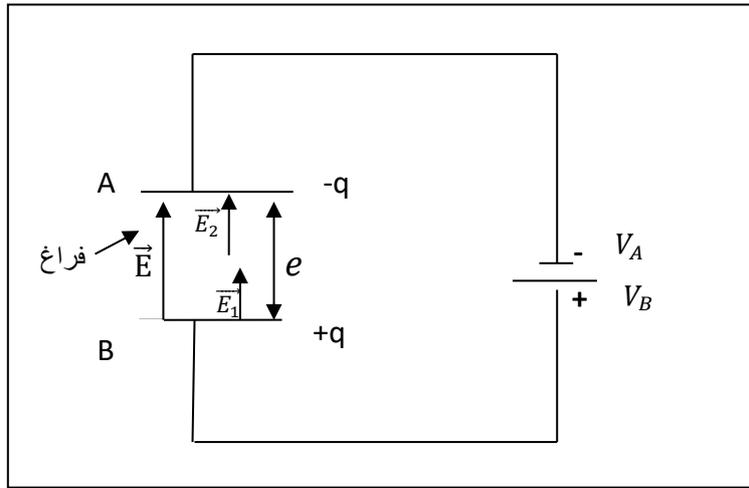
رمز المكثف

إذا كان فرق الكمون بين A و B هو V فان سعة المكثفة $C = \frac{Q}{V}$ حيث Q هي شحنة المكثفة $Q = C.V$
سعة المكثفة لا تعتمد إلا على شكل الناقلين وطبيعة الوسط الموجود بين الناقلين وهي تزداد كلما اقترب الناقلان من بعضهما.

II-9-ب أمثلة تطبيقية عن كيفية حساب سعة مكثفة

✚ مثال تطبيقي 1: حساب سعة مكثفة مستوية

1. حساب الحقل الكهربائي في كل نقطة داخل المكثفة (نظرية غوص).
2. استنتاج V بين لبوسي المكثفة $(\vec{E} = -\overrightarrow{grad} V)$.
3. إيجاد النسبة $C = \frac{Q}{V}$.



الشكل II-11: كيفية حساب سعة مكثفة مستوية.

الحل:

لحساب سعة مكثفة مستوية تتشكل من مستويين (A و B) مساحتهما S يفصل بينهما مسافة e كما هو مبين في الشكل.

أولاً: نحسب الحقل الكهربائي في كل نقطة داخل المكثفة (بين اللبوسين A و B).

الحقل الكهربائي لمستوي لا نهائي كثافته السطحية σ في أي نقطة منه يعطى بالعلاقة: $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$.

الحقل الكهربائي بين المستويين هو تركيب الحقلين الناتجين عن المستويين لا نهائين أي:

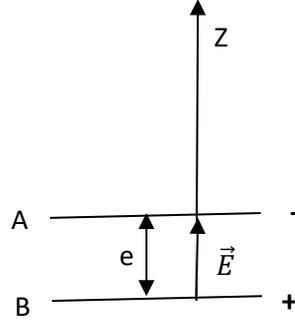
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{k} + \frac{-\sigma}{2\epsilon_0} (-\vec{k}) \Rightarrow \vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{k}$$

حيث \vec{E}_1 و \vec{E}_2 الحقل الكهربائي الناتج عن اللبوس (المستوي) ذي الشحنة (+q) و اللبوس

(المستوي) ذي الشحنة (-q) على الترتيب، الحقل الكلي اتجاهه من الموجب (+) إلى السالب (-).

ثانياً: حساب فرق الكمون V بين طرفي المكثفة:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V \Rightarrow E = -\frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{dV}{dz}$$



$$\begin{aligned} dV &= -Edz \Rightarrow V = \int_{V_B}^{V_A} dV = -\int_0^e \frac{\sigma}{\epsilon_0} dz \Rightarrow V_A - V_B \\ &= -\frac{\sigma}{\epsilon_0} (e - 0) \end{aligned}$$

5-II

$$V = V_B - V_A = \frac{\sigma}{\epsilon_0} e$$

ثالثاً: ايجاد سعة المكثفة:

$$Q = \sigma S \text{ لدينا}$$

$$V = \frac{\sigma}{\epsilon_0} e \Rightarrow V = \frac{Q}{S} \cdot \frac{e}{\epsilon_0} \Rightarrow \frac{Q}{V} = \frac{S\epsilon_0}{e} = C$$

6-II

$$C = \frac{S\epsilon_0}{e}$$

إذا كان الوسط غير الفراغ

7-II

$$C = \frac{S\epsilon_0\epsilon}{e}$$

ملاحظة: كما رأينا سابق سعة المكثفة يتعلق فقط بالشكل الهندسي للبوسين الممثل ب S و e و الوسط.
 مثال تطبيقي 2: حساب سعة مكثفة اسطوانية:

احسب سعة مكثفة اسطوانية الشكل ذات أنصاف أقطار على التوالي R_1 و R_2 وارتفاعها h .
 نحسب الحقل الكهربائي بين لبوسي المكثفة بتطبيق نظرية غوص $R_1 < r < R_2$ ، نختار سطح غوص عبارة عن اسطوانة نصف قطرها r (الشكل II -12).

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \sum \frac{Q_i}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E2\pi r h = \frac{q}{\epsilon_0}$$

8-II

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 h} \cdot \frac{1}{r} \quad \Leftarrow$$

الحقل الكهربائي قطري أي يتعلق ب r له مركبة على \vec{U}_ρ

ومنه فرق الكمون بين طرفي المكثفة:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V \Rightarrow E = -\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{dV}{dr}$$

$$dV = -E dr \Rightarrow V = \int_{V_1}^{V_2} dV = - \int_{R_1}^{R_2} \frac{q}{2\pi\epsilon_0 h} \cdot \frac{1}{r} dr \Rightarrow V_2 - V_1$$

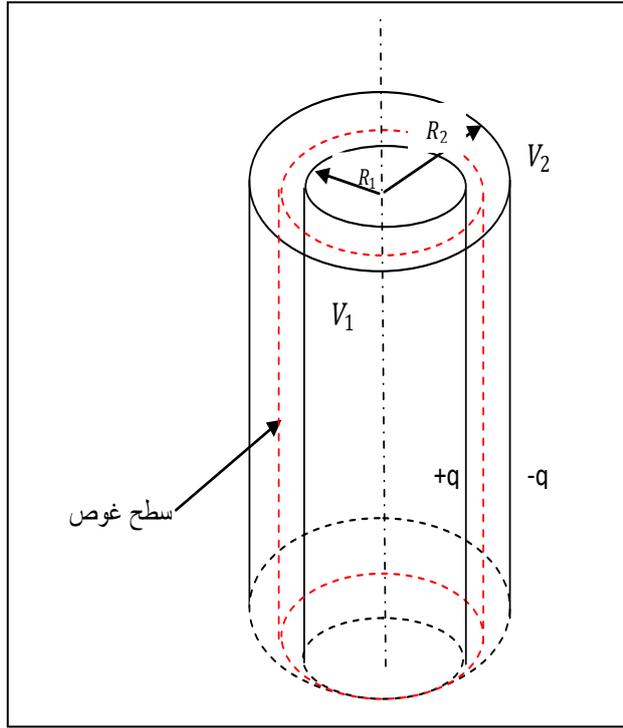
$$= \frac{q}{2\pi\epsilon_0 h} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$V = V_2 - V_1 = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 h} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

ومنه سعة المكثفة الاسطوانية:

9 -II

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 h}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \Leftarrow C = \frac{q}{V}$$



الشكل II-12: كيفية حساب سعة مكثفة اسطوانية

ملاحظة: سعة المكثفة الاسطوانية تتعلق فقط بالشكل الهندسي للبوسين الممثل بـ $\frac{2\pi h}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$ و الوسط الذي

يعبر في حالتنا على الفراغ المعطى بـ ϵ_0 .

عندما تكون المسافة بين اللبوسين (e) صغيرة جدا مقارنة بـ R_1 و R_2 يمكن الكتابة:

$$R_2 - R_1 = e \Rightarrow \ln \frac{R_2}{R_1} = \ln \left(\frac{R_1 + e}{R_1} \right) = \ln \left(1 + \frac{e}{R_1} \right)$$

$$\simeq \frac{e}{R_1} \simeq \frac{e}{r}$$

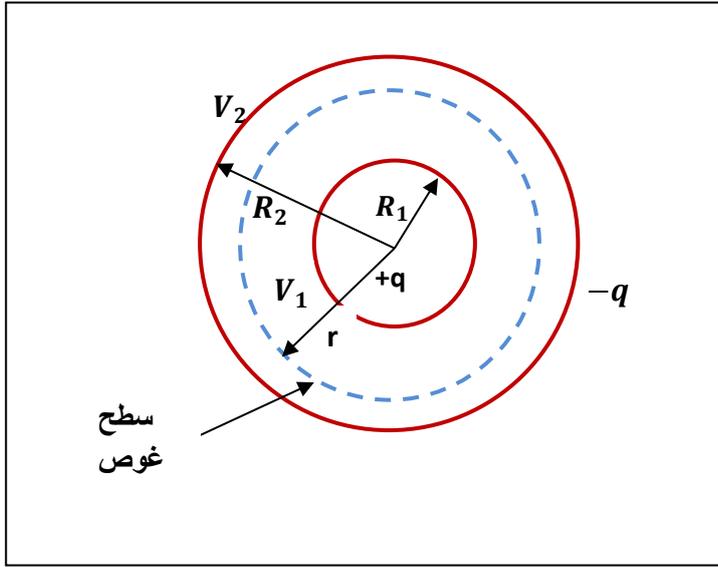
$$C = \frac{\epsilon_0 2\pi h}{\frac{e}{r}} = \frac{2\pi \epsilon_0 h r}{e} = \frac{\epsilon_0 S}{e}$$

$S = 2\pi r h$ مساحة اللبوس.

سعة المكثفة الاسطوانية يؤول إلى سعة المكثفة المستوية.

مثال تطبيقي 3: حساب سعة مكثفة كروية:

احسب سعة مكثفة كروية الشكل ذات أنصاف أقطار على التوالي R_1 و R_2 .
 نحسب الحقل الكهربائي بين لبوسي المكثفة بتطبيق نظرية غوص $R_1 < r < R_2$
 نختار سطح غوص عبارة عن كرة نصف قطرها r . (انظر الشكل II-13)



الشكل II-13: كيفية حساب سعة مكثفة كروية

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E4\pi r^2 = 0 \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

الحقل الكهربائي قطري أي يتعلق ب r مركبة على \vec{U}_r ومنه فرق الكمون بين طرفي المكثفة:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V \Rightarrow E = -\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{dV}{dr}$$

$$dV = -E dr \Rightarrow V = \int_{V_1}^{V_2} dV = -\int_{R_1}^{R_2} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 h} \cdot \frac{1}{r^2} dr$$

$$V_2 - V_1 = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right)$$

$$V = V_2 - V_1 = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right)$$

ومنه سعة المكثفة هي:

10-II

$$C = \frac{q}{V} = \frac{4\pi\epsilon_0 R_2 R_1}{R_2 - R_1}$$

ملاحظة: سعة المكثفة الكروية تتعلق فقط بالشكل الهندسي للبوسين الممثل بـ $\frac{4\pi R_2 R_1}{R_2 - R_1}$ والوسط الذي يعتبر

في حالتنا الفراغ المعطى بـ ϵ_0 . عندما تكون المسافة بين اللبوسين (e) صغيرة جدا مقارنة بـ R_1 و R_2 يمكن الكتابة:

$$R_2 - R_1 = e \Rightarrow R_2 R_1 \simeq r^2$$

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0 r^2}{e} = \frac{\epsilon_0 S}{e}$$

حيث: $S = 4\pi r^2$ مساحة لبوس المكثفة.

سعة المكثفة الكروية تؤول إلى سعة المكثفة المستوية.

ملاحظات:

1- للحصول على مكثفة ذات سعة كبيرة فان المعاملات الهندسية التي سنهتم بها هي سطح

اللبوسين الذي يجب أن يكون كبير كفاية, والمسافة بين اللبوسين يجب أن تكون صغيرة جدا بالنسبة لأبعاد السطح.

2- في الحقيقة بالنسبة للمكثفة المستوية والاسطوانية الناقلين ليسا في تأثير كلي, وبما أن المسافة

الفاصلة بين لبوسي المكثفة صغيرة مقارنة بسطح اللبوسين, وفي هذه الحالة يمكن اعتبار إن التأثير كلي.

II-9-ت الطاقة الكهربائية للمكثفة:

من اجل ناقل معزول مشحون بـ q وكمونه V وسعته C , الطاقة الكامنة الكهروستاتيكية كما رأينا سابقا:

$$E_p = \frac{1}{2} qV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

ومنه الطاقة الكهروستاتيكية من اجل مكثفة مكونة من ناقلين A و B معزولين شحنتها q وكمونها $V = V_B - V_A$ حيث V_B و V_A كمون الناقلين A و B على الترتيب.

$$q_A = -q, \quad q_B = +q, \quad |q_A| = |q_B| = q$$

$$E_p = \frac{1}{2} (q_A V_A + q_B V_B) = \frac{1}{2} q (V_A - V_B) = \frac{1}{2} q V = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

السؤال المطروح أين تخزن هذه الطاقة وعلى شكل ماذا؟

نأخذ مثلاً مكثفاً مستويًا:

$$E_p = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{(\sigma S)^2}{\frac{\epsilon_0 S}{e}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{\sigma}{\epsilon_0} \right)^2 (S \cdot e) = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} v$$

فالحجم الموجود بين اللبوسين $v = S \cdot e$ ومنه الطاقة تخزن في الحقل نفسه.

11-II

$$\Omega_e = \frac{E_p}{v} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

تمثل Ω_e كثافة الطاقة الكهربائية في الفراغ ووحدتها في النظام الدولي: $J \cdot m^{-3}$

II-9-ث جمع المكثفات

لا يمكن لمكثفة أن تحمل بين لبوسيهما فرقاً في الكون أعلى من قيمة معينة تدعى الكمون الانفجاري، لذلك نلجأ لتخزين أكبر كمية من الطاقة بتجميع العديد من المكثفات، نسمي مكثفة مكافئة لمجموعة من المكثفات هو مكثفة لها نفس فرق كمون المجموعة وأثناء التفريغ تنتج نفس الطاقة أي نفس كمية الكهرباء للمجموعة.

✓ جمع المكثفات على التفرع (التوازي):

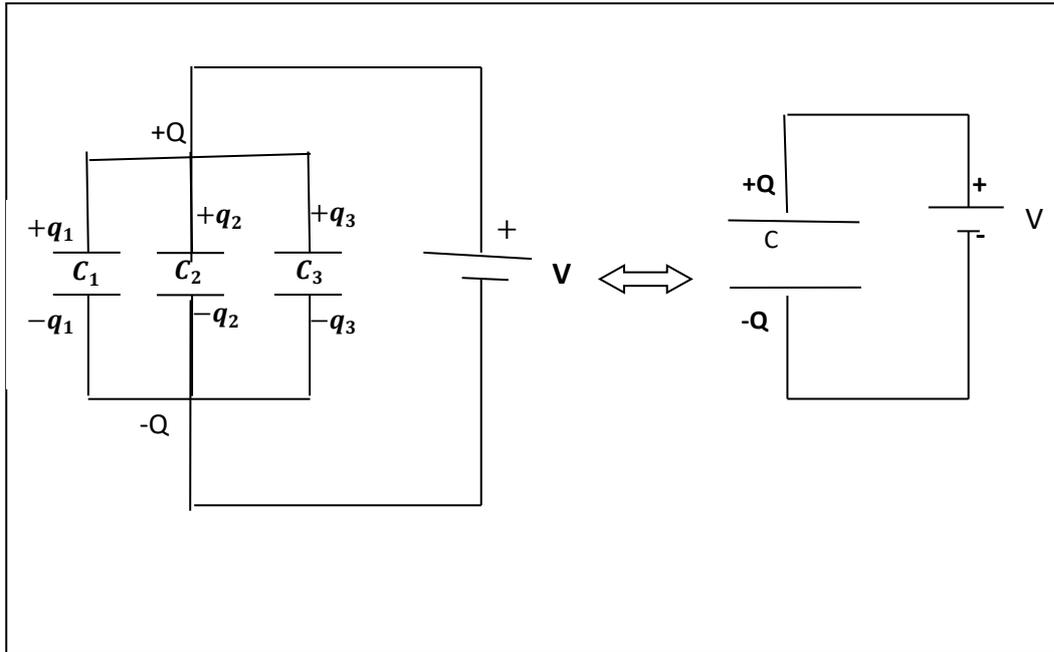
ليكن لدينا ثلاث مكثفات سعاتهم C_1 و C_2 و C_3 مربوطين على التفرع نطبق على المجموعة نفس فرق في الكمون

بما أنهم على التفرع فإنهم تحت نفس فرق الكمون:

$$q_1 = C_1 V \quad \text{شحنة } q_1$$

$$q_2 = C_2 V \quad \text{شحنة } q_2$$

$$q_3 = C_3 V \quad \text{شحنة } q_3$$



الشكل II-14: جمع المكثفات على التفرع

باستعمال مبدأ انحفاظ الشحنات:

$$q_{eq} = q_1 + q_2 + q_3$$

$$CV = C_1 V + C_2 V + C_3 V \quad / \quad V_{eq} = V = V_1 = V_2 = V_3$$

$$C = C_1 + C_2 + C_3 = C_{eq}$$

12-II

$$C_{eq} = \sum_i^n C_i$$

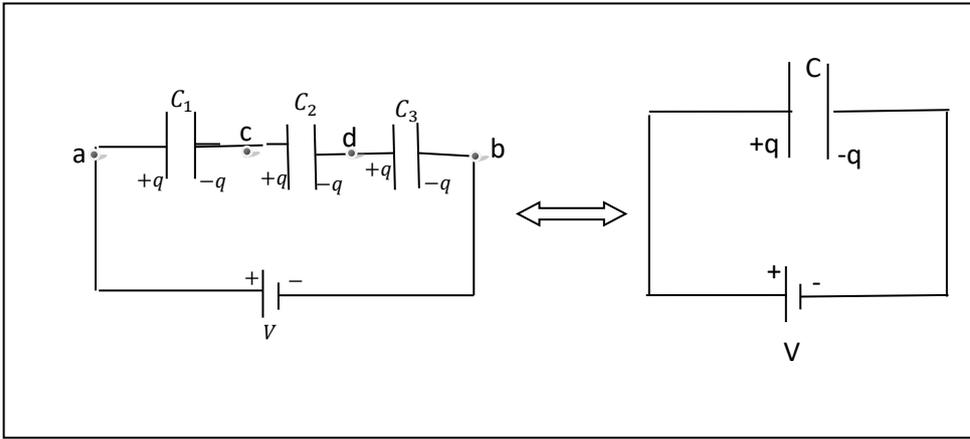
✓ جمع المكثفات على التسلسل

C_1 و C_2 و C_3 مربوطين على التسلسل, نطبق بينهما فرق في الكمون V .

كل المكثفات تأخذ نفس الشحنة q بسبب ظاهرة التأثير، فرق الكمون V بين طرفي المجموعة يساوي مجموع فروق الكمونات.

$$V = (V_a - V_b) = (V_a - V_c) + (V_c - V_d) + (V_d - V_b)$$

$$V = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3} = \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{C_{eq}}$$



الشكل II-15: جمع المكثفات على التسلسل

تعميم: السعة المكافئة ل n مكثفة هي:

13-II

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_i^n \frac{1}{C_i}$$

تمارين الفصل الثاني: النواقل

التمرين 01:

تعطى سعة ناقل C في حالة توازن و يحمل شحنة Q موزعة على سطحه بانتظام و بكثافته σ بالعلاقة

$$C = Q/V \text{ :التالية}$$

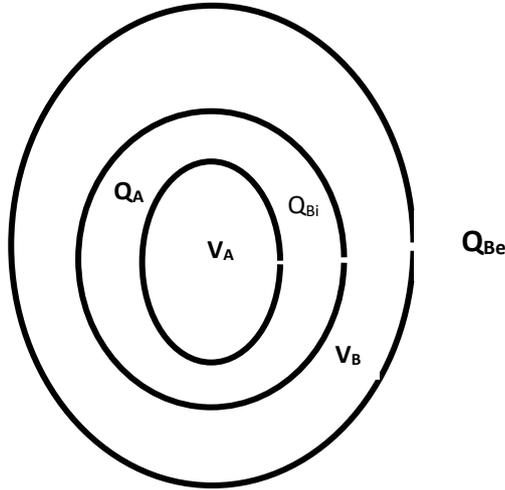
ليكن ناقل اسطواني الشكل نصف قطره R و طوله L يحمل شحنة بانتظام و بكثافته σ

1- احسب شحنة هذا الناقل Q بدلالة σ, L, R و ϵ_0 ؟

$$V = \frac{\sigma R}{2\epsilon_0} 1n \left[\frac{\sqrt{R^2 + \frac{L^2}{4}} + \frac{L}{2}}{\sqrt{R^2 + \frac{L^2}{4}} - \frac{L}{2}} \right] \text{ : بين ان كمون هذا الناقل V يعطى بالعلاقة التالية :}$$

3- استنتج عبارة سعة هذا الناقل C في حالة $L \gg R$

$$\int \frac{1}{\sqrt{R^2 + Z^2}} dz = \ln(\sqrt{R^2 + Z^2} + Z) \text{ : يعطى}$$



التمرين 02:

ليكن ناقل مجوف B يحيط بناقل A. الناقل الداخلي A يحمل شحنة موزعة على سطحه الخارجي Q_A وكمونه يساوي V_A . الناقل الخارجي B يحمل شحنة موزعة على سطحه الداخلي Q_{Bi} وكمونه يساوي V_B .

$$V_A > V_B \text{ بحيث}$$

- 1- في حالة التوازن الكهروستاتيكي للناقلين، ماهي العلاقة الرياضية بين الشحنتين Q_A و Q_B ؟ علل إجابتك؟
يشكل الناقلين A و B لبوسي مكثفة.
- 2- احسب شحنة هذه المكثفة Q ؟ استنتج سعتها C بدلالة V_A و V_B ؟
نعتبر الان أن الناقلين A و B يشكلان لبوسي مكثفة اسطوانية:
- الناقل A على شكل اسطوانة نصف قطرها R_1 وارتفاعها h
- الناقل B على شكل اسطوانة نصف قطرها R_2 وارتفاعها h بحيث $R_1 < R_2$.
- 3- أوجد باستخدام نظرية غوص الحقل الكهروستاتيكي في الفضاء المحصور بين اللبوسين E ؟
- 4- عبر عن الفرق في الكمون بين اللبوسين $V_1(R_1) - V_2(R_2)$ بدلالة Q, h, R_2, R_1 و ϵ_0 ؟
- 5- استنتج عبارة سعة هذه المكثفة الاسطوانية C ؟ ادرس الحالة التي يكون فيها $R_2 = R_1 + e$ مع $e \ll R_1$ ؟

تمرين 03:

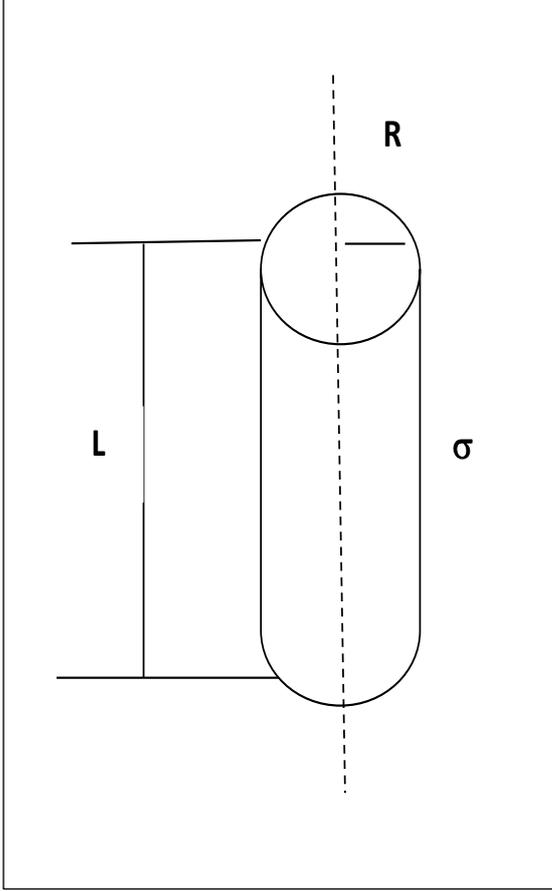
ناقل اسطواني من نحاس مقطعه $S = 1\text{mm}^2$ وطوله $l = 10\text{m}$ ، يعبره تيار ثابت $I = 5\text{A}$. تركيز

الالكترونات الحرة داخل النحاس هي $n = 8,37 \times 10^{28} \text{ e/m}^3$

- 1- احسب كثافة التيار J
- 2- احسب سرعة الالكترونات v
- 3- إذا كان الحقل الكهروستاتيكي $E = 0.08 \text{ V/m}$ ، احسب فرق الكمون V المطبق بين طرفي الناقل؟
تعطى شحنة الإلكترون $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$

حلول تمارين الفصل الثاني: النواقل

حل التمرين 01 :



1. حساب شحنة الناقل Q:

$$\sigma = \frac{dq}{ds}$$

$$dq = \sigma ds$$

$$Q = \sigma \cdot s = \sigma \cdot 2\pi R \cdot L$$

$$Q = 2\pi R \cdot L \cdot \sigma$$

2. حساب كمون الناقل V:

$$dv = \frac{k dq}{r} = \frac{k \sigma ds}{r}$$

$$dv = \frac{k \cdot \sigma \cdot 2\pi R \cdot dz}{r}$$

$$r^2 = R^2 + Z^2 \Rightarrow r = \sqrt{R^2 + Z^2}$$

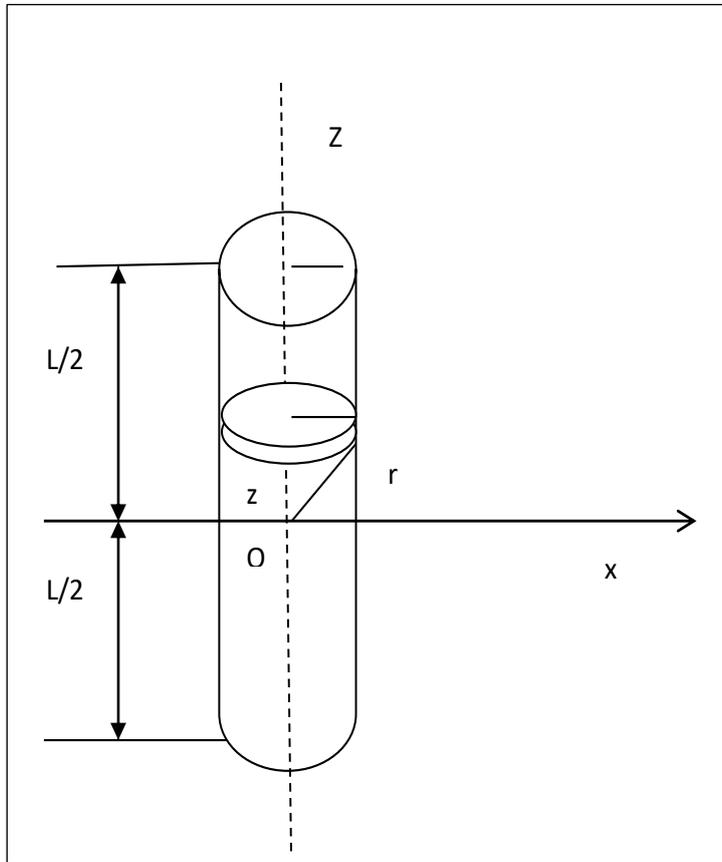
$$\int_0^v dv = \frac{\sigma R}{2\epsilon_0} \int_{-L/2}^{+L/2} \frac{dz}{\sqrt{R^2 + z^2}} dv = 2\pi R \cdot k \cdot \sigma \frac{dz}{\sqrt{R^2 + z^2}}$$

$$\left(2\pi k = \frac{1}{2\epsilon_0} \right)$$

$$V = \frac{\sigma R}{2\epsilon_0} \left[\ln(\sqrt{R^2 + z^2} + z) \right]_{-L/2}^{+L/2}$$

$$V = \frac{\sigma R}{2\epsilon_0} \ln \left[\frac{\sqrt{R^2 + \frac{L^2}{4} + \frac{L}{2}}}{\sqrt{R^2 + \frac{L^2}{4} - \frac{L}{2}}} \right]$$

وهو المطلوب



3. استنتاج عبارة سعة هذا الناقل C:

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$C = \frac{2\pi R \cdot L \cdot \pi}{\frac{\sigma R}{2\epsilon_0} \ln \left[\frac{\sqrt{R^2 + \frac{L^2}{4} + \frac{L}{2}}}{\sqrt{R^2 + \frac{L^2}{4} - \frac{L}{2}}} \right]}$$

في حالة $L \gg R$ باستعمال قوانين النشر المحدود:

$$V = \frac{\sigma R}{\epsilon_0} \ln \frac{L}{R}$$

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{L}{R}}$$

قانون النشر المحدود بالنسبة ل : $\sqrt{1+x}$

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{(2n-2)!x^n}{2^{2n-1}(n-1)!n!}$$

$$\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$$

قانون النشر المحدود بالنسبة ل : $\ln(1+x)$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n}$$

$$\ln(1+x) \approx x$$

حل التمرين 02:

1- في حالة التوازن الكهروستاتيكي (كهر وساكن) للناقلين بمعنى ان الناقل A يؤثر على الناقل B بتأثير كلي :

$$q_A = -q_B$$

2- حساب شحنة المكثفة Q

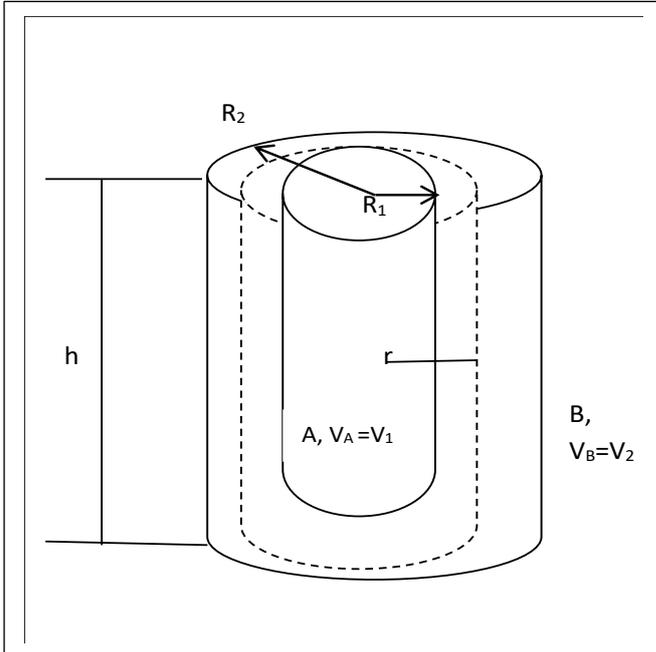
شحنة المكثفة هي الشحنة المشتركة بين اللبوسين وبالتالي $Q = Q_A$

استنتاج سعتها C بدلالة Q و V_A و V_B

$$C = \frac{Q}{v} = \frac{Q}{v_A - v_B}$$

3- إيجاد الحقل الكهروستاتيكي باستخدام نظرية غوص

نختار سطح غوص عبارة عن أسطوانة نصف قطرها r



$$\begin{aligned} \iint \vec{E} d\vec{S} &= \frac{\sum Q_i}{\epsilon_0} \\ \sum Q_i &= Q_A \\ \oiint \vec{E} d\vec{s} &= \oiint E dS \\ &= E \oiint ds \\ &= E \cdot s \\ &= E \cdot 2\pi r h \\ 2\pi \cdot r \cdot h \cdot E &= \frac{q_A}{\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon_0} \\ E(r) &= \frac{Q}{2\pi r h \epsilon_0} \end{aligned}$$

4- إيجاد الفرق في الكمون بين اللبوسين $V_1(R_1) - V_2(R_2)$ بدلالة Q, h, R_2, R_1 و ϵ_0

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$-dV = \vec{E} \cdot d\vec{l} \Rightarrow \int_{V_1}^{V_2} -dV = \int_{R_1}^{R_2} \frac{q}{2\pi \cdot r h \epsilon_0} \cdot dr$$

$$V_1 - V_2 = \frac{q}{2\pi \epsilon_0 h} \cdot \ln \frac{R_2}{R_1}$$

5- استنتاج عبارة السعة C

$$C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{q}{v_1 - v_2}$$

$$C = \frac{2\pi \epsilon_0 h}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

دراسة الحالة من اجل: $R_2 = R_1 + e$ مع $R_1 \ll e$

سعة المكثفة تصبح:

$$\ln \frac{R_2}{R_1} = \ln \left(\frac{R_1 + e}{R_1} \right) = \ln \left(1 + \frac{e}{R_1} \right) \approx \frac{e}{R_1}$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 h}{\frac{e}{R_1}} = \frac{2\pi\epsilon_0 h \cdot R_1}{e} = \frac{\epsilon_0 \cdot 2\pi R_1 \cdot h}{e}$$

$$C \approx \frac{\epsilon_0 S}{e} \text{ (سعة مكثفة مستوية)}$$

الفصل الثالث الكهرباء المتحركة



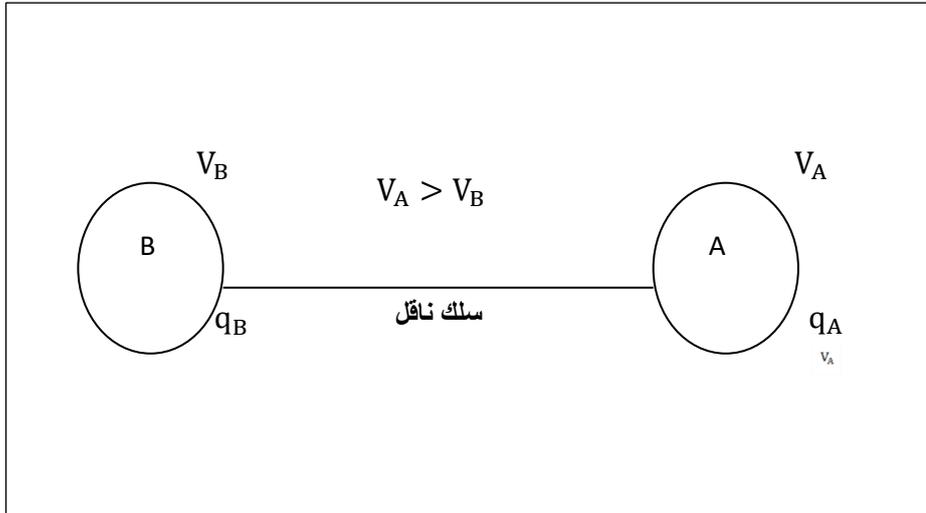
1-III مقدمة

الكهرباء المتحركة هي دراسة التيارات الكهربائية، أي دراسة الشحنات الكهربائية في حالة الحركة في أوساط مادية تسمى النواقل، وبعبارة أخرى، فإنها دراسة الدارات والشبكات الكهربائية. وسنتطرق في هذا الفصل الى مسببات الحركة (بمعنى حركة الشحنات الكهربائية) وكذلك الى المسببات التي تعيق هذه الحركة.

2-III فقدان التوازن الكهروستاتيكي

2-III-أ التيار الكهربائي

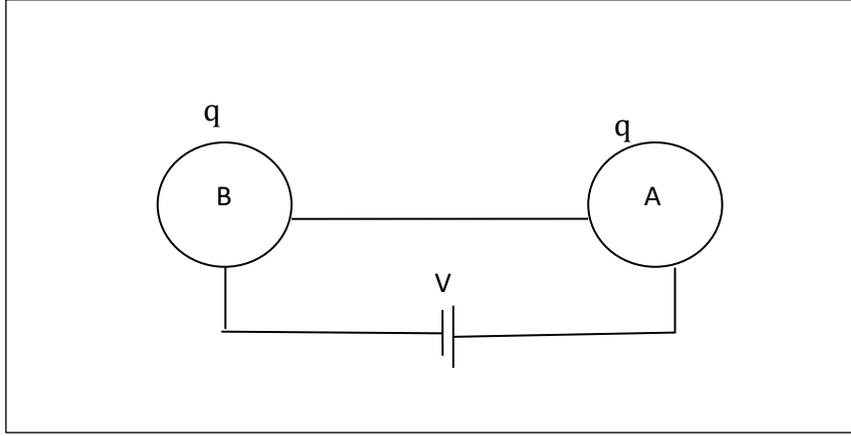
ليكن الناقلان A و B في توازن كهرو ساكن (كهرو ستاتيكي) وليكن V_A و V_B كمونيهما و q_A و q_B شحنتيهما على الترتيب إذا أوصلنا الناقلان A و B بسلك ناقل فان المجموعة المتكونة من A و B و سلك تشكل ناقلا واحدا بحيث تصبح الحالة السابقة في حالة عدم توازن أي لم يعد الكمون متساوي في كل النقاط ولكي نحصل على حالة الاتزان الجديدة بعد زمن معين يأخذ كل من الناقلين A و B نفس الكمون V (كمون مشترك) و الشحنتين q'_A و q'_B .



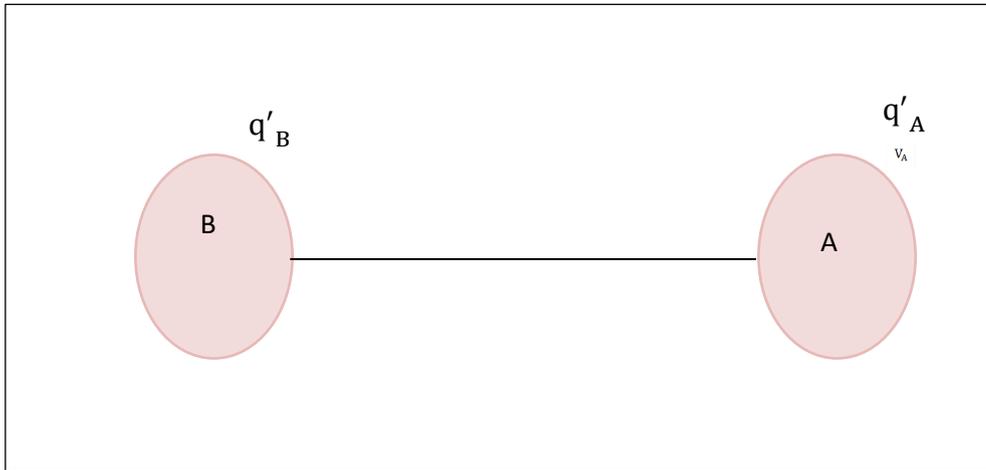
الشكل 1-III: فقدان التوازن بين الناقلين

يمكن الأخذ بعين الاعتبار مبدأ انحفاظ الشحنة، ونثبت أن الناقل A فرغ جزئياً من شحنته وهي q حيث:

$$q = q_B - q'_B \text{ أو } q = q_A - q'_A$$



في حين أن الناقل B شحن بنفس الكمية التي فرغت من A. نقول عندئذ أن هناك تيار كهربائي مؤقت قد سرى في السلك.



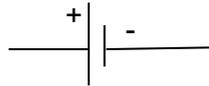
الشكل III-2: مرور التيار الكهربائي

$$q_A + q_B = q'_A + q'_B$$

للحصول على تيار دائم (مستمر) يمكن تمديد الحالة العابرة السابقة بإضافة شحنات باستمرار على أحد الناقلين مثلاً عن طريق الاحتكاك ولكن يفضل استخدام مولد للجهد (الكومون) وهو عبارة عن جهاز يحافظ على فرق كمون ثابت بين مرتبين حتى لو كان هذان المرتبان متصلين بناقل. بعبارة أخرى: يفرض

المولد حالة عدم توازن دائمة فهو يأخذ الشحنات الموجبة التي تصل الي B ليعيدها الي A عند كمون او جهد أعلى ويعطي لشحناته طاقة مستمدة من طاقة ميكانيكية (دينامو)، كيميائية (البطارية)... الخ، وتساوي هذه الطاقة $q(V_A - V_B)$ من أجل شحنة q تعبيره.

لا يولد المولد شحنات، فهو فقط ينقلها (يحركها) محافظا على فرق ثابت في الكمون بين مرطبين. تمثل هذه المولدات بالرمز التالي:



III-2-ب الاتجاه الاصطلاحي للتيار

يفسر مرور التيار الكهربائي بعدة مفاعيل فيزيائية مختلفة منها مفعول جول (حراري)، المفعول الكيميائي (تحليل كهربائي)، والمفعول المغناطيسي (انحراف إبرة ممغنطة) ... الخ. تعتمد معظم هذه المفاهيم على الطريقة التي يتم بها توصيل المولد وهذا يبرهن على أن للتيار الكهربائي اتجاه.

أن مرور التيار الكهربائي يفسر كنتيجة لحركة شحنات موجبة حرة من القطب السالب إلى القطب الموجب داخل المولد ومن القطب الموجب إلى القطب السالب خارج المولد وفي اتجاه الحقل الكهربائي وهو المصطلح الذي اتفق عليه تاريخيا. أي بالنسبة للنوافل فان الالكترونات تسري عكس الاتجاه الاصطلاحي للتيار.

III-2-ت شدة التيار الكهربائي

من التشابه الموجود بين التيار الكهربائي وتيار مائي يسري بقناة فان مفهوم الشدة تقابل مفهوم كمية التدفق وهي كمية الكهرباء التي تسري في وحدة الزمن.

فإذا مرت كمية من الكهرباء dq عبر المقطع S خلال زمن قدره dt فان الشدة I تكون:

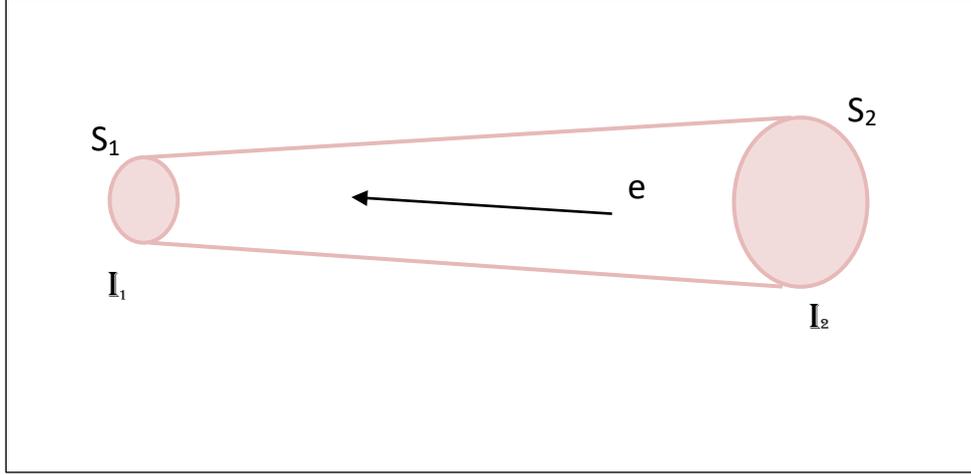
1 - III

$$I = \frac{dq}{dt}$$

وحدة شدة التيار الكهربائي هي: Ampère [A]

III-2- ث النظام المستقر

هو نظام الذي يكون فيه شدة التيار واحدة خلال كل مقاطع الناقل لأنه لو لم يكن كذلك لتراكت الشحنات الكهربائية ($I_1 = I_2$).



الشكل III-3: النظام المستقر في الناقل

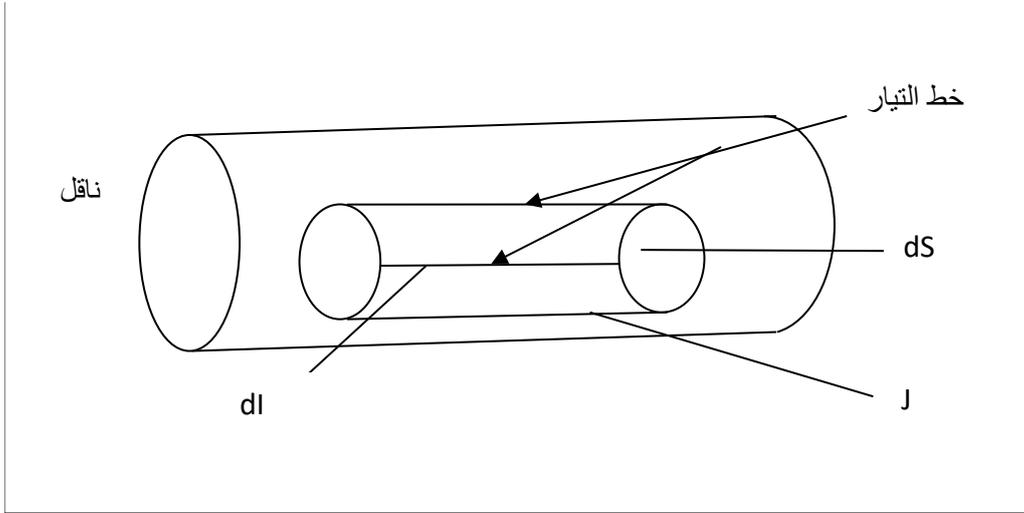
III-2- ج شعاع كثافة التيار

- تعريف خط التيار: هو ذلك المسار الموجه بشحنات موجبة في حالة حركة.
 - أنبوب التيار: نسمي أنبوب تيار كهربائي تلك المجموعة من خطوط التيار التي تستند على نطاق مغلق.
- نعرف كثافة التيار بالعلاقة:

III-2

$$J = \frac{dI}{dS}$$

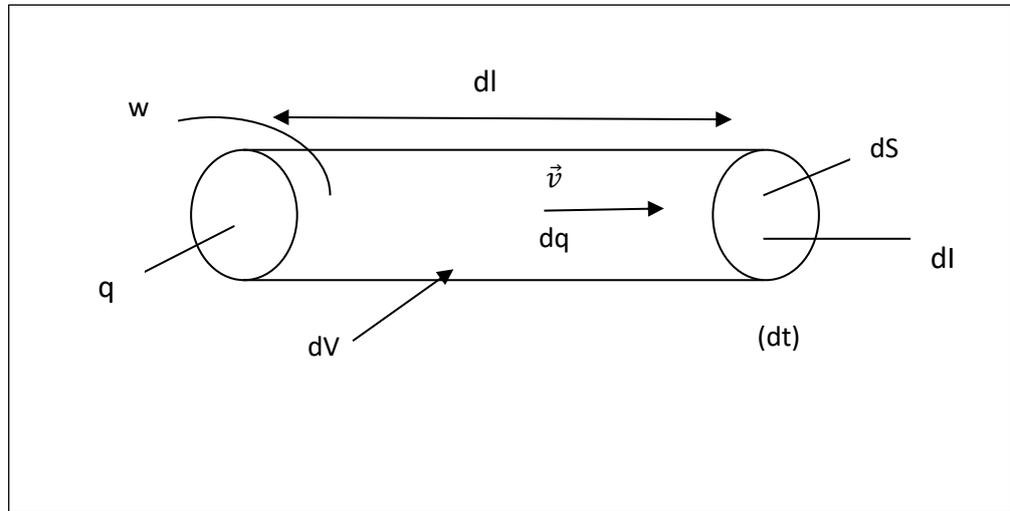
حيث اتجاه كثافة التيار J هو اتجاه الشحنات الموجبة.



الشكل III-4: كثافة التيار

III-2-ح العبارة الثانية لشعاع كثافة التيار

لنعتبر محلياً داخل الناقل أنبوب التيار ذو مقطع مستقيم (dS) يسري من خلاله تيار شدته dl ليكن \vec{v} سرعة سريان الشحنات الحرة و w هي الكثافة المحلية للشحنات الحرة وحدتها هي $w(c/m^3)$. بإمكان اعتبار أن الشحنة dq التي تعبر المقطع dS خلال الزمن dt تشغل في لحظة معينة الحجم الاسطوانى dV الذي مقطعه dS وارتفاعه dl .



الشكل III-5: أنبوب التيار

لتكن n هي عدد الشحنات الحرة لوحدة الحجم $\left[\frac{\text{الشحنات عدد}}{m^3} \right]$ لتكن q القيمة الجبرية للشحنة الحرة الواحدة.

$$w = \frac{dq}{dV} ; \quad w = nq$$

$$v = \frac{dl}{dt} ; \quad J = \frac{dI}{dS}$$

$$I = \frac{dq}{dt} ; \quad J = \frac{dq}{dt dS}$$

$$J = \frac{WdV}{dtdS}$$

نعوض بـ $dl = vdt$; $dV = dl \cdot dS$

$$J = \frac{W \cdot dl dS}{dt \cdot dS}$$

$$= \frac{W \cdot v dt \cdot dS}{dt \cdot dS}$$

3-III

$$J = w \cdot v$$

بمأن $W=nq$ نجد:

$$J = nqv$$

حيث v هي سرعة الشحنات الحرة.

وتكتب كذلك:

4-III

$$\vec{J} = nq\vec{v}$$

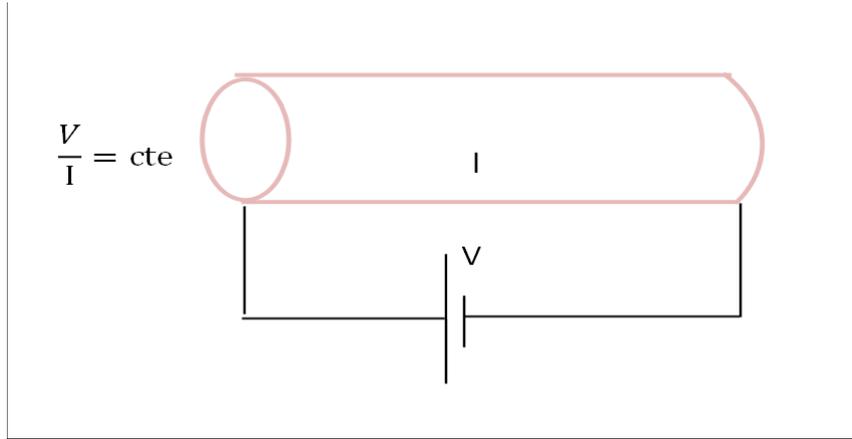
حالة خاصة: في حالة ما إذا كانت الشحنات الحرة هي الإلكترونات فإن العبارة تصبح:

5-III

$$\vec{J} = -en\vec{v}$$

III - 3 قانون اوم

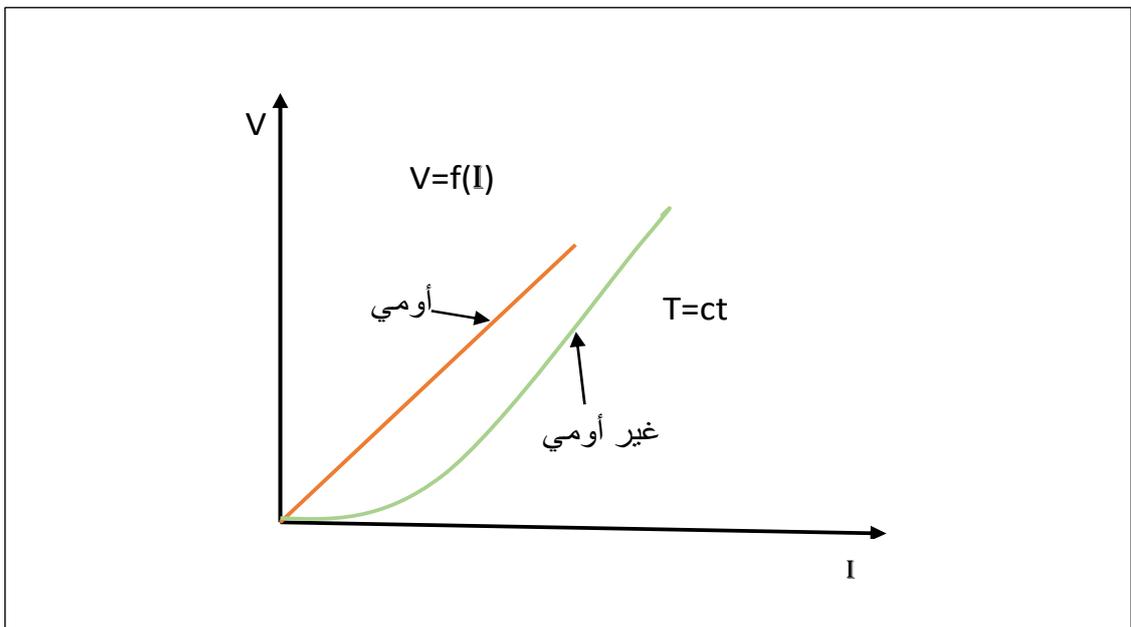
يعد قانون اوم أحد القوانين التجريبية وينص على أن نسبة فرق الكمون V بين نقطتين من ناقل معدني موجود في درجة حرارة ثابتة إلى التيار الكهربائي I تكون ثابتة.



الشكل III -6: قانون اوم

نسمي هذا الثابت بالمقاومة الكهربائية للناقل بين النقطتين ونرمز لها ب R

$$\frac{V}{I} = R \text{ resistance}$$



الشكل III -7: المقاومة الكهربائية لناقل اومي

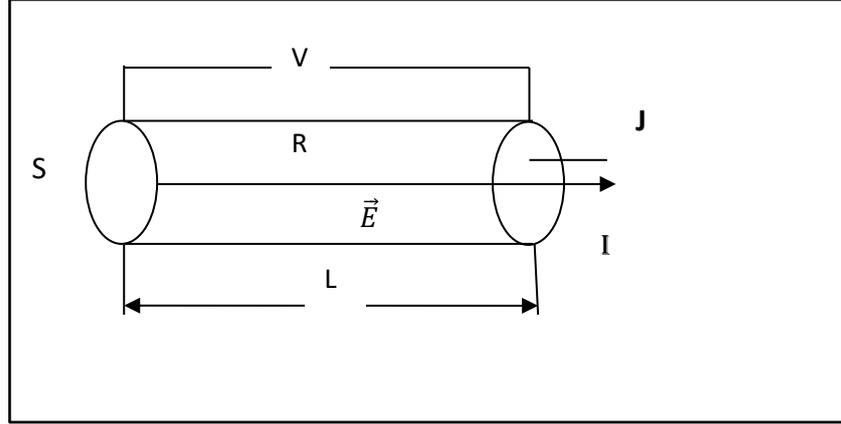
6- III

$$V = R \cdot I$$

وحدة المقاومة [R] هي: الأوم Ω

III-3 أ العبارة الثانية لقانون اوم

لنغير الآن الحالة الخاصة لناقل اسطواني طوله L ومساحة مقطعه S , نطبق بين طرفيه فرق في الكمون V . لتكن مقاومته R (انظر الشكل III-6).



$$V = RI = R \cdot J \cdot S$$

$$J = \frac{I}{S}, \quad V = E \cdot L$$

7-III

$$J = \frac{L \cdot E}{R \cdot S} \quad \Leftarrow$$

$\frac{L}{R \cdot S}$ هي الناقلية ويرمز لها ب σ وحدتها في جملة الوحدات الدولية هي: $\Omega^{-1} m^{-1}$

$$J = \sigma \cdot E$$

ومنه نكتب

العبارة الثانية لقانون اوم هي:

8-III

$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E}$$

9 - III

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

المقاومية

III-3-ب دراسة الحركة الانتقالية للإلكترونات في ناقل

تكون حركة الإلكترونات في الناقل منتظمة (تناسب السرعة مع الحقل \vec{E}) وهي شبيهة بسقوط جسم في وسط لزج كالهواء أو الماء مثلاً، فإن حركته تصبح منتظمة. لتفسير السلوك الجهري للناقل الأومية على مستوى مجهري، نقدم عن طريق التماثل الفرضية التالية:

لتمثل مفعول الشبكة البلورية من الناحية الجهرية بقوى لزجة متناسبة مع السرعة المتوسطة للإلكترونات سرعة ثابتة أي تعدم القوى الكهربائية بقوة احتكاك $\vec{f} = -k\vec{v}$ ، شبيهة بالقوة اللزجة (قوة مقاومة الموائع) متناسبة مع سرعة الإلكترونات، ويمثل الثابت k معامل الاحتكاك المميز للوسط (الناقل). عند بلوغ النظام المستقر تكون محصلة القوى المطبقة على الشحنة الحرة معدومة.

$$\vec{F} = \vec{f}$$

$$eE = kv$$

10-III

$$v = \frac{e}{k} E \quad \Leftarrow$$

نعتبر الثابت $\mu = \frac{e}{k}$ حيث تكتب:

11-III

$$v = \mu E$$

μ : يسمى بالحركية.

العبارة الثانية للناقلية (العبارة المجهرية للناقلية)

$$J = nev = ne \cdot \frac{e}{k} E \dots \dots \dots 1$$

$$J = \sigma E \dots \dots \dots 2$$

12-III

$$\sigma = \frac{ne^2}{k} \quad \Leftarrow \quad 1 = 2$$

$$\sigma = \frac{L}{RS} \Rightarrow \rho = \frac{1}{\sigma}$$

تتعلق الناقلية بالخواص المجهرية للمادة، فهي كمية محلية تفيد في تمييز الخواص الكهربائية للمادة. على أساس الناقلية تصنف المواد إلى نواقل، عوازل وشبه ناقل.

مقلوب الناقلية يدعى المقاومة الكهربائية للناقل أو (المقاومة النوعية):

13-III

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{RS}{L}$$

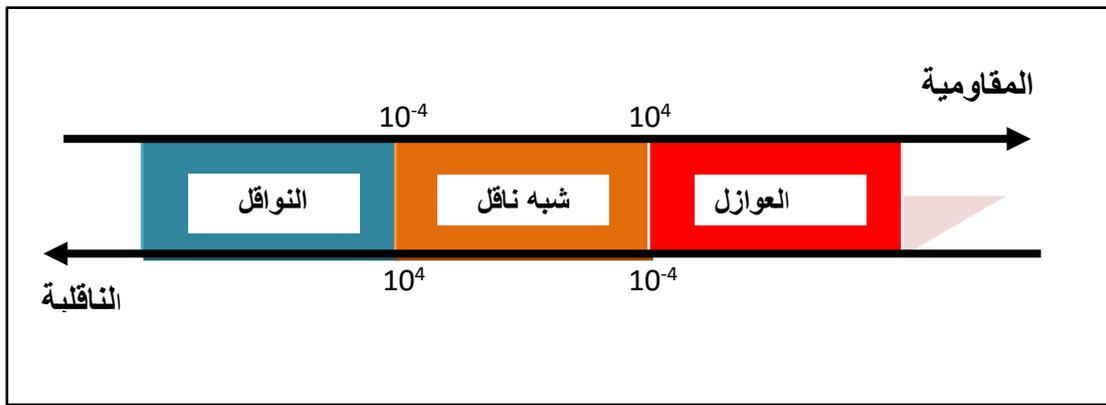
ووحدها هي الأوم. المتر (Ωm) وهكذا يمكن كتابة عبارة مقاومة ناقل على شكل:

14-III

$$R = \frac{L}{\sigma S} = \rho \cdot \frac{L}{S}$$

هذه العبارة البسيطة بين المقاومة لسلك أسطواني وخصائصه الهندسية معروفة باسم قانون بوييه لصاحبه (Claude Pouillet 1719-1868).

يبين المخطط التالي تطبيقا عاما للمواد من جهة نظر كهربية



الشكل III -8: مرتبة الناقلية والمقاومية

مقاومة بعض الأجسام:

المعادن. Ωm	الشبه الناقل. Ωm في $300K^\circ$	العوازل. Ωm
الفضة: 1.47×10^{-8}	السليسيوم: 2400	الزجاج: من 10^{11} ال 10^{14}
النحاس: 1.72×10^{-8}	الجرمانيوم: 0.5	الميكال: من 10^{11} ال 10^{15}
الألمنيوم: 2.63×10^{-8}		الماء من 0.1 الى 10^5

ملاحظة: تتغير مقاوميه ناقل بدلالة درجة الحرارة بالنسبة للمعادن تزداد المقاومة بازدياد درجة الحرارة (إذن المقاومة تزداد). بينما بالنسبة لأشباه النواقل، فإن العكس هو الذي يحدث بعض الخلائط المعدنية (alliages)، ومقاوميتها تؤول إلى الصفر حتى تنخفض درجة الحرارة وتقترب الصفر المطلق. يتعلق الأمر بالنواقل الفائقة الناقلية (supraconducteurs).

بالنسبة للمعادن فإن تغير مقاومتها يحكمها القانون:

15-III

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha(T - T_0))$$

ρ : المقاومة في درجة الحرارة T °C

ρ_0 : المقاومة في درجة الحرارة T_0 °C المرجعية

α : المعامل الحراري للمقاومة ويساوي بالتقريب $\frac{1}{273}$

تغير المقاومة مع درجة الحرارة يتبعه بالضرورة تغير المقاومة وفق العلاقة التي III-16:

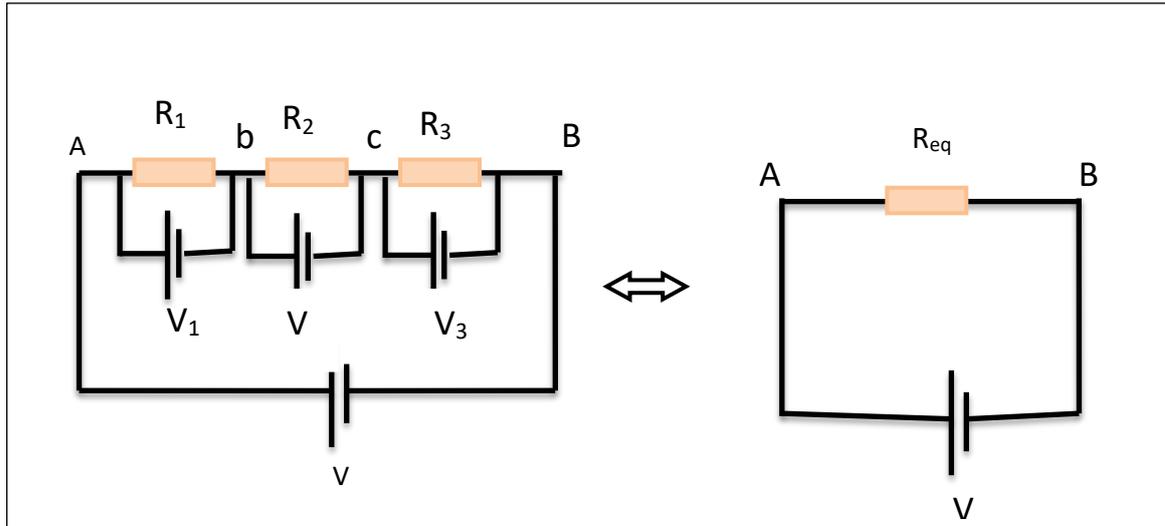
16-III

$$R = R_0(1 + \alpha(T - T_0))$$

يشد عن قاعدة تغير المقاومة مع درجة الحرارة، وفق القانون السابق. عنصر الكربون (الفحم)، وجميع السوائل القابلة للتحليل الكهربائي إذ أن مقاومتها تزداد كلما انخفضت درجة الحرارة (manganine) وتنقص كلما ارتفعت. كما أن مقاومة بعض الخلائط المعدنية (مثل المانغينين) (تقاد تكون ثابتة. فلا تتغير بتغير درجة الحرارة، ولذلك يستعمل المانكنيت constantin والكونستنتان) في عمل المقاومات القياسية وتنعدم المقاومة الكهربائية للنواقل قرب درجة الصفر المطلق. وتتغير مقاومة الناقل بتغير تفاوته كذلك.

III-3-ب جمع المقاومات

✚ جمع المقاومات على التسلسل: لدينا ثلاث مقاومات مربوطين على التسلسل



الشكل III-9: جمع المكثفات على التسلسل

يسري في المقاومات التيار نفسه و فرق الكمون هو مجموع فروق الكمونات

$$V = V_A - V_B = V_1 + V_2 + V_3 = (V_A - V_b) + (V_b - V_c) + (V_c - V_B)$$

$$V = R_{eq}I = R_1I + R_2I + R_3I$$

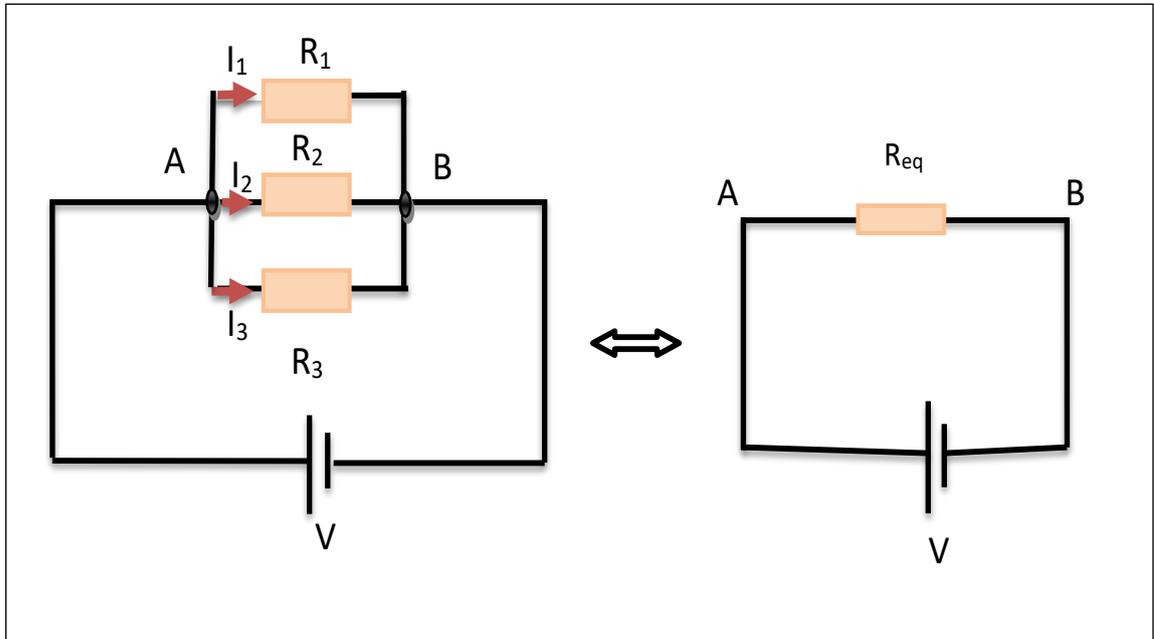
$$\Rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

17-III

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^n R_i$$

✚ جمع المقاومات على التفرع: لدينا ثلاث مقاومات مربوطين على التفرع

كل المقاومات لها نفس فرق الكمون $V = V_A - V_B$ المقاومة المكافئة تحمل تيار I (المقاومة المكافئة)



الشكل III-10: جمع المقاومات على التفرع

$$V = V_A - V_B = R_1I_1 = R_2I_2 = R_3I_3 = R_{eq}I$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$\frac{V}{R_{eq}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

18-III

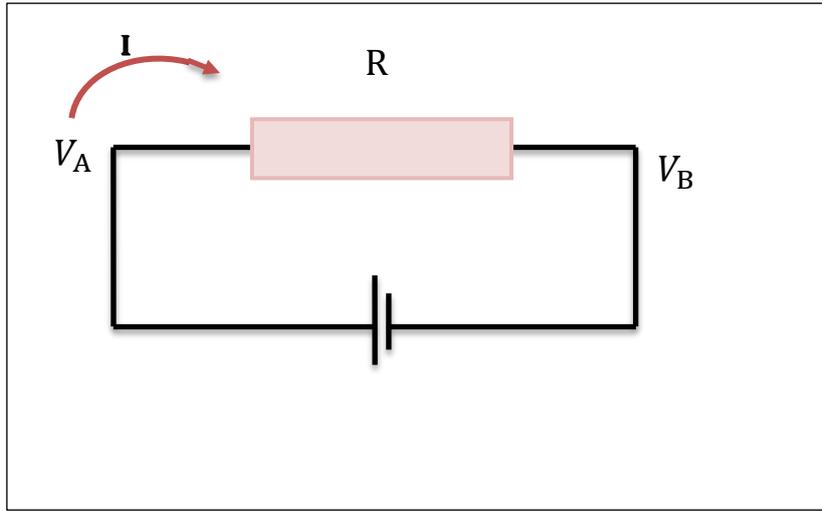
$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

III-4 قانون جول

انتقال شحنة كهربائية q من A نحو B يصحبها تناقص في الطاقة الكهربائية مقداره

$$.W = q(V_A - V_B)$$

ان مرور تيار كهربائي I خلال الزمن t يكافئ انتقال شحنة كهربائية $q = It$.



الشكل III-11: قانون جول

$$W = q(V_A - V_B) = It(V_A - V_B) / \quad V_A - V_B = RI$$

$$W = ItRI = RI^2t$$

19-III

$$W = RI^2t$$

$$P = \frac{W}{t} \quad \text{يطابق الاستطاعة } P \text{ حيث: } P = RI^2$$

ومنه:

20-III

$$P = \frac{(V_A - V_B)^2}{R}$$

التناقص في الطاقة يوجد على شكل حرارة مصروفة في المادة الناقلة q إلى الخارج وبشكل هذا التحرير للحرارة مفعول جول.

يمثل الناقل الأومي بأحد الرسمين



III- 5 الشبكات الكهربائية

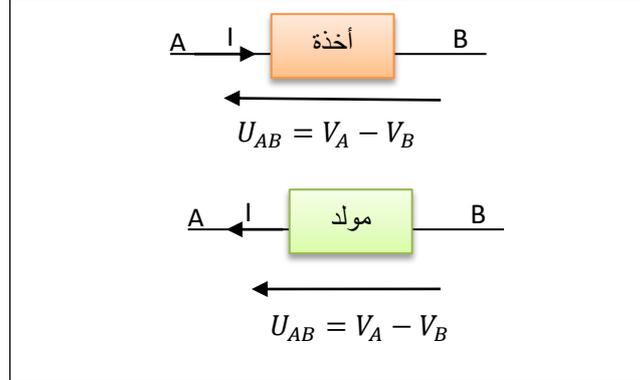
الشبكة الكهربائية هي مجموعة من الدارات الكهربائية وهذه الأخيرة تتكون من مجموعة من عناصر تسمى ثنائيات قطب موصلة فيما بينها بأسلاك ناقلة، فتشكل بنية مغلقة.

عناصر الدارة الكهربائية: تتكون الدارة الكهربائية من العناصر الآتية:

- ✓ **العقدة:** هي نقطة من الدارة حيث تصل ثلاث أسلاك أو أكثر.
- ✓ **الفرع:** هو جزء من دارة محصورة بين عقدتين.
- ✓ **العروة:** هي مجموعة فروع تشكل حلقة مغلقة.
- ✓ **ثنائي قطب:** ثنائي القطب ينحصر في دارة كهربائية بواسطة قطبين، يدخل التيار من أحدهما ويخرج من الثاني. يتميز ثنائي القطب بالاستجابة لفرق في الكمون بين طرفيه، أي المنحني المميز بـ $U = f(I)$.
- ✓ **ثنائي القطب الخامل:** يستهلك الطاقة الكهربائية
- ✓ **ثنائي القطب النشط:** ينتج تيارا كهربائيا
- ✓ **ثنائي القطب الخطي:** يكون المنحني المميز له $U = f(I)$ عبارة عن مستقيم.
- ✓ **أسلاك التوصيل:** نهمل مقاومتها أمام مقاومات ثنائي قطب أخرى، بحيث نعتبرها متساوية الكمونات

في الدراسة العملية لثنائيات القطب يستعمل مصطلحات (الشكل III-12)

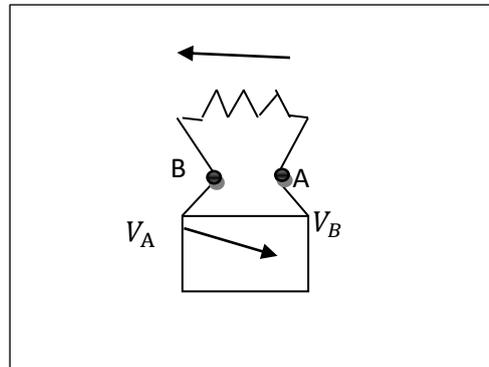
- مصطلح الآخذة: التوتر والتيار الكهربائيان موجهان إيجابا وفي اتجاهين متعاكسين
- مصطلح المولد: التوتر والتيار الكهربائيان موجبان إيجابا وفي نفس الجهة



الشكل III-12: مصطلح الاخذة والمولد

III-5-1 القوة المحركة الكهربائية للمولد (f e m) force électro matrice

كلمة (قوة) هنا مخدعه، لان الأمر لا يتعلق بناتنا بالقوة، لان الأمر يتعلق بفرق الكمون أو بالأحرى بالطاقة لوحدة الشحنة المنقولة بين قطبي البطارية المفتوحة.



الشكل III-13: بطارية

الطاقة لوحدة الشحنة المنقولة (داخل المولد) نرسم لها ب ϵ .
تتغير الطاقة الكامنة للشحنة q على الشكل الآتي:

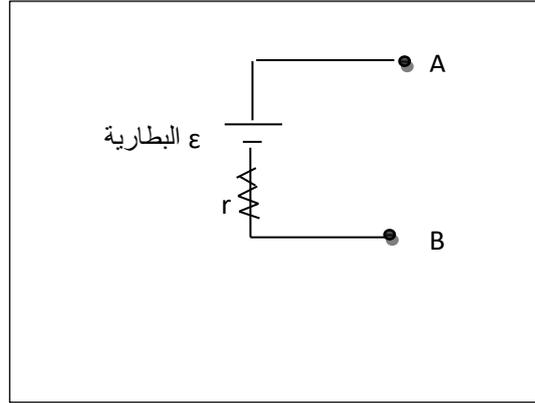
$$E_{P_A} - E_{P_B} = qV_A - qV_B = q(V_A - V_B)$$

خارج البطارية

ونستطيع أن نقول ϵq هي الطاقة الكهربائية التي يقدمها المولد للشحنة q .

الشكل المكافئ للبطارية هو:

حيث ϵ القوة المحركة الكهربائية للبطارية و r هي المقاومة الداخلية للبطارية.



الشكل III-14: الشكل المكافئ للبطارية

موازنة الطاقة:

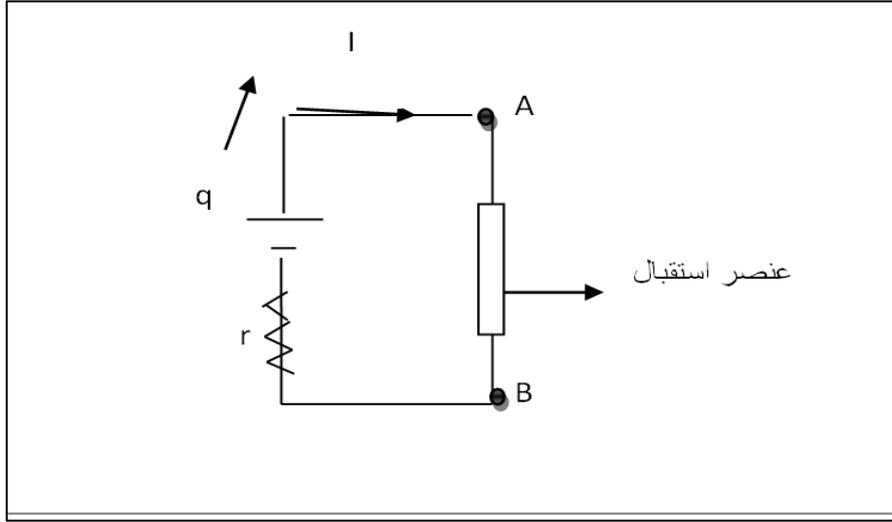
نفرض أنه لدينا الشحنة q تعبر (تقطع) الدارة في الزمن t .

$$q = It \quad \Rightarrow \quad I = \frac{q}{t}$$

ϵq : الطاقة المقدمة من طرف المولد

rI^2t : الطاقة الضائعة داخل المولد

$q(V_A - V_B)$: الطاقة المستعملة خارج المولد (في الدارة الكهربائية بين A و B)



الشكل III-15: عنصر استقبال

$$\varepsilon q = rI^2 t + q(V_A - V_B)$$

↑ الطاقة المقدمة
↑ الضائعة
↑ المستهلكة

$$P = \frac{W}{t}$$

نقسم (1) على t نجد الاستطاعة:

$$\varepsilon I = rI^2 + I(V_A - V_B)$$

$$\varepsilon = rI + (V_A - V_B)$$

مردود المولد:

21-III

$$\mathcal{R} = \frac{q(V_A - V_B)}{\varepsilon q} = \frac{V_A - V_B}{\varepsilon}$$

III-5-2 القوة المضادة للقوة المحركة الكهربائية لجهاز الاستقبال

عناصر استقبال هي أجهزة هدفها تحويل الطاقة الكهربائية إلى شكل آخر للطاقة.

موازنة الطاقة بالنسبة لجهاز الاستقبال تكتب على شكل:

$$(V_A - V_B)I = rI^2 + P' \quad / \quad P' = eI$$

$$P = rI^2 + P'$$

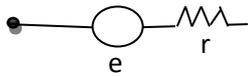
حيث:

P : الاستطاعة المستهلكة

rI^2 : الاستطاعة الضائعة

P' : الاستطاعة المحولة

وجد ان P' متناسبة مع التيار I ومع معامل التناسب e هو القوة المضادة للقوة المحركة الكهربائية
 $P' = eI$



Force contre électromotrice f.c.e.m ورمز جهاز الاستقبال

r المقاومة الداخلية لجهاز الاستقبال.

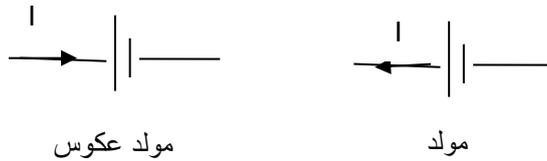
مردود جهاز الاستقبال: R

$$\mathcal{R} = \frac{eIt}{q(V_A - V_B)} = \frac{eI}{I(V_A - V_B)} = \frac{\text{المحولة}}{\text{المقدمة}}$$

22-III

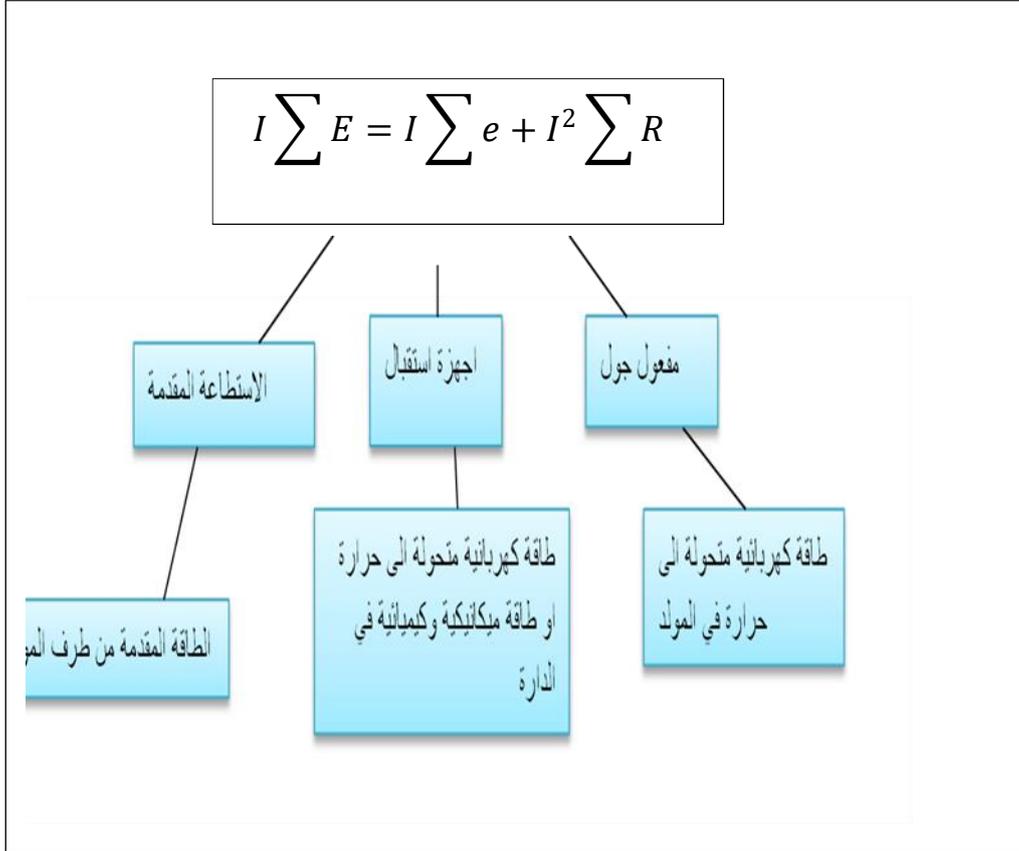
$$\mathcal{R} = \frac{e}{(V_A - V_B)}$$

ملاحظة:



6-III تطبيق قانون أوم على دائرة مغلقة

لتكن دائرة مغلقة تحتوي على مولدات كهربائية ومستقبلات ومقاومات إن الاستطاعة المبذولة من طرف المولدات تستهلك من طرف المستقبلات وعلى شكل حرارة (مفعول جول).



وأيضاً يمكن كتابة ما يلي:

$$23\text{-III} \quad \sum e + I \sum R - \sum E = 0$$

7-III قانون كيرشوف

أ- **قانون العقدة:** يعتمد على مبدأ انحفاظ الشحنات. أي مجموع التيارات الداخلة عند العقدة يساوي مجموع التيارات الخارجة منها بمعنى أن الشحنات لا تتراكم وتتسرب عند عقدة في الشبكة، بل أنها تخضع لمبدأ انحفاظ الشحنة

$$24\text{-III} \quad \sum I_s = \sum I_e$$

ب- **قانون العروات:** وهو يمثل قانون انحفاظ الطاقة حيث أن التغير الكلي للكُمون على مسار عروة يساوي الصفر

$$25\text{-III} \quad \sum V = 0$$

III- 8 تطبيق قانون كيرشوف على الشبكات

✓ بعد رسم الشبكة

✓ نحدد اختيار اتجاه التيارات في كل فرع من الشبكة. لا نخشى من التخمين الخاطئ لاتجاه التيار، إذا كانت الإجابة سالبة فان هذا يعني الاتجاه الفعلي للتيار بعكس الاتجاه المختار لكن القيمة صحيحة، وهذا في حالة شبكة لا تحتوي على عنصر استقبال. إذا وجد عنصر استقبال وكان التيار المحسوب الذي يسري في الفرع الذي يحتوي على عنصر الاستقبال سالبا، يجب هنا إعادة وضع معادلات المسألة اخذين الاتجاه الصحيح للتيار.

✓ نطبق قانون كيرشوف الأول (العقدة)، إذا كان لدينا n عقدة سنحصل على $n-1$ معادلة.

✓ نطبق قانون كيرشوف الثاني (العروات)، إذا كان لدينا b فرعا فان عدد معادلات العروات

$$m=b-(n-1) \quad \checkmark$$

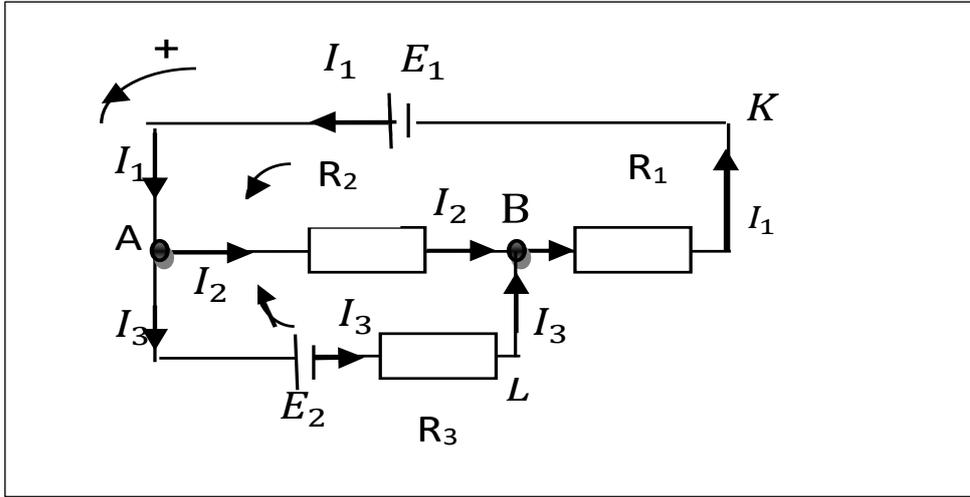
✓ نحصل على جملة من معادلات خطية، نختار فقط المعادلات المستقلة بعد اعتماد كل العقد والعروات،

فإذا كان لدينا n تيارا نحصل على n جملة ونحلها باستعمال الطرق الرياضية

✚ امثلة تطبيقية على كيفية تطبيق قانون كيرشوف

✓ مثال تطبيقي 1:

تعطى الشبكة الكهربائية المقابلة



قانون العقدة:

عند العقدة A: (تيارات خارجة) $I_1 = I_2 + I_3$ (تيارات داخلية)

عند العقدة B: (تيارات خارجة) $I_2 + I_3 = I_1$ (تيارات داخلية)

قانون العروات: هي دارة مغلقة

في الشكل لدينا ثلاث عروات

العروة الأولى: AKBA

العروة الثانية: ABLA

العروة الثالثة: AKBLA

بالنسبة للعروة الأولى: $V_A - V_A = 0$

$$(V_A - V_K) + (V_K - V_B) + (V_B - V_A) = 0$$

$$+E_1 + (-R_1 I_1) + (-R_2 I_2) = 0$$

$$E_1 - R_1 I_1 - R_2 I_2 = 0$$

$$E_1 = R_1 I_1 + R_2 I_2$$

بالنسبة للعروة الثانية: $V_A - V_A = 0$

$$(V_A - V_B) + (V_B - V_L) + (V_L - V_A) = 0$$

$$(-R_2 I_2) + 0 + E_2 + (+R_3 I_3) = 0$$

$$E_2 + R_3 I_3 - R_2 I_2 = 0$$

$$E_2 = -R_3 I_3 + R_2 I_2$$

بالنسبة للعروة الثالثة: $V_A - V_A = 0$

$$(V_A - V_K) + (V_K - V_B) + (V_B - V_L) + (V_L - V_A) = 0$$

$$+E_1 + (-R_1 I_1) + 0 - E_2 + (-R_3 I_3) = 0$$

$$E_1 - E_2 - R_3 I_3 - R_1 I_1 = 0$$

$$E_1 - E_2 = R_3 I_3 + R_1 I_1$$

✓ مثال تطبيقي 2:

تعطى الدارة الكهربائية المقابلة

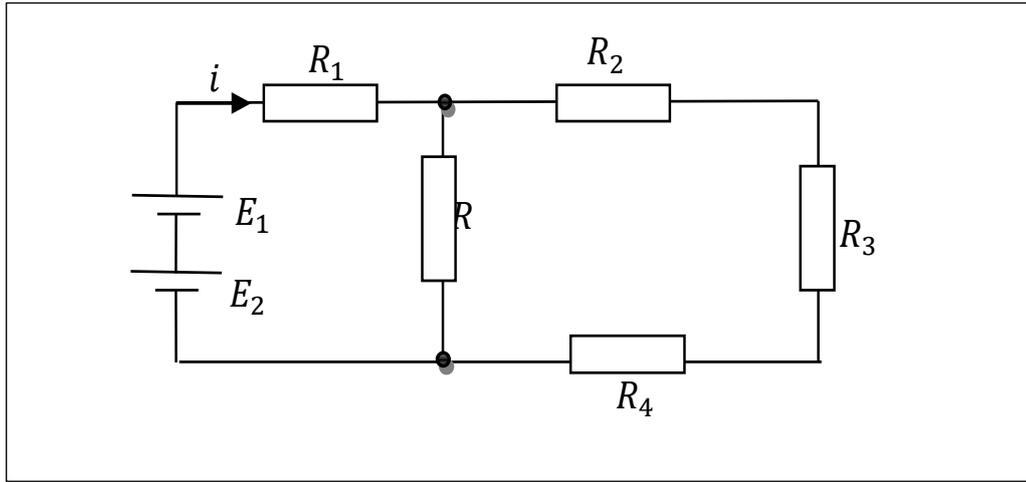
$$R_1 = 1\Omega, R_2 = 2\Omega, R_3 = 3\Omega, R_4 = 4\Omega$$

$$R = 6\Omega, E_1 = 6V, E_2 = 4V$$

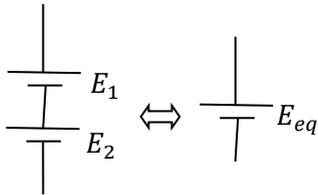
1. أوجد المولد المكافئ E_{eq} للدارة؟2. أوجد المقاومة المكافئة R_{eq} لمقاومات الموجودة في الدارة؟

3. أرسم الدارة المكافئة؟

4. أوجد شدة التيار المارة في الدارة؟



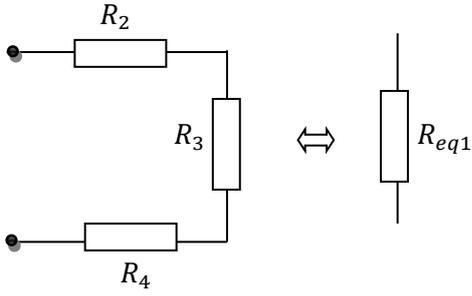
الحل:

1. إيجاد المولد المكافئ E_{eq} للدارة

$$E_{eq} = E_1 + E_2$$

$$E_{eq} = 6 + 4 = 10V \Rightarrow E_{eq} = 10V \quad \text{ت.ع:}$$

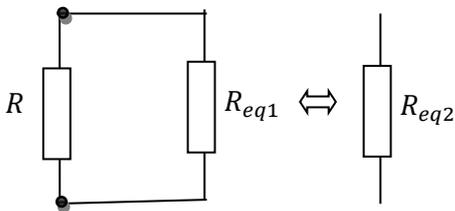
2. إيجاد المقاومة المكافئة R_{eq} لمقاومات الموجودة في الدارة✓ إيجاد المقاومة المكافئة R_{eq1} بين R_2, R_3, R_4



R_2, R_3, R_4 مربوطين على التسلسل:

$$R_{eq1} = R_2 + R_3 + R_4$$

ت.ع: $R_{eq1} = 2 + 3 + 4 \Rightarrow R_{eq1} = 9\Omega$



✓ إيجاد المقاومة المكافئة R_{eq2} بين R و R_{eq1}

R و R_{eq1} مربوطين على التفرع

$$\frac{1}{R_{eq2}} = \frac{1}{R_{eq1}} + \frac{1}{R}$$

$$\frac{1}{R_{eq2}} = \frac{R + R_{eq1}}{R_{eq1} R}$$

$$R_{eq2} = \frac{R_{eq1} \cdot R}{R + R_{eq1}}$$

ت.ع $R_{eq2} = \frac{6 \times 9}{6 + 9} = \frac{54}{15} = 3.6\Omega$

✓ إيجاد المقاومة المكافئة R_{eq} بين R_1 و R_{eq2}

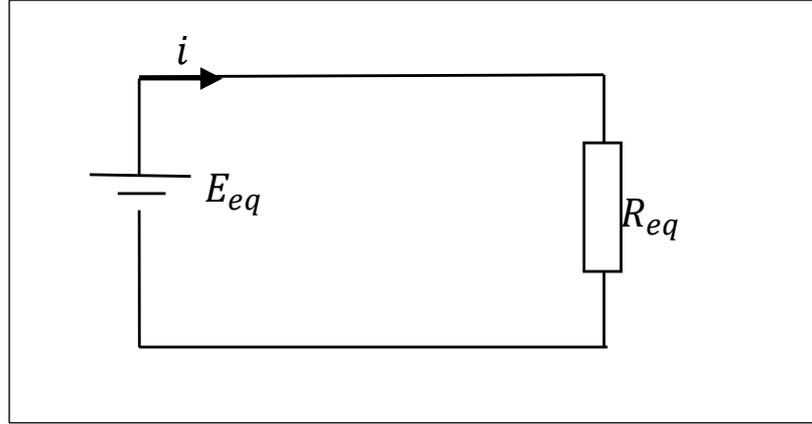
R_1 و R_{eq2} مربوطين على التسلسل



$$R_{eq} = R_1 + R_{eq2}$$

ت.ع: $R_{eq} = 1 + 3.6 \Rightarrow R_{eq} = 4.6\Omega$

3. رسم الدارة:



4. إيجاد شدة التيار i المارة في الدارة
بتطبيق قانون كيرشوف الثاني

$$\sum V = 0$$

$$E_{eq} + V(R_{eq}) = 0 \Rightarrow E_{eq} + (-R_{eq}i) = 0$$

$$E_{eq} = R_{eq}i \Rightarrow i = \frac{E_{eq}}{R_{eq}}$$

ت.ع:

$$i = \frac{10}{4.6} = 2.17A$$

$$i = 2.17A$$

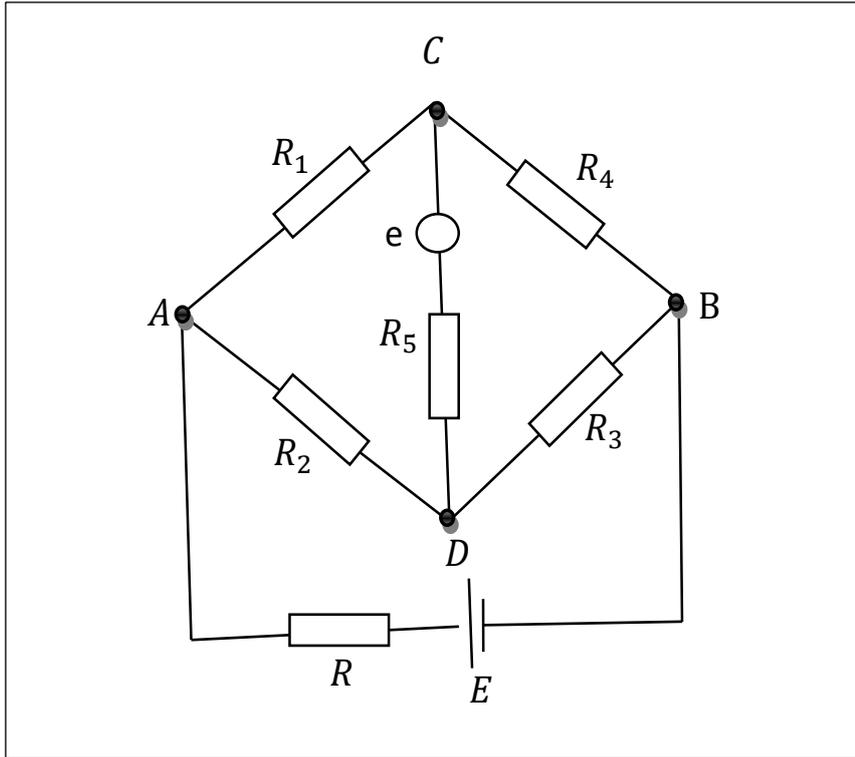
✓ مثال تطبيقي 3:

اوجد شدة التيار في كل فرع من الشبكة التالية.

$$R = R_1 = R_2 = R_5 = 20\Omega$$

$$R_3 = 10\Omega, R_4 = 60\Omega$$

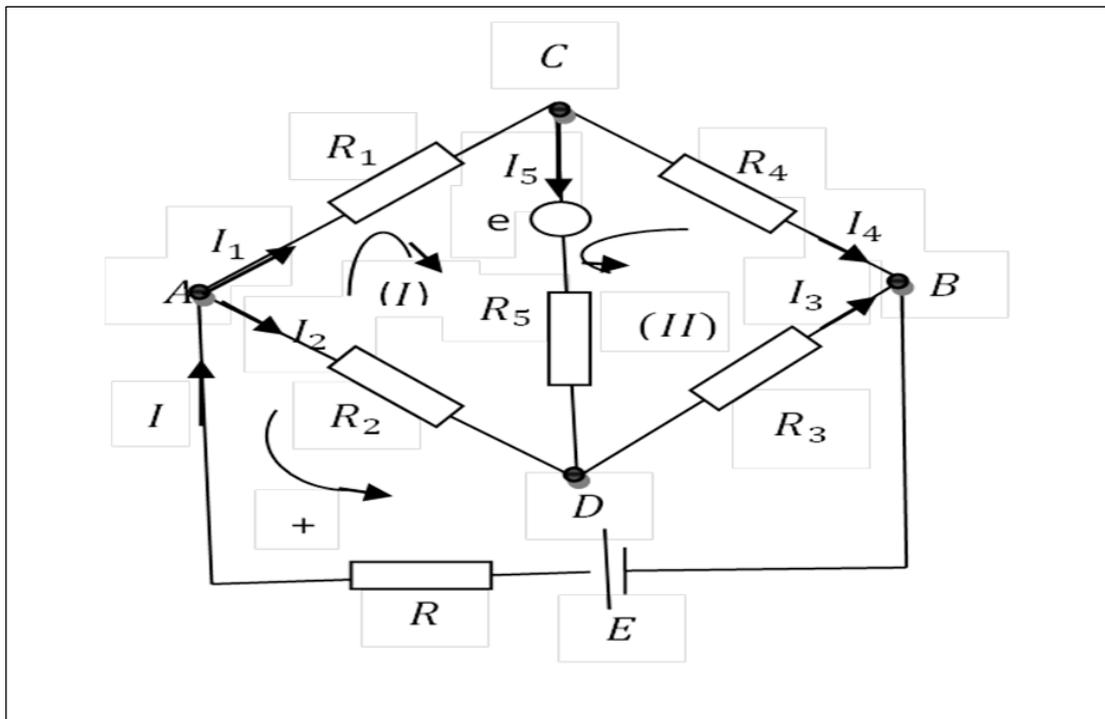
$$e = 2V, E = 48V$$



الحل:

في الشبكة لدينا:

- أربع عقد إي ثلاث معادلات للتيار.
- ستة فروع, إي ثلاث معادلات للعروات.



قانون كيرشوف الأول (قانون العقد) يعطى:

$$(1) \dots \dots \dots I = I_2 + I_1 : A \text{ العقدة}$$

$$(2) \dots \dots \dots I = I_4 + I_3 : E \text{ (III)}$$

$$(3) \dots \dots \dots I_1 = I_4 + I_5 : C \text{ العقدة}$$

$$(4) \dots \dots \dots I_3 = I_5 + I_2 : D \text{ العقدة}$$

قانون كيرشوف الثاني (قانون العروات) يعطى:

$$\text{العروة I } \sum V = 0 : (ACDA)$$

$$-R_1 I_1 + R_2 I_2 - R_5 I_5 - e = 0$$

$$\Rightarrow -R_1 I_1 - R_5 I_5 + R_2 I_2 = e \dots \dots \dots (5)$$

$$\text{العروة II } \sum V = 0 : (CBDC)$$

$$-R_4 I_4 + R_3 I_3 + R_5 I_5 + e = 0$$

$$\Rightarrow -R_3 I_3 - R_5 I_5 + R_4 I_4 = e \dots \dots \dots (6)$$

$$\text{العروة III } \sum V = 0 : (ADBA)$$

$$+RI + R_3 I_3 + R_2 I_2 - E = 0$$

$$\Rightarrow R_3 I_3 + R_2 I_2 + RI = E \dots \dots \dots (7)$$

من المعادلات (1) و (2) و (3) نجد:

$$(1) \Rightarrow I_2 = I - I_1$$

$$(2) \Rightarrow I_3 = I - I_4$$

$$(3) \Rightarrow I_5 = I_1 - I_4$$

بتعويضهم في المعادلات (5) و (6) و (7) نتحصل على الجملة التالية:

$$\begin{cases} -R_1 I_1 - R_5 (I_1 - I_4) + R_2 (I - I_1) = e \\ +R_4 I_4 - R_3 (I - I_4) - R_5 (I_1 - I_4) = e \\ RI + R_2 (I - I_1) + R_3 (I - I_4) = E \end{cases}$$

$$\begin{cases} -R_1 I_1 + R_5 I_4 - R_5 I_1 + R_2 I - R_2 I_1 = e \\ + R_4 I_4 - R_3 I + R_3 I_4 + R_5 I_4 - R_5 I_1 = e \\ R I + R_2 I - R_2 I_1 + R_3 I - R_3 I_4 = E \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(R_1 + R_5 + R_2) I_1 + R_5 I_4 + R_2 I = e \\ -R_5 I_1 + (R_4 + R_3 + R_5) I_4 - R_3 I = e \\ -R_2 I_1 - R_3 I_4 + (R + R_2 + R_3) I = E \end{cases}$$

$$\begin{cases} -60 I_1 + 20 I_4 + 20 I = 2 \\ -20 I_1 + (90) I_4 - 10 I = 2 \\ -20 I_1 - 10 I_4 + (50) I = 48 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 I_1 + I_4 + I = 0.1 \\ -2 I_1 + 9 I_4 - I = 0.2 \\ -2 I_1 - I_4 + 5 I = 4.8 \end{cases}$$

حل هذه الجملة بطريقة كرامر (Cramer) يعطى:

$$I_i = \frac{\Delta I_i}{\Delta}$$

$$I_1 = \frac{\Delta I_1}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 0.1 & +1 & +1 \\ 0.2 & +9 & -1 \\ 4.8 & -1 & +5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -3 & +1 & +1 \\ -2 & +9 & -1 \\ -2 & -1 & +5 \end{vmatrix}}$$

$$I_1 = 0.448A$$

$$I_4 = \frac{\Delta I_4}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} -3 & 0.1 & +1 \\ -2 & 0.2 & -1 \\ -2 & 4.8 & +5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -3 & +1 & +1 \\ -2 & +9 & -1 \\ -2 & -1 & +5 \end{vmatrix}}$$

$$I_4 = 0.254A$$

$$I = \frac{\Delta I}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} -3 & +1 & 0.1 \\ -2 & +9 & 0.2 \\ -2 & -1 & 4.8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -3 & +1 & +1 \\ -2 & +9 & -1 \\ -2 & -1 & +5 \end{vmatrix}}$$

$$I = 1.01A$$

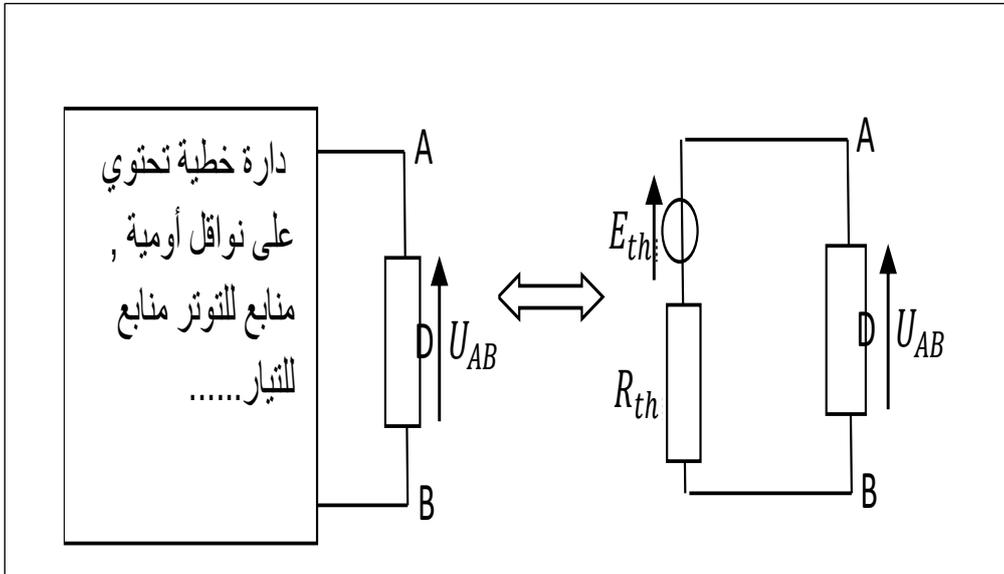
$$I_2 = I - I_1 \Rightarrow 1.01 - 0.418 = 0.562A$$

$$I_3 = I - I_4 \Rightarrow 1.01 - 0.254 = 0.756A$$

$$I_5 = I_1 - I_4 \Rightarrow 0.448 - 0.254 = 0.194A$$

III- 9 نظرية تيفنا (Théorème de Thevenin)

النص: كل شبكة خطية محصورة بين طرفين A و B مهما كانت معقدة، تكافئ مولدا واحدا قوته المحركة الكهربائية (E_{th}) ومقاومته (R_{th}).



الشكل III-16: شبكة خطية

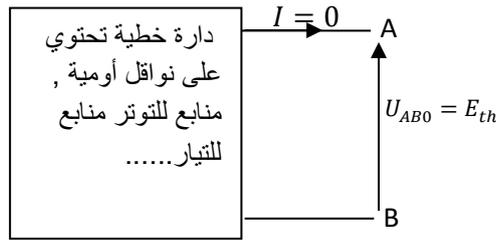
حيث:

$U_{AB0} = E_{th}$: تمثل القوة المحركة الكهربائية للمولد المكافئ (نسميه مولد تيفنا) ويساوي فرق الكمون الموجود بين الطرفين A و B حينما تكون الدارة مفتوحة، أي التوصيل بين A و B مقطوعا.

$R_{th} = R_{eq}$: تمثل المقاومة المكافئة للدارة حيث ننظر إليها من الطرفين A و B (التوصيل بين A و B محذوف) ونطفي كل منابع التوتر والتيار الكهربائيين.

• كيفية حساب مميزتي مولد تيفنا

1. حساب E_{th} : نفتح الدارة بين A و B نحذف ثنائي القطب D ثم نحسب $E_{th} = U_{AB0}$ كما في الشكل الموالي:



2. حساب R_{th} : نحذف ثنائي القطب D ونطفي كل منابع التوتر والتيار ونرسم شكلا جديدا للدارة لا يحتوي على المقاومات, ثم نحسب المقاومة المكافئة R_{th} لكل الدارة الواقعة بين A و B.

إذا كان ثنائي القطب D عبارة عن مقاومة R فإن شدة التيار العابر لثنائي القطب تساوي:

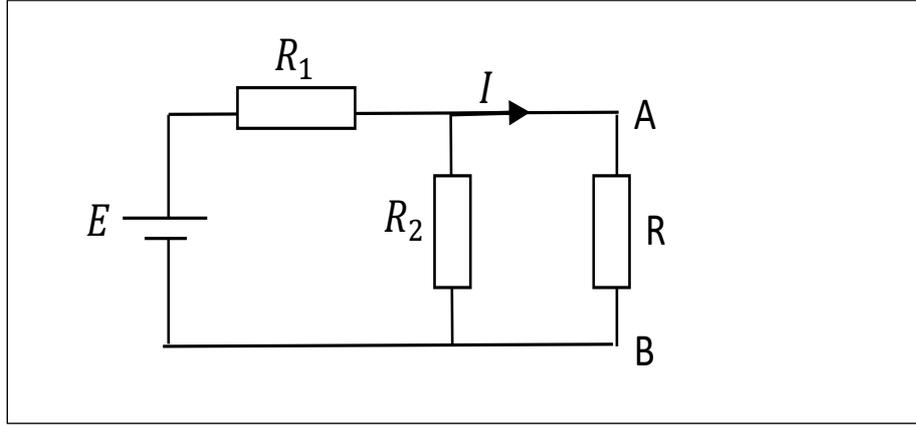
26-III

$$I = \frac{E_{th}}{R + R_{th}}$$

ملاحظة: يمكن أن يحتوي الفرع AB على أكثر من ثنائي قطب.

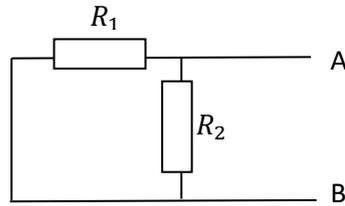
✓ مثال تطبيقي:

لتكن الدارة المبينة على الشكل الموالي نقتح إيجاد $E_{th}; R_{th}$ ثم استنتاج شدة التيار I الكهربائي الذي يغذي المقاومة R وكذا فرق الكمون بين طرفيها.



الحل:

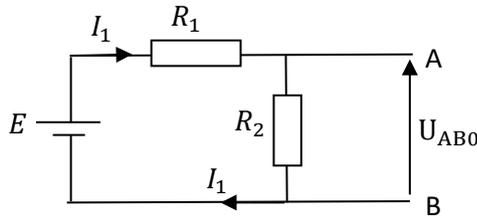
نطفيء منابع التوتر ونحسب المقاومة المكافئة R_{th} , بحذف الفرع AB (كما في الشكل التالي).



R_1 و R_2 مربوطتان على التفرع

$$R_{th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

لحساب E_{th} نعتبر الدارة مفتوحة ونحذف المقاومة بين A و B كما في الشكل اسفله:

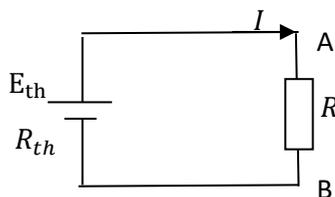


$$E_{th} = U_{AB0} = V_A - V_B = E - R_1 I_1$$

$$= R_2 I_1$$

$$\Rightarrow E_{th} = U_{AB0} = R_2 \frac{E}{R_1 + R_2}$$

لحساب شدة التيار I , نعتبر مولد تيفنا المكافئ مغذيا الفرع ΔR



$$E_{th} - R_{th} I \Rightarrow I = \frac{E_{th}}{R + R_{th}}$$

وبتعويض R_{th} و E_{th} نجد عبارة الشدة:

$$I = \frac{R_2 E}{R_1 R_2 + R R_1 + R R_2}$$

تعيين فرق الكمون بين النقطتين A و B

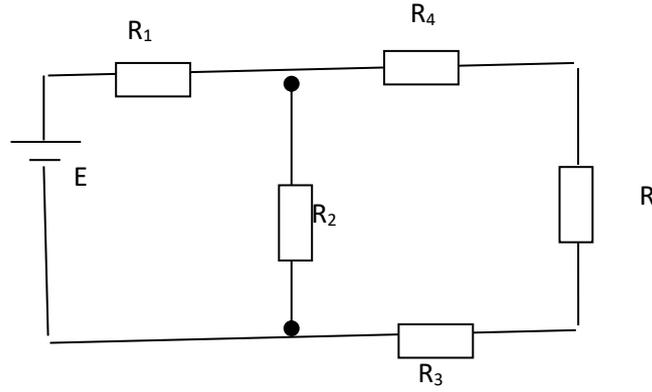
$$U_{AB} = RI = U_{AB} = \frac{R R_2}{R_1 R_2 + R R_1 + R R_2} E$$

تمارين الفصل الثالث: الكهرباء المتحركة

التمرين 01:

تعطى الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل الآتي. باستعمال قوانين كيرشوف أوجد شدة التيار الكهربائي i المار عبر المقاومة R مع العلم أن :

$$R_1 = 1\Omega, R_2 = 2\Omega, R_3 = 3\Omega, R_4 = 4\Omega, R = 6\Omega, E = 6V.$$



التمرين 02:

لتكن الدارة الكهربائية المبينة في الشكل أسفله

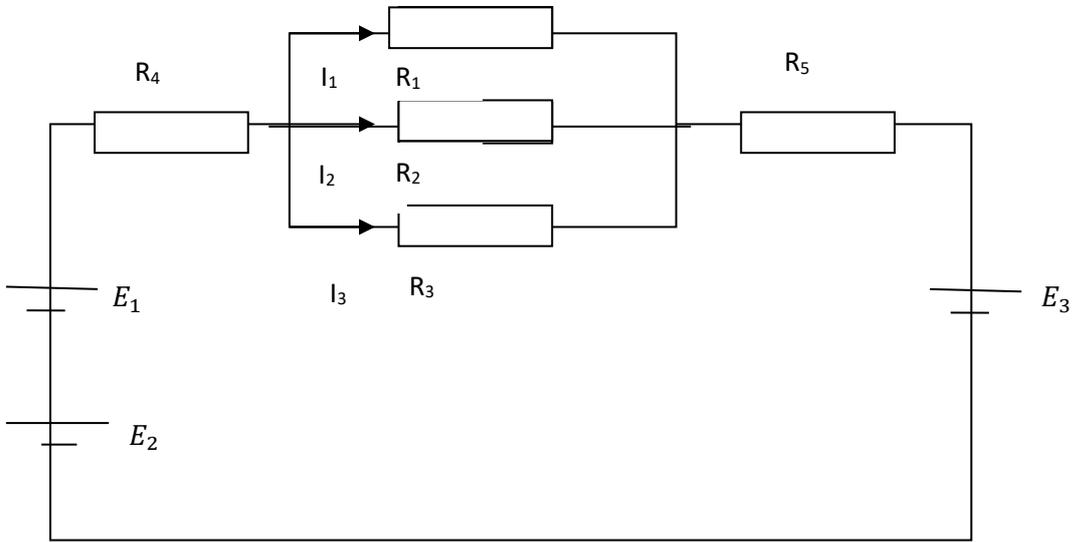
$$\text{حيث: } R_1 = R_2 = R_3 = 60\Omega \text{ و } R_4 = R_5 = 50\Omega, E_1 = E_2 = 24V, E_3 = 12V$$

احسب المولد المكافئ E_{eq} للمولدين E_1 و E_2 ؟

احسب المقاومة المكافئة R_{eq} للمقاومات R_1, R_2, R_3, R_4 و R_5 ؟

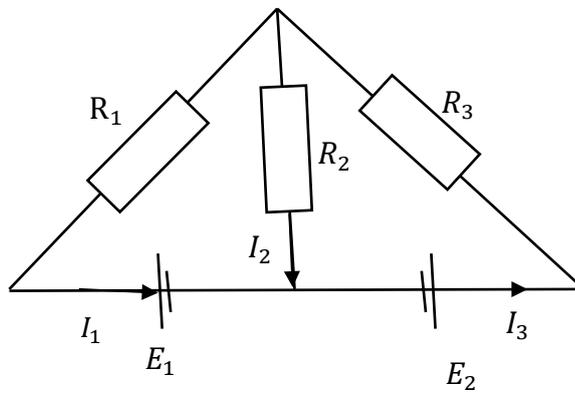
احسب التيارات I_1, I_2 و I_3 ؟

احسب الجهد بين طرفي المقاومات R_1, R_2, R_3, R_4 و R_5 ؟



التمرين 03:

في الدارة الكهربائية الموجودة في الشكل المقابل:



احسب شدات التيار الكهربائي التي تمر في كل الفروع.

تعطى:

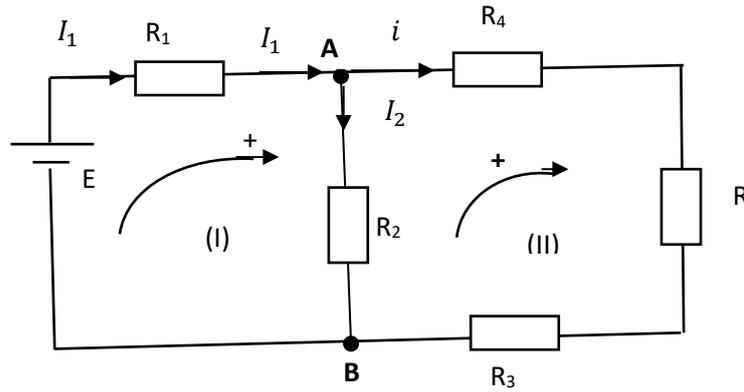
$$R_1 = 200\Omega, R_2 = 50\Omega, R_3 = 20\Omega$$

$$E_1 = 1.6V, \quad E_2 = 6.3V$$

حلول تمارين الفصل الثالث: الكهرباء المتحركة

حل التمرين 01:

$$R_1 = 1\Omega, R_2 = 2\Omega, R_3 = 3\Omega, R_4 = 4\Omega, R = 6\Omega, E = 6V.$$



باستعمال قانون كيرشوف نجد شدة التيار i المارة عبر المقاومة R .

قانون العقدة:

العقدة A : $I_1 = i + I_2$ (1)

العقدة B : $I_2 + i = I_1$

قانون العروة:

العروة (I) : $E - R_1 I_1 - R_2 I_2 = 0$

العروة (II) : $-R_4 i - R i - R_3 i + R_2 I_2 = 0$

$$\begin{cases} E - R_1 I_1 - R_2 I_2 = 0 \\ -(R_4 + R + R_3) i + R_2 I_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_1 I_1 + R_2 I_2 = E \\ -(R_4 + R + R_3) i + R_2 I_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1I_1 + 2I_2 = 6 \dots \dots \dots (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(4 + 6 + 3) i + 2I_2 = 0 \dots \dots \dots (3) \end{cases}$$

نعوض قيمة I_1 في المعادلة (2) نجد:

$$\begin{cases} i + I_2 + 2I_2 = 6 \\ -13i + 2I_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i + 3I_2 = 6 \\ -13i + 2I_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} i = 6 - 3I_2 \dots\dots\dots (4) \\ -13i + 2I_2 = 0 \dots\dots\dots (3) \end{cases}$$

نعوض قيمة i في المعادلة (3) نجد:

$$-13(6 - 3I_2) + 2I_2 = 0 \Rightarrow -78 + 39I_2 + 2I_2 = 0$$

$$-78 + 41I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{78}{41}$$

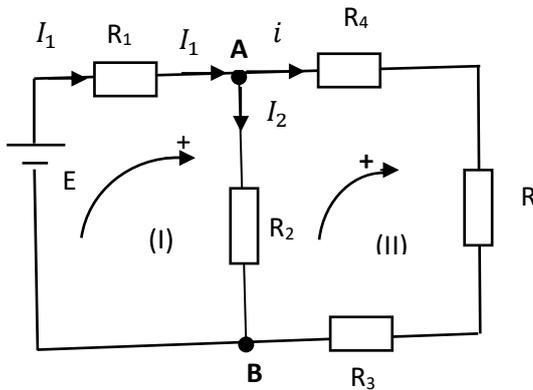
$$I_2 = 1.9A$$

نعوض قيمة I_2 في المعادلة (4) نجد:

$$i = 6 - 3(1.9)$$

$$i = 0.3A$$

طريقة ثانية لحل التمرين 01 :



باستعمال قانون كيرشوف نجد شدة التيار i المارة عبر المقاومة R .

قانون العقدة :

العقدة A : $I_1 = i + I_2$ (1)

العقدة B : $I_2 + i = I_1$

قانون العروة:

العروة (I) : $E - R_1I_1 - R_2I_2 = 0$

العروة (II) : $-R_4 - Ri - R_3i + R_2I_2 = 0$

$$\begin{cases} E - R_1I_1 - R_2I_2 = 0 \\ -(R_4 + R + R_3)i + R_2I_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_1 I_1 + R_2 I_2 = E \dots \dots \dots (2) \\ -(R_4 + R + R_3) i + R_2 I_2 = 0 \dots \dots \dots (3) \end{cases}$$

بتعويض (1) في (2) نجد:

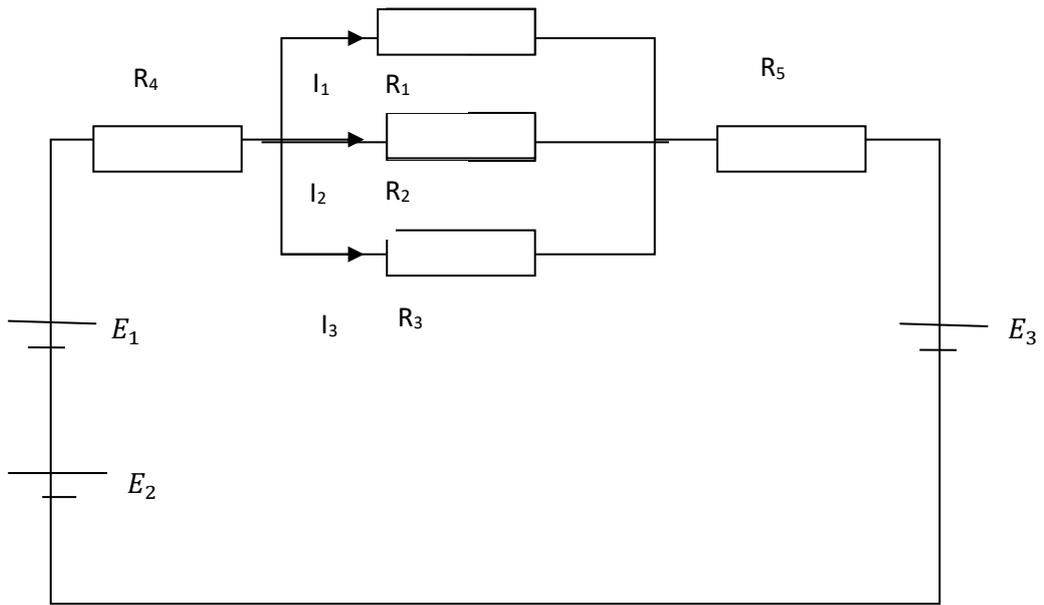
$$\begin{cases} (R_1 + R_2) I_2 + R_1 i = E \\ R_2 I_2 - (R_4 + R + R_3) i = 0 \end{cases}$$

بتطبيق طريقة المحدد نجد عبارة التيار الذي يمر عبر المقاومة R:

$$i = \frac{\begin{vmatrix} R_1 + R_2 & E \\ R_2 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_1 + R_2 & R_1 \\ R_2 & -(R + R_3 + R_4) \end{vmatrix}} = \frac{-R_2 E}{-(R_1 + R_2)(R + R_3 + R_4) - R_1 R_2}$$

ت.ع: $i \approx +0.3$..

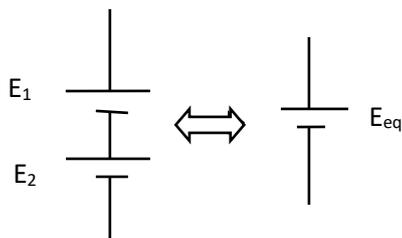
حل التمرين 02:



(1) حساب المولد المكافئ E_{eq} للمولدين E_1 و E_2 :

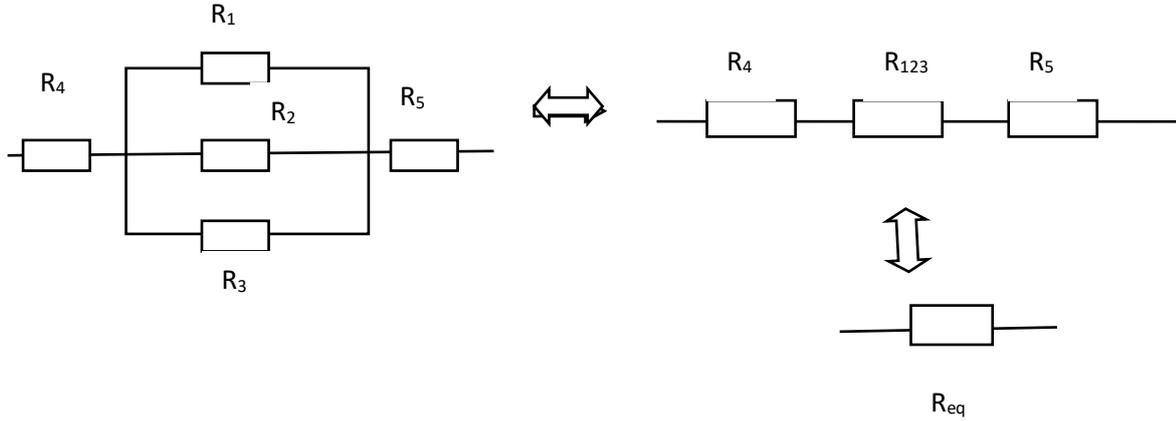
(E_1 و E_2 على التسلسل)

$$E_{eq} = E_1 + E_2$$



$$E_{eq} = 24 + 24 = 48V$$

(2) حساب المقاومة المكافئة R_{eq} للمقاومات R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 :



المقاومات R_4, R_{123}, R_5 (مربوطة على التسلسل)

$$R_{eq} = R_4 + R_5 + R_{123}$$

(R_1, R_2, R_3 مربوطة على التفرع) مع العلم انها متساوية في القيمة

$$R_1 = R_2 = R_3 = R$$

ومنه:

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{R_{123}} = \frac{3}{R}$$

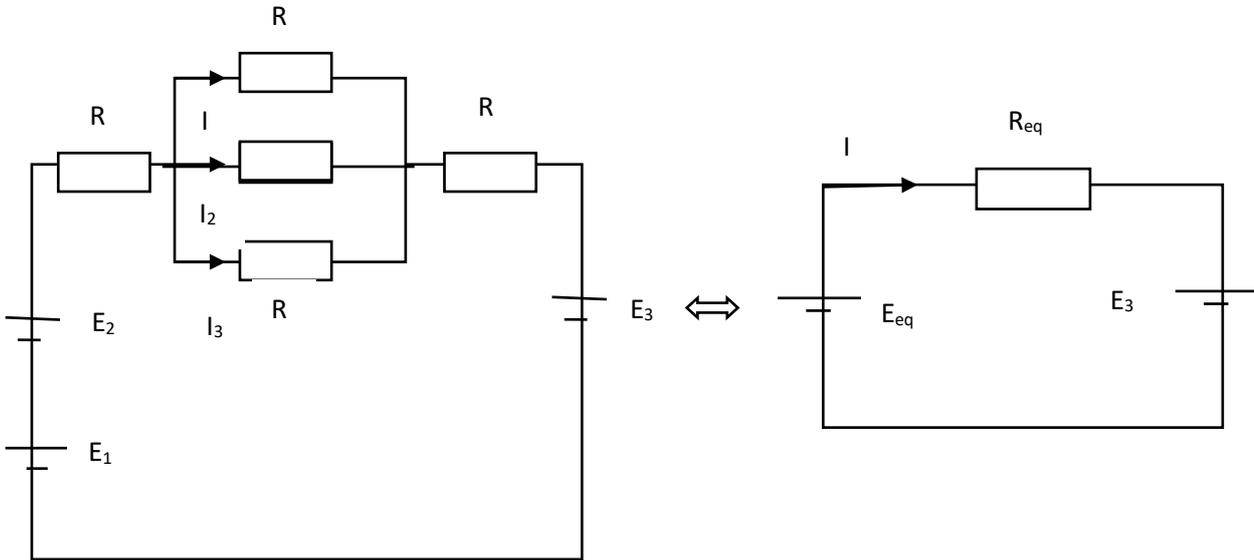
$$R_{123} = \frac{R}{3}$$

$$R_{eq} = R_4 + R_5 + \frac{R}{3} \quad \text{اذن:}$$

$$(R_4 = R_5) = 2R_4 + \frac{R}{3}$$

$$R_{eq} = 2.50 + \frac{60}{3} \Rightarrow R_{eq} = 120\Omega$$

حساب التيارات I_1, I_2, I_3 و



$$I_1 = I_2 = I_3 = \frac{I}{3}$$

(لان $R_1 = R_2 = R_3$)

حساب I:

$$E_{eq} - E_3 = R_{eq}I \Rightarrow I = \frac{E_{eq} - E_3}{R_{eq}} I = \frac{48 - 12}{120} = 0.3A$$

$$I_1 = I_2 = I_3 = \frac{I}{3} = 0.1A$$

(4) حساب الجهد بين طرفي المقاومات R_1, R_2, R_3, R_4 و R_5 .

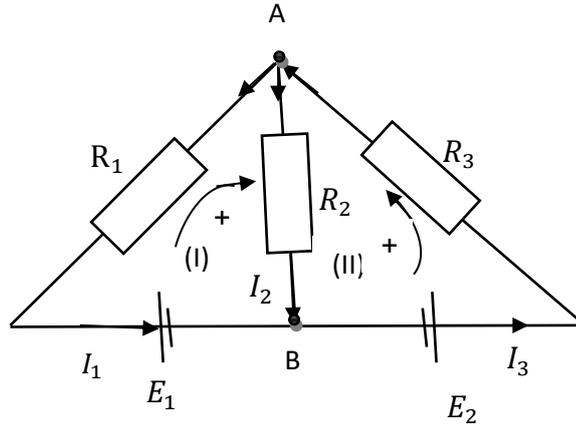
$$V_{R1} = R_1 I_1 = 60 \cdot 0,1 = 6V$$

$$V_{R2} = R_2 I_2 = 60 \cdot 0,1 = 6V$$

$$V_{R3} = R_3 I_3 = 60 \cdot 0,1 = 6V$$

$$V_{R4} = R_4 I = 50 \cdot 0,3 = 15V$$

$$V_{R5} = R_5 I = 50 \cdot 0,3 = 15V$$



حل التمرين 03:

$$R_1 = 200\Omega, R_2 = 50\Omega, R_3 = 20\Omega$$

$$E_1 = 1.6V, \quad E_2 = 6.3V$$

حساب شدات التيار الكهربائي التي تمر في كل الفروع

بتطبيق قانون كيرشوف

لدينا عقدتين A و B

$$\text{العقدة A : } I_3 = I_1 + I_2 \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{العقدة B : } I_2 + I_1 = I_3$$

قانون العروات:

$$\text{العروة (I) : } E_1 + R_1 I_1 - R_2 I_2 = 0$$

$$\text{العروة (II) : } E_2 - R_3 I_3 - R_2 I_2 = 0$$

$$\begin{cases} -R_1 I_1 + R_2 I_2 = E_1 \dots\dots\dots (2) \\ R_3 I_3 + R_2 I_2 = E_2 \dots\dots\dots (3) \end{cases}$$

بتعويض (1) في (3) نجد:

$$\begin{cases} -R_1 I_1 + R_2 I_2 = E_1 \\ R_3 (I_1 + I_2) + R_2 I_2 = E_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -R_1 I_1 + R_2 I_2 = E_1 \\ R_3 I_1 + (R_2 + R_3) I_2 = E_2 \end{cases}$$

بتطبيق طريقة كرامر نجد كل من I_1 و I_2 و I_3

$$I_i = \frac{\Delta I_i}{\Delta}$$

إيجاد I_2

$$I_2 = \frac{\Delta I_2}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} E_1 & -R_1 \\ E_2 & R_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_2 & -R_1 \\ R_2 + R_3 & R_3 \end{vmatrix}}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1.6 & -20 \\ 6.3 & 20 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 50 & -20 \\ 70 & 20 \end{vmatrix}} = \frac{158}{2400}$$

$$I_2 = 0.0625A$$

إيجاد I_1 :

$$I_1 = \frac{\Delta I_1}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} R_2 & E_1 \\ R_2 + R_3 & E_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_2 & -R_1 \\ R_2 + R_3 & R_3 \end{vmatrix}}$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 50 & 1.6 \\ 70 & 6.3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 50 & -20 \\ 70 & 20 \end{vmatrix}} = \frac{203}{2400}$$

$$I_1 = 0.084A$$

إيجاد I_3 :

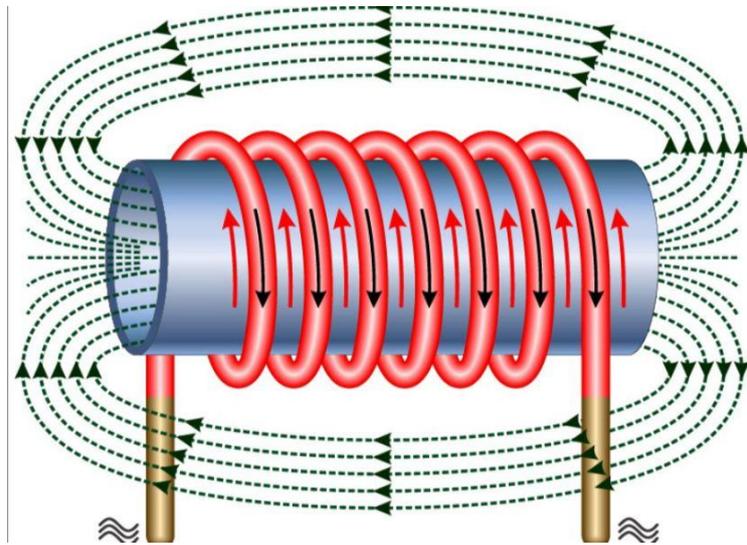
$$I_3 = I_1 + I_2 \quad \text{لدينا:}$$

$$I_3 = 0.084 + 0.062$$

$$I_3 = 0.146A$$

الفصل الرابع

الكهر ومغناطيسية



1-IV مقدمة

الكهرومغناطيسية هي فيزياء الحقل الكهرومغناطيسي أي إنها فرع الفيزياء الذي يدرس الحقل الكهرومغناطيسي الذي يتألف بدوره من حقل كهربائي وحقل مغناطيسي.

ينشأ الحقل الكهربائي عن الشحن الكهربائية الساكنة التي تسبب القوى الكهربائية المسؤولة عن الكهرباء الساكنة والمحددة بقانون كولوم. تقود هذه الحقول الكهربائية أيضا إلى جريان التيار الكهربائي في الموصلات الكهربائية. أما الحقل المغناطيسي فهو ينتج عن المغناط المختلفة إضافة إلى الشحن الكهربائية المتحركة، فعندما تسير شحنة كهربائية ضمن تيار كهربائي ينشأ عنها حقل مغناطيسي محيط بها. لذلك يصعب فصل هذين الحقلين عن بعضهما البعض في الكثير من الحالات.

في عام 1820م اكتشف العالم الدنماركي هانز أورستد أن أي موصل يحمل تيارا كهربائيا يحاط بمجال مغناطيسي. فعندما أحضر إبرة ممغنطة ووضعها بالقرب من سلك يمر به تيار كهربائي تحركت الإبرة نظرا لان الإبرة الممغنطة لا تتحرك إلا بتأثير قوة مغناطيسية فان التجربة أوضحت أن التيار الكهربائي ينتج مجالا مغناطيسيا.

أعلن العالم الفرنسي اندريه ماري أمبير في العشرينيات من القرن التاسع عشر الميلادي أن التيار الكهربائي هو المسؤول عن إنتاج كل المغنطيسية. واستنتج أن المغناط الدائمة تسري بداخلها تيارات ضئيلة. وقاد العمل الذي قام به كل من أورستد وأمبير إلى تطوير المغنطيس الكهربائي الذي يستخدم في بعض الأجهزة كالتلغراف وجرس الباب. وتتكون معظم المغناط الكهربائية من سلك لولبي ملفوف حول قلب حديدي. ويتمغنط المغناطيس الكهربائي في نفس اللحظة التي يمر فيها تيار كهربائي خلال السلك. وإذا عكس اتجاه مرور التيار الكهربائي انعكست إشارة الأقطاب المغناطيسية المتكونة فيصبح الشمالي جنوبيا والجنوبي شماليا.

تنتج المغناطيسية تيارا كهربائيا بواسطة الحث *التأثير* الكهرومغناطيسي، قد اكتشف العالم الانجليزي مايكل فرادي والعالم الفيزيائي الأمريكي جوزيف هنري كل على حدة. الحث الكهرومغناطيسي عام 1831م. وفي الحث الكهرومغناطيسي يقوم أي مجال مغناطيسي متغير إنتاج مجال كهربائي داخل موصل. فعلى سبيل المثال تسبب حركة مغناطيس داخل لفيفة من السلك تغير فرق الجهد من نقطة إلى أخرى على طول السلك. ويمر تيار في السلك طالما ظلت كمية المغناطيسية متغيرة. ويعتبر الحث الكهرومغناطيسي أساس عمل المولد الكهربائي. أما في المحرك الكهربائي فتعكس هذه العملية إذا يقوم التيار المار خلال السلك بإنشاء مجال مغناطيسي يسبب حركة السلك.

وفي عام 1864م استخدم جيمس كلارك ماكسويل التجارب السابقة لبيان أن المجالين الكهربائي والمغناطيسي يعملان معا على إنتاج طاقة إشعاعية في شكل موجات كهرومغناطيسية. واثبت العالم الفيزيائي الألماني هينريتش هرتز صحة ما توصل إليه ماكسويل عندما اكتشف الموجات الكهرومغناطيسية بعد عشرين سنة.

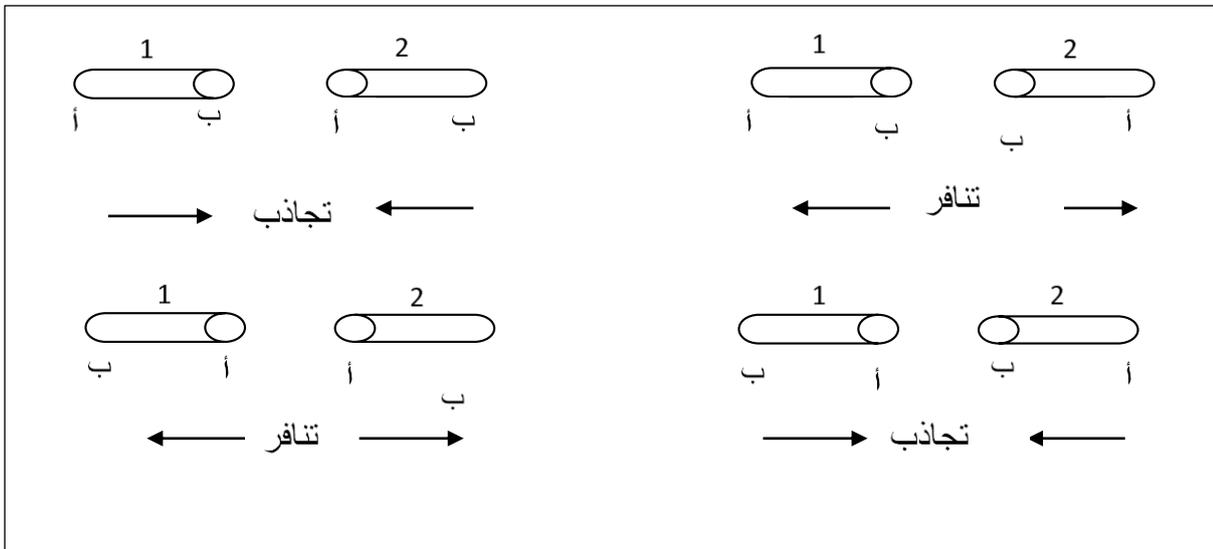
2-IV المغناطيس

من التفاعلات الموجودة في الطبيعة، سندرس التفاعل المغناطيسي وهو أهم التفاعلات المعروفة في القدم منذ قرون. حيث لوحظ أن بعض المعادن كالمغناتيت (Magnétite) لديهم ميزة جذب قطع الحديد الصغيرة. وتوجد هذه الميزة في الحالة الطبيعية بالنسبة كمثال الحديد، الكوبالت... الخ. تدعى هذه الأجسام بالأجسام المغناطيسية.

مع هذا ليست كل مناطق الجسم مغناطيسية فعالة. بل هناك مناطق منه فقط تظهر فيها صفة التمنظت تدعى بالأقطاب المغناطيسية (انظر الشكل 1-IV).

تجربة

نعتبر قضيبين مغناطيسيين كل قضيب له قطبين كما هو موضح في الشكل 1-IV:



الشكل 1-IV: أقطاب المغناطيس

إذن نستنتج إن للمغناطيس قطبين مختلفين، وللتمييز بين القطبين نستعمل خاصية أخرى للمغناطيس فالأجسام المغناطيسية على سطح الأرض تتجه نحو جهة الشمال-جنوب للبوصلية إذن نلاحظ أن جهة

الشمال تعطى دائما من طرف نفس القطب ولذلك يسمى القطب الشمالي أما القطب الآخر فهو القطب الجنوبي.



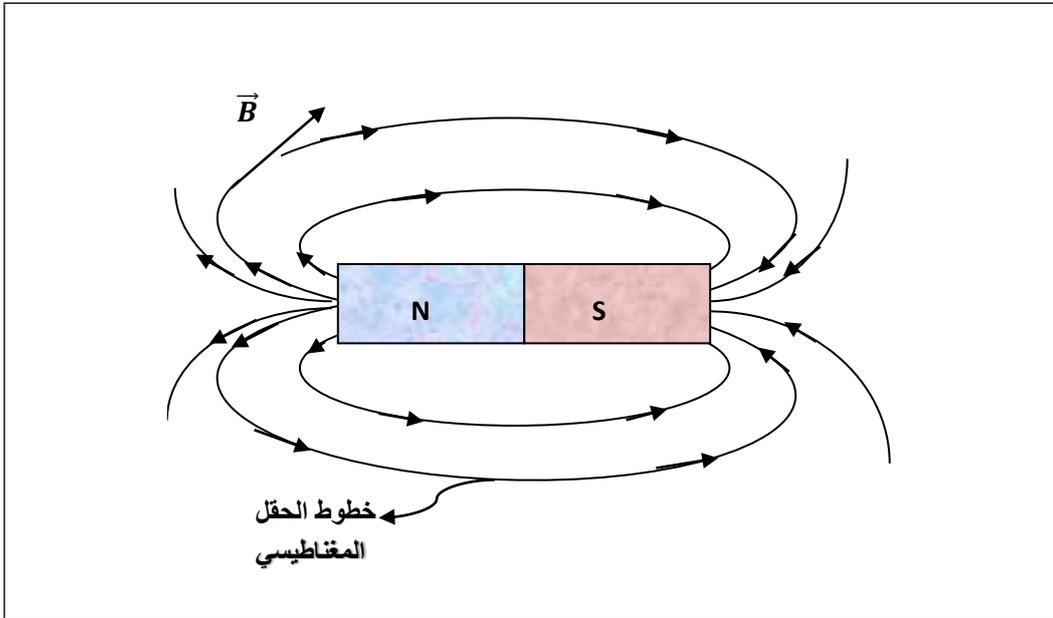
-الأقطاب ذو نفس الاسم تتنافر (ج-ج) أي (S -S)

- الأقطاب مختلفة الاسم تتجاذب (ج-ش) أي (N -S)

كما نشير انه من المستحيل التفريق بين قطبي جسم مغناطيسي، وإذا قسم هذا الجسم المغناطيسي إلى جزأين نتحصل على جسمين مغناطيسيين لكل واحد منهما قطب شمالي وآخر جنوبي. كما نلاحظ أن حلقة أو وشيعة يمر فيها تيار كهربائي لها نفس مميزات المغناطيس الطبيعي، وهذا يدل على أن التيار الكهربائي يكسب الأجسام صفة التمغنط ويؤكد علاقة التمغنط بحركة الشحنات الكهربائية.

3-IV الحقل المغناطيسي

يتميز الفضاء المحيط بالمغناطيس بحقل يدعى الحقل المغناطيسي (champ magnétique) وهي قوة مغناطيسية تنشأ في الحيز المحيط بالجسم المغناطيسي، اتجاهه هو الذي تؤثر عليه البوصلة، وهو مماسي في أي نقطة لخطوط الحقل المغناطيسي (أنظر الشكل 2-IV).



الشكل 2-IV: الحقل المغناطيسي

نتمكن من مشاهدة أهداب أو خطوط الحقل بنشر برادة الحديد حول المغناطيس، نلاحظ خطوطا تشبه خطوط الحقل لثنائي القطب الكهربائي. إن دراسة التفاعل المغناطيسي ليست من البساطة مثل دراسة

التفاعل الكهربائي, وسوف نبدأ بالحالة البسيطة دراسة شحنة منفردة متحركة ثم نعمم النتيجة على مجموعة من الشحنات المتحركة, أي التيار.

خصائص الحقل المغناطيسي

الحقل المغناطيسي ينشأ عن:

- * أجسام ممغنطة.
- * نواقل يمر فيها تيار كهربائي.
- * أجسام مكهربة وفي حالة حركة.

خاصية هذا الحقل

انه لا يؤثر إلا في:

الأجسام المكهربة والتي في حالة حركة أو أي جسم ممغنط، بغض النظر عن حالته الحركية (ساكن أو متحرك) رمزه هو \vec{B} وحدته هي تسلا Tesla T هو مهندس أمريكي من أصل يوغسلافي).

4-IV القوة المغناطيسية المؤثرة على شحنة كهربائية

1-4-IV قوة لورانتز

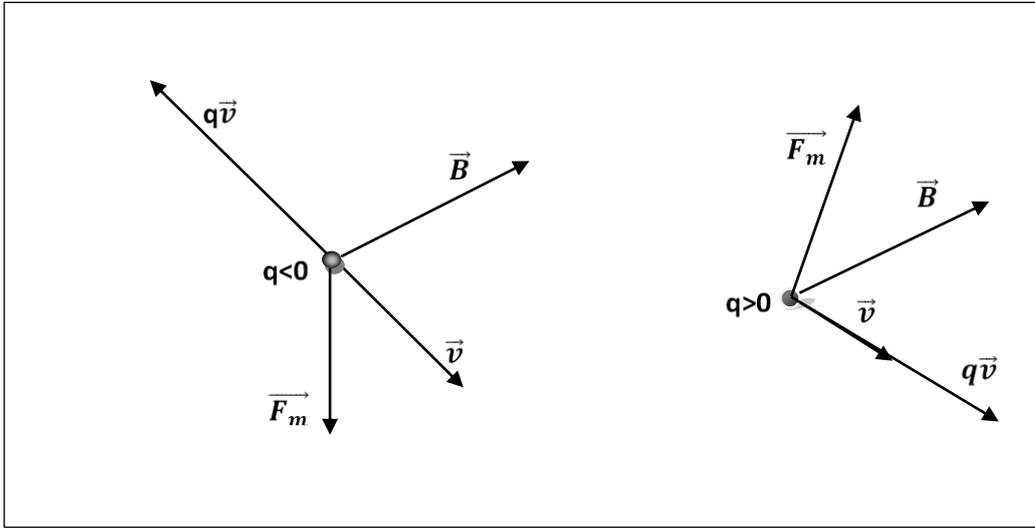
عندما نضع شحنة كهربائية في حالة سكون في حقل مغناطيسي، نلاحظ انه لا توجد أي قوة أو تفاعل خاص يمكن أن يؤثر على هذه الشحنة. لكن عندما تنتقل هذه الشحنة في مجال مغناطيسي نلاحظ انه هناك قوة إضافية تؤثر على الشحنة تضاف إلى داخل القوى الأخرى المؤثرة (القوة الكهربائية وقوة الجذب). ويمكن تجريبيا إيجاد أن هذه القوة المطبقة من طرف حقل مغناطيسي على شحنة كهربائية في حالة حركة تتناسب مع قيمة الشحنة وسرعتها ومنحى هذه القوة هو عمودي على سرعة الشحنة ومنه يمكن كتابة القوة على الشكل الاتي:

1- IV

$$\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$$

$$\vec{F}_m \perp (\vec{v}, \vec{B})$$

$$\vec{F}_m \perp \text{plan}(\vec{v}, \vec{B})$$



الشكل 3-IV: القوة المغناطيسية

القوة \vec{F}_m لا تقدم أي عمل وبالتالي لا يحدث أي تغيير في الطاقة الحركية للجسيمة. بمعنى القوة \vec{F}_m عمودية على السرعة \vec{v} وبالتالي عملها معدوم.

حالات خاصة:

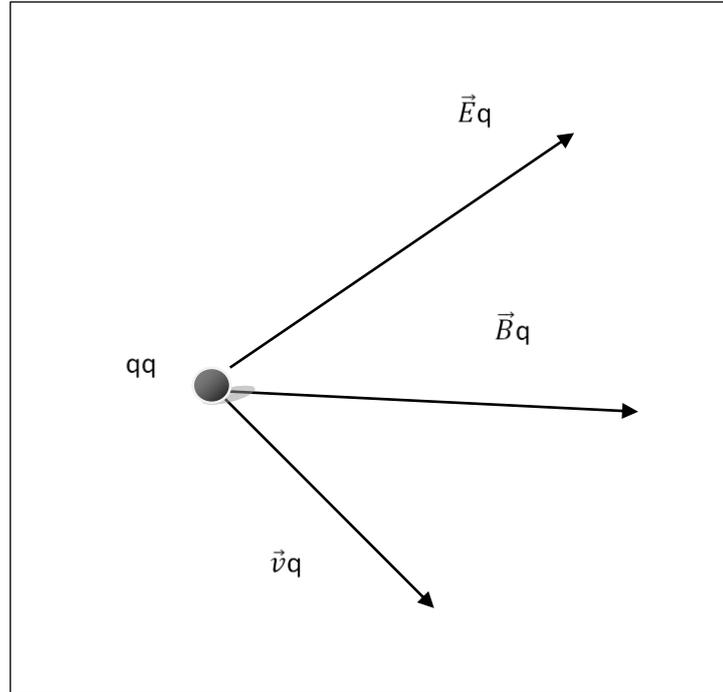
1. الشحنة q ساكنة ($\vec{v} = \vec{0}$) $\vec{F} = \vec{F}_e = q\vec{E}$ و $\vec{F}_m = \vec{0}$ لا توجد قوة مغناطيسية.
2. الشحنة q تنتقل في منطقة يسود فيها الحقلان, المغناطيسي \vec{B} والكهربائي \vec{E} . فان القوة الكلية هي محصلة القوتين الكهربائية \vec{F}_e و المغناطيسية \vec{F}_m

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m$$

$$\vec{F} = q\vec{E} + q.(\vec{v} \wedge \vec{B})$$

2-IV

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$



الشكل 4-IV: قوة لورانتز

المحصلة \vec{F} هي قوة لورانتز Force de Lorentz عندما تكون الشحنة خاضعة لتيار كهربائي وحقل مغناطيسي.

2-4-IV مثال تطبيقي حول قوة لورانتز : فعل هال Effet Hall

لقد اكتشف هال E.C. Hall انه عند وضع صفيحة معدنية يمر بها تيار كهربائي I وفق طولها , داخل حقل مغناطيسي عمودي عليها, يظهر فرق كمون كهربائي ما بين الطرفين المتقابلين للصفيحة, هذه الظاهرة تسمى فعل هال.

نفرض أن حوامل الشحنة من الالكترونات أو البروتونات.

أ-فعل هال السالب: حاملات الشحنة سالبة (-e)

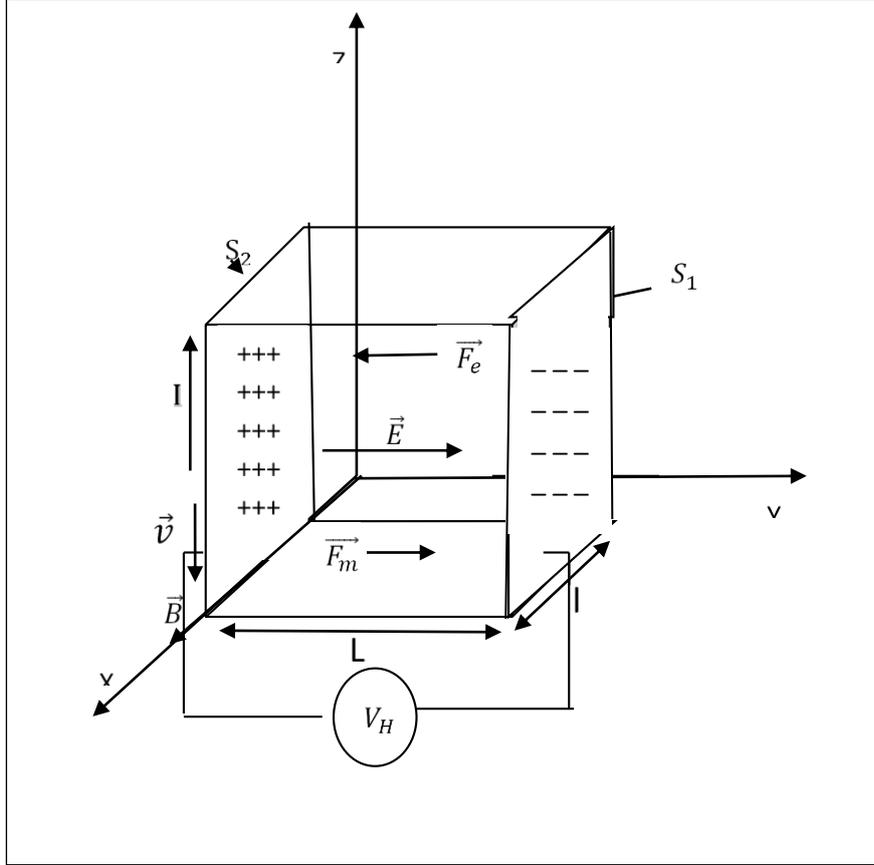
$$\vec{F}_m = q(\vec{v} \wedge \vec{B})$$

$$\vec{F}_m = -e(\vec{v} \wedge \vec{B})$$

$$\vec{F}_m = -e(v\vec{K} \wedge \vec{B}\vec{t})$$

القوة المغناطيسية:

$$\vec{F}_m = evB\vec{j}$$



الشكل IV-5: فعل هال السالب

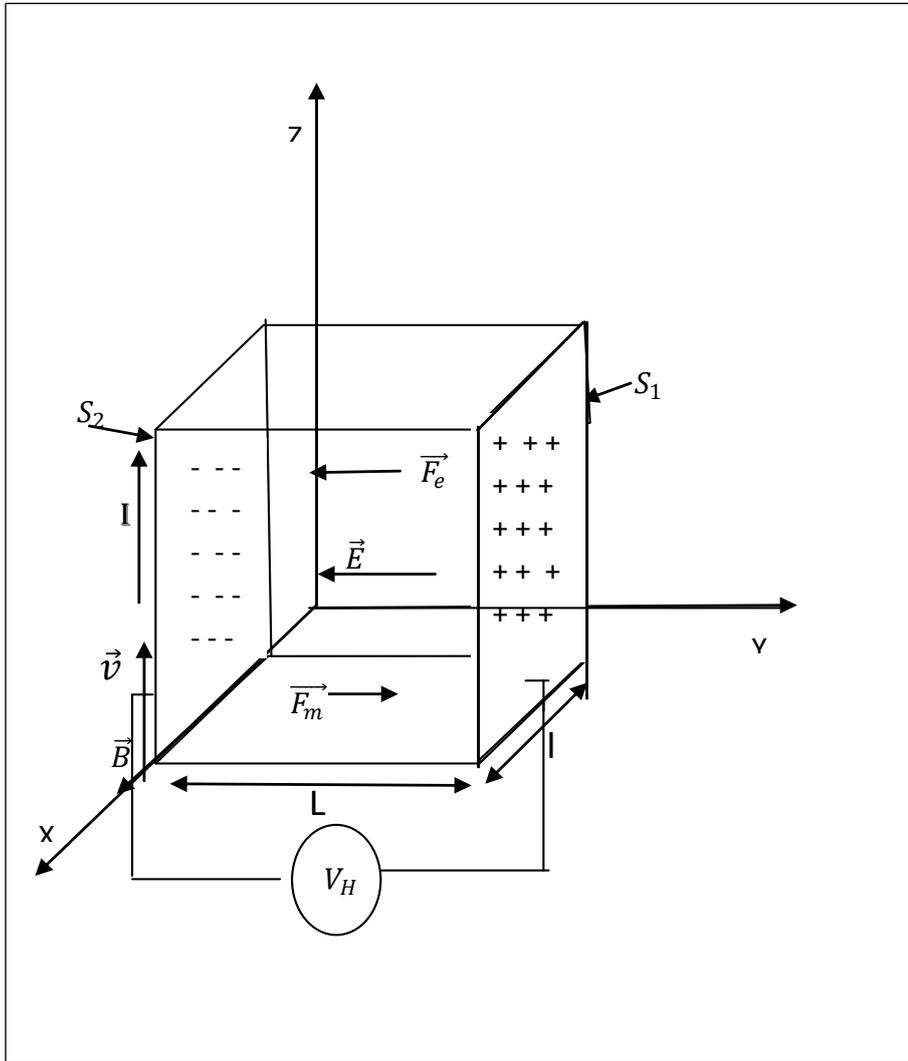
الالكترونات تنحرف نحو (Y^+) الجهة اليمنى للصفحة تصبح مشحونة بالسالب (-) بينما تشحن بالإيجاب الجهة اليسرى لفقدانها عدد من الالكترونات. ينتج حقل كهربائي \vec{E} موجه وفق (Y^+) عندما تعوض القوة الكهربائية $\vec{F}_e = -e\vec{E}$ (النتيجة عن تأثير الحقل الكهربائي على الالكترونات والموجهة وفعال (Y^-) القوة الناتجة عن تأثير الحقل \vec{B} والموجهة وفعال (Y^+) ينتج عن ذلك حالة توازن. يظهر على الطرفين المتقابلين للصفحة فرق الكون يتناسب مع قيمة الحقل المغناطيسي هذا يسمى فعل هال "السالب" وفي بعض المعادن (الكوبالت، الزنك، الحديد.....) يحدث فعل هال الموجب.

ب- فعل هال الموجب: حاملات الشحنة موجبة (+e)

$$\vec{F}_m = +e(\vec{v} \wedge \vec{B})$$

\vec{F}_m موجهة وفق المحور (Y^+)

فرق الكمون يكون معاكسا للذي تحصلنا عليه في حالة الشحنات السالبة.



الشكل IV-6: فعل هال الموجب

تكمُن أهمية فعل هال في معرفة:

✓ إشارة حوامل الشحنة داخل ناقل (التوصيل بالإلكترونات أو التوصيل بالثقوب).

✓ حساب كثافة حوامل الشحنة n .

في حالة التوازن لدينا ما يلي:

$$\vec{F}_m + \vec{F}_e = \vec{0} \Rightarrow F_m = F_e \Rightarrow \left. \begin{array}{l} evB = eE \\ V_H = EL \end{array} \right\} \Rightarrow eE = \frac{eV_H}{L}$$

$$\frac{eV_H}{L} = \frac{(V_{s2} - V_{s1})}{L} \Rightarrow vB = \frac{V_H}{L}$$

3-IV

$$v = \frac{V_H}{BL} \leftarrow$$

$$I = JS = nev \overbrace{(L \cdot l)}^s \quad \text{شدة التيار}$$

بتعويض قيمة v في عبارة التيار نجد:

4-IV

$$n = \frac{IB}{eV_H l}$$

n عدد حاملات الشحنة الحرة في وحدة الحجم.

بحساب كل من I و V_H و B نستطيع إيجاد n

5-IV حركة شحنة في حقل مغناطيسي

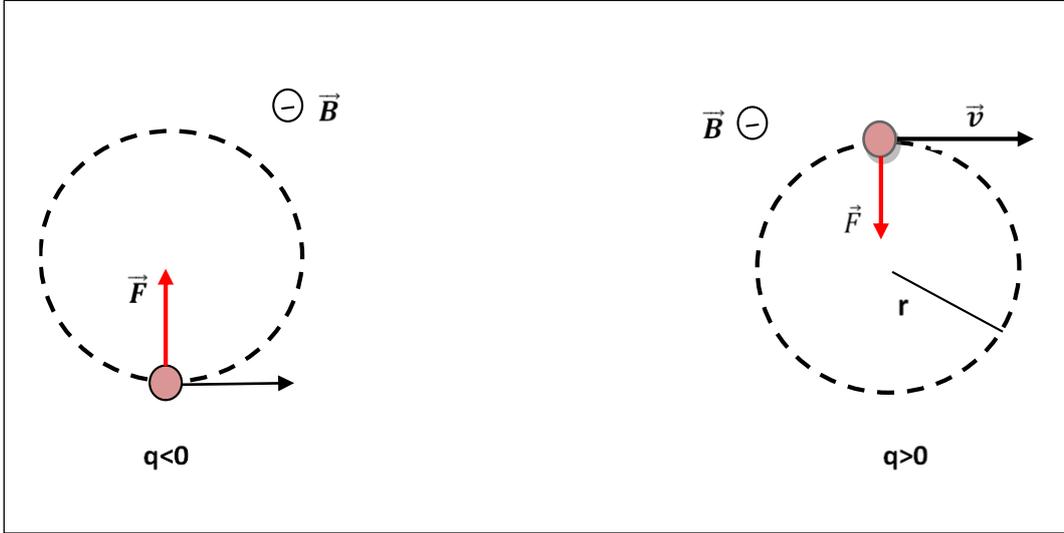
نعتبر في البداية حركة جسيم مشحون في حقل مغناطيسي منتظم وهذا يعني هذا الحقل تكون له نفس الشدة ونفس الاتجاه في كل النقاط. وللتبسيط نفرض انتقال الجسيم في اتجاه عمود على اتجاه الحقل المغناطيسي.

$$\vec{F} = q(\vec{v} \wedge \vec{B})$$

✓ \vec{v} عمودية على الشعاع \vec{B} .

انتقال الجسيم في اتجاه عمودي على اتجاه الحقل المغناطيسي.

بما أن \vec{F} عمودية على \vec{v} يمكن تغيير اتجاه السرعة دون تغيير قيمتها وبالتالي تكون الحركة دائرية منتظمة الشكل.



الشكل IV-7: حركة دائرية لشحنة في حقل مغناطيسي

$$F_m = m\gamma_N$$

$$qvB = m \frac{v^2}{r}$$

$$qB = \frac{mv}{r}$$

5-IV

$$r = \frac{mv}{qB}$$

حيث r هو نصف قطر المسار الدائري للجسيم.

ونعرف w بالسرعة الزاوية حيث:

$$w = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m} \Rightarrow$$

6-IV

$$w = \left(\frac{q}{m}\right) B$$

نلاحظ أن (w) السرعة الزاوية لا تتعلق إلا بالمقدار $\frac{q}{m}$. ونسمي أيضا w بتردد السيكلوترون.

✓ \vec{v} ليست عمودية على الشعاع \vec{B} :

$$\vec{v} \begin{cases} \vec{B} \text{ عمودي على } \vec{v}_\perp \\ \vec{B} \text{ مماسي او موازي } \vec{v}_\parallel \end{cases} \Rightarrow \vec{F}_m = q(\vec{v} \wedge \vec{B})$$

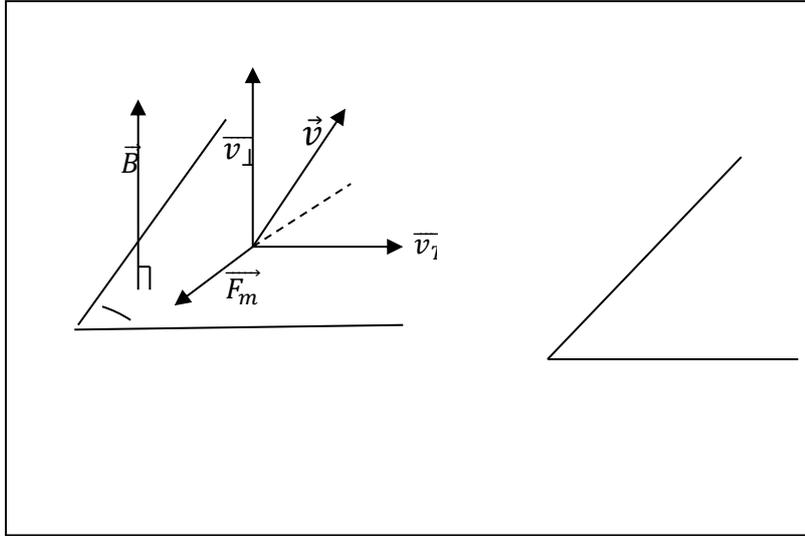
$$= q(\vec{v}_\parallel + \vec{v}_\perp) \wedge \vec{B}$$

$$= q\vec{v}_\parallel \wedge \vec{B} + q\vec{v}_\perp \wedge \vec{B}$$

ويكون لدينا حركة دائرية منتظمة في المستوي $(\vec{v}_\parallel, \vec{F}_m)$ وحركة مستقيمة منتظمة في اتجاه \vec{v}_\perp على العموم هي حركة حلزونية.

ملاحظة:

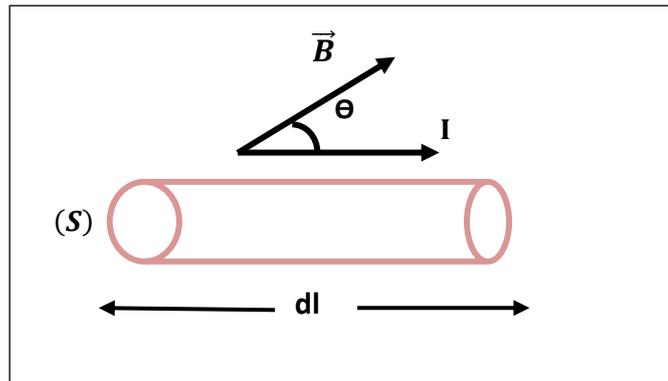
- إذا كان \vec{B} غير منتظم: يكون المسقط عبارة عن مسار دائري في المستوي $(\vec{v}_\parallel, \vec{F}_m)$.
- كلما يكون \vec{B} شديد كلما يكون r صغير (r نصف قطر الانحناء).



الشكل IV-8: حركة شحنة في حقل مغناطيسي

6-IV القوة المغناطيسية المطبقة على تيار كهربائي (قوة لابلاس)

نعرف شدة التيار I على الشحنة الكهربائية التي تجتاز مقطع ناقل (S) في وحدة الزمن. نعتبر مقطع شاقولي (S) تسري فيه شحنات كهربائية q بسرعة v (انظر الشكل IV-9).



الشكل IV-9: ناقل موضوع في مجال حقل مغناطيسي

إذا كان n هو عدد الجسيمات في وحدة الحجم (يعني كثافة الشحنات) فان كثافة التيار تعطى بالعلاقة:

$$\vec{J} = nq\vec{v}$$

وتعطى شدة التيار الكهربائي بالعلاقة الآتية $I = Js = nqvs$

حيث S : هو مقطع الناقل وهو عمودي على الشعاع \vec{J} لكثافة التيار.

إذا كان الناقل موجود في حقل مغناطيسي \vec{B} ويصنع الزاوية θ مع I كما هو موضح في الشكل 9-

IV, فان القوة المغناطيسية المؤثرة على كل شحنة q هي :

$$\vec{F} = q(\vec{v} \wedge \vec{B})$$

وبما أنه يوجد n شحنة في وحدة الحجم فان القوة المطبقة في وحدة الحجم.

$$\vec{f} = nq(\vec{v} \wedge \vec{B}) = \vec{J} \wedge \vec{B}$$

والقوة الكلية المؤثرة على عنصر الطول dl ذو الحجم dV للناقل هي:

$$\vec{dF} = \vec{f} dV = (\vec{J} \wedge \vec{B}) dV = (\vec{J} \wedge \vec{B}) Sdl$$

حيث: $dV = Sdl$ حجم الناقل.

$$\vec{dF} = Sdl(\vec{J} \wedge \vec{B}) = Sdlnq\vec{v} \wedge \vec{B} = (nqsv)\vec{dl} \wedge \vec{B}$$

قوة لابلاس

7-IV

$$\vec{dF} = I(\vec{dl} \wedge \vec{B})$$

\vec{dF} : قوة عمودية على الناقل وطوليتها تساوي $dF_m = IdlB \sin \theta$

أما القوة \vec{F} المؤثرة على دائرة كهربائية ذات أبعاد محدودة هي: $F = \int_{circuit} \vec{dF}$

$$\vec{F} = I \oint \vec{dl} \wedge \vec{B}$$

- القوة عمودية على الخط $(\vec{dF} \perp \vec{dl})$

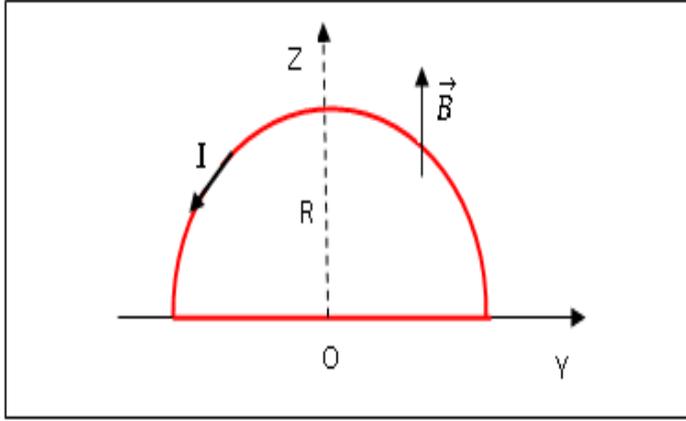
- القوة عمودية على \vec{B} .

المعادلة 7-IV تسمى بقانون لا بلاس (loi de la place)

ملاحظة: محصلة القوة المغناطيسية على أي دائرة مغلقة موجودة تحت تأثير حقل مغناطيسي منتظم معدومة.

مثال تطبيقي على القوة المغناطيسية

ليكن لدينا سلك نصف دائري مغلق نصف قطره R كما هو موضح في الشكل اسفله حيث يمر به تيار كهربائي I ويوضع في حقل مغناطيسي منتظم موجه نحو المحور OZ الموجب.
س: اوجد اتجاه ومقدار القوة المغناطيسية المؤثرة على الجزء المنحني والجزء المستقيم من الدائرة، ثم استنتج القوة الكلية على كامل السلك.



الحل:

- إيجاد القوة المغناطيسية على الجزء المستقيم

بتطبيق قانون لابلاس:

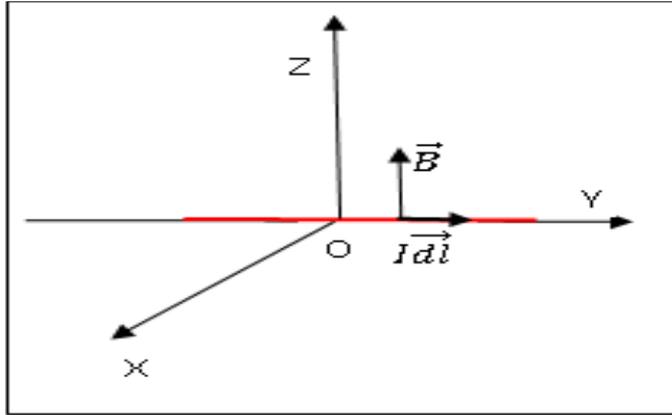
$$d\vec{F}_1 = I(\vec{dl} \wedge \vec{B})$$

إيجاد القوة نحو المحور Ox الموجب طوليها تعطى بالعلاقة

$$dF_1 = IB \sin \frac{\pi}{2} dl$$

$$F_1 = IB \int_{-R}^{+R} dl$$

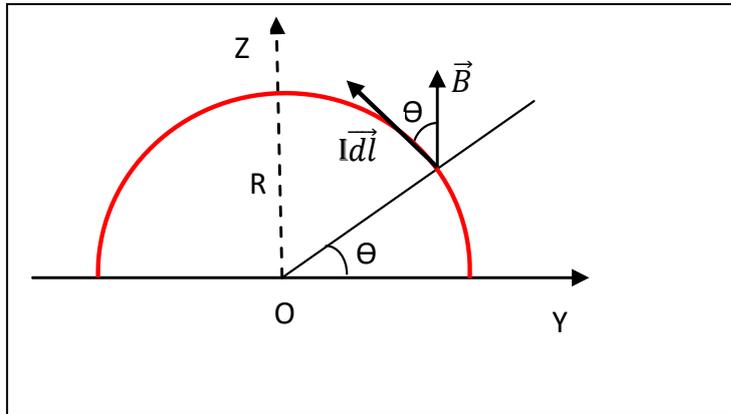
$$\vec{F}_1 = 2RIB\vec{i}$$



إيجاد القوة المؤثرة على الجزء المنحني:

$$d\vec{F}_2 = I(d\vec{l} \wedge \vec{B})$$

اتجاه القوة على الجزء المنحني نحو OX السالب



$$dF_2 = IB \sin \theta dl$$

$$F_2 = IBR \int_0^\pi \sin \theta d\theta$$

$$F_2 = IBR [-\cos \theta]_0^\pi$$

$$\vec{F}_2 = -2RIB\vec{i}$$

القوة المغناطيسية الكلية هي:

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_1 = -2RIB\vec{i} + 2RIB\vec{i} = \vec{0}$$

✚ قاعدة أمبير:

كما ذكرنا سابقا في المقدمة أن أورستيد كان أول من برهن تجريبيا أن التيار الكهربائي يولد حقلًا مغناطيسيا في المنطقة المجاورة له. وعلى مدار عدة سنوات توالت معها التجارب توصل أمبير سنة 1826 وخلال أيام فقط إلى قانون تجريبي يحمل اسمه.

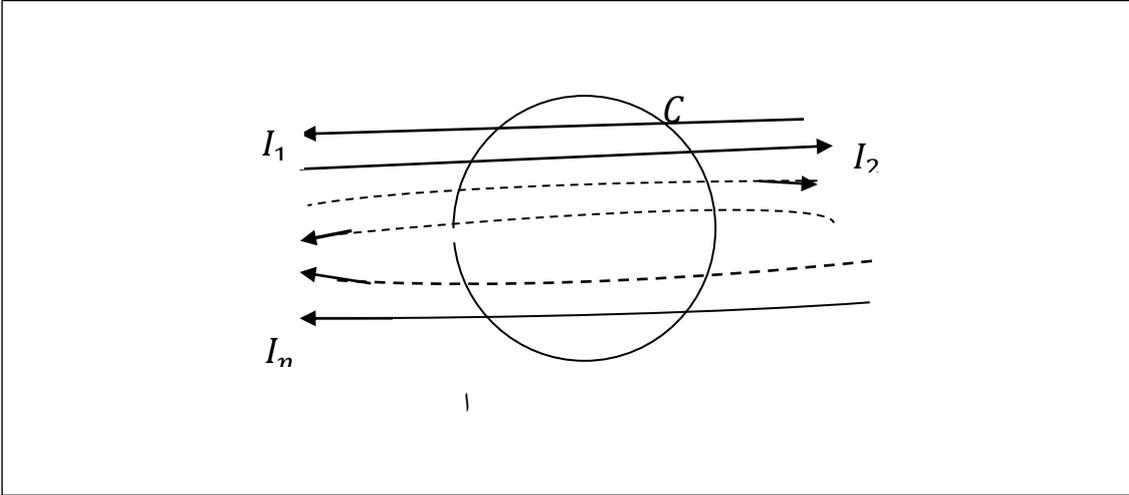
✚ نص قانون أمبير

تجوال الحقل المغناطيسي على طول منحنى مغلق يضم تيارات I_1, I_2, \dots, I_n يساوي جداء النفاذية المغناطيسية للفراغ μ_0 في المجموع الجبري لشدات التيارات المحصورة داخل المحيط.

8- IV

$$A_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} T \cdot m \cdot A^{-1}; \mu_0 \epsilon_0 C^2 = 1$$



الشكل 10-IV: التيارات داخل منحنى مغلق

• مثال تطبيقي:

يجتاز تيار كهربائي ناقلا اسطوانيا لا متناهي الطول نصف قطره R، كثافة التيار \vec{J} ثابتة عبر كل مقطع الاسطوانة وموازية للمحور OZ. نعتبر I_0 التيار الكلي الذي يجتاز الاسطوانة (الناقل الاسطواني). احسب الحقل المغناطيسي داخل وخارج الاسطوانة، ارسم تغيراته؟

الحل:

نعتبر دائرة تحيط بالأسطوانة وتتعامد معها، نصف قطرها r كما في الشكل IV-11-أ، تعبر المقطع S_0 لهذه الاسطوانة تيارات شدتها الكلية I_0 ، إذن تجوال تحريض الحقل المغناطيسي وفق المسار المغلق (C) يساوي:

$$A_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = B2\pi r$$

$$B2\pi r = \mu_0 I_0 \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}$$

تمثل هذه المعادلة الأخيرة شدة الحقل المغناطيسي خارج الأسطوانة والناجم عن مرور التيار الكهربائي في الاسطوانة.

كما نلاحظ أن هذا الحقل يتناسب عكسا مع المسافة ($R < r$)، أما داخل الاسطوانة $r < R$ ، فالتيار الذي يعبر الدائرة (الشكل IV-11-ب) هو I :

$$J = \frac{I_0}{S_0} = \frac{I}{S} \Rightarrow I = \frac{I_0}{S_0} S$$

$$S_0 = \pi R^2 ; S = \pi r^2$$

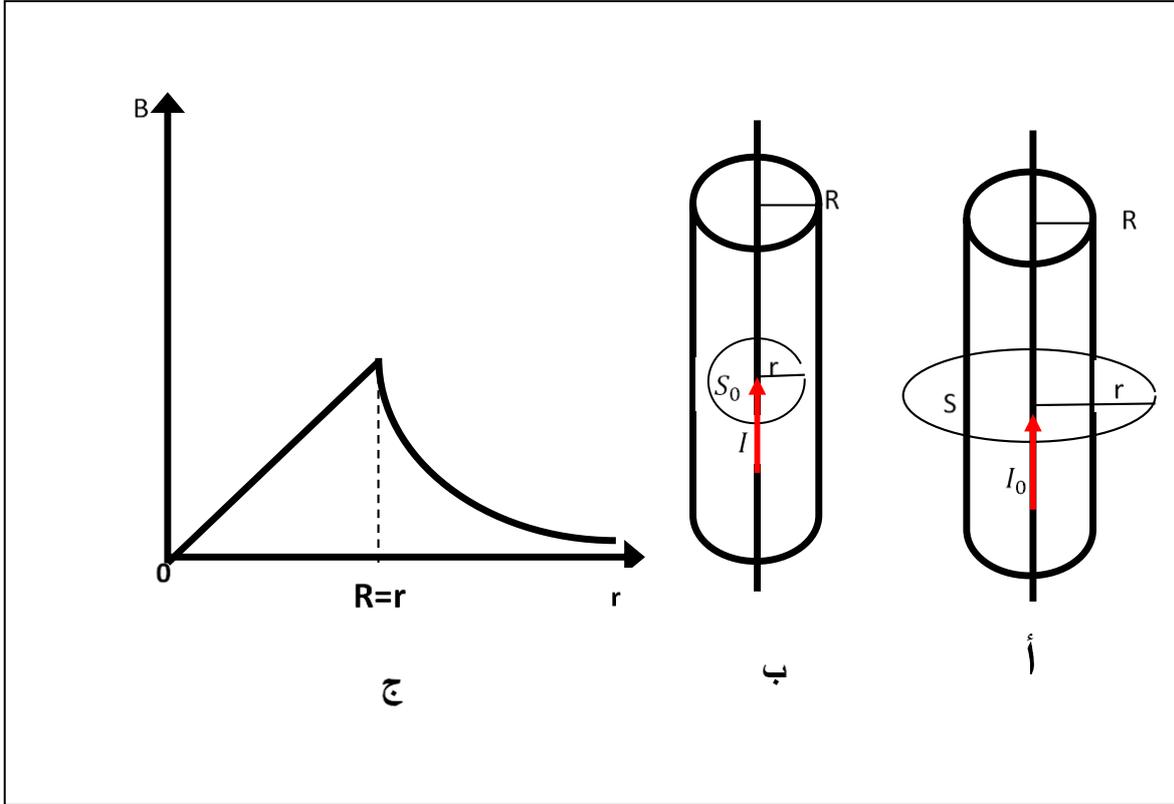
التجوال يساوي إذن:

$$A_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = B2\pi r = \mu_0 I$$

$$\mu_0 I = \mu_0 \frac{I_0}{S_0} S \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi R^2} r$$

في هذه الحالة شدة الحقل المغناطيسي في نقطة ما داخل الاسطوانة تتناسب طردا مع البعد بين محور الاسطوانة وهذه النقطة.

يمثل الشكل IV-11-ج تغيرات الحقل المغناطيسي بدلالة البعد r :



الشكل 11-IV: تغيرات الحقل المغناطيسي بدلالة البعد r (قاعدة امبير)

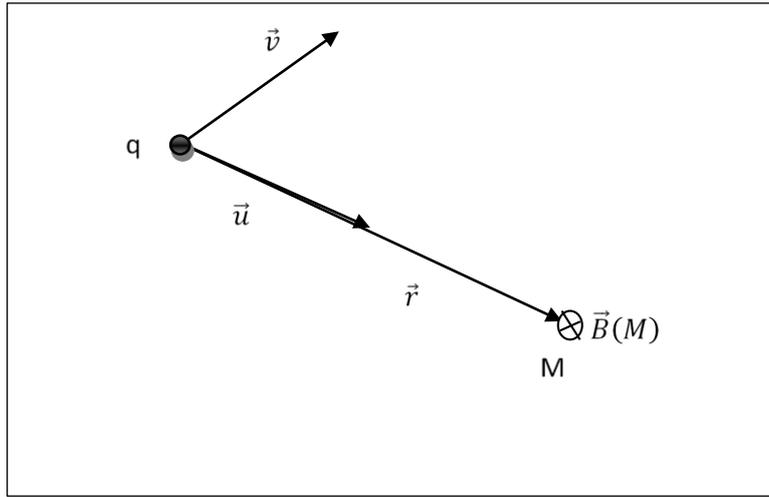
7-IV الحقل المغناطيسي الناشئ عن شحنة نقطية متحركة

يعطى الحقل المغناطيسي في النقطة M من طرف شحنة نقطية q تتحرك بسرعة \vec{v} بالعلاقة التالية:

$$9-IV \quad \vec{B}(M) = \frac{\mu_0 q \vec{v} \vec{r}}{4\pi r^3} = \frac{\mu_0 \vec{v} \vec{u}}{4\pi r^2}$$

حيث: $\vec{u} = \frac{\vec{r}}{r}$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} T \cdot m \cdot A^{-1}; \mu_0 \epsilon_0 C^2 = 1$$



الشكل 12-IV: تأثير الحقل المغناطيسي على شحنة نقطية

8-IV الحقل المغناطيسي الناشئ عن مجموعة من الشحنات النقطية المتحركة

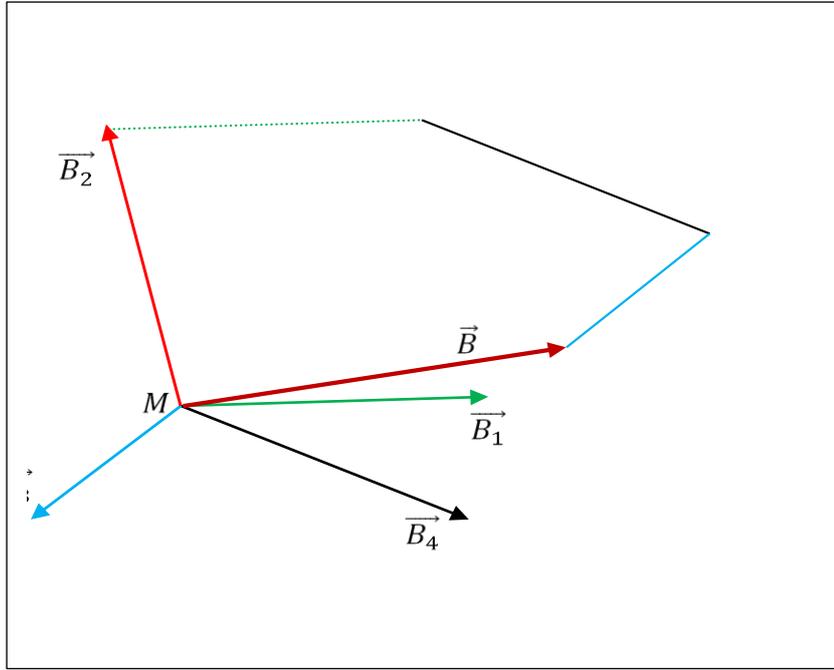
ليكن لدينا N شحنة نقطية q_i تتحرك بسرعة \vec{v}_i , بتطبيق مبدأ التجميع, يكون الحقل المغناطيسي الناتج في النقطة M نتيجة لهذه الشحن هو المجموع الشعاعي للحقول المغناطيسية:

$$10-IV \quad \vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_i^N \frac{q_i \vec{v}_i \vec{u}}{r_i^2}$$

- إذا أثرت عدة حقول مغناطيسية $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3 \dots \dots \dots \vec{B}_n$ على شحنة كهربائية q في حالة حركة أو على إبرة ممغنطة فإن الحقل المغناطيسي المكافئ \vec{B} يساوي المجموع الشعاعي لكافة الحقول المؤثرة.

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 \dots \dots + \vec{B}_n$$

كمثال على ذلك:



الشكل IV-13: تأثير الحقول المغناطيسية على شحنة نقطية

9-IV الحقل المغناطيسي الناتج عن تيار كهربائي (قانون بيوت وسفار **loi de Biot et Savart**)

التيار الكهربائي يولد حقل مغناطيسي في الفراغ الذي يحيط به .

يرتبط الحقل المغناطيسي الناتج عن هذا التيار:

- 1- بشدة التيار.
- 2- بهندسة الدارة الكهربائية (ترتبط بشكلها).
- 3- يرتبط بوضعيته بالنسبة للنقطة M المراد حساب فيها الحقل المغناطيسي

1-9-IV قانون بيوت و سفار **Loi de Biot et Savart**

بعد اكتشاف التأثير المغناطيسي عام 1819 بواسطة العالم أورستد Oersted لسلك يمر به تيار كهربائي، ويؤثر على إبرة مغناطيسية موضوعة بالجوار. قام العالمين بيوت و سفار بعدة تجارب لإيجاد العلاقة بين التيار المار في سلك والحقل المغناطيسي الناتج عنه عند أية نقطة في الفراغ، وقد توصلوا الى الحقائق العلمية التالية:

1. إن متجه الحقل المغناطيسي dB لعنصر صغير من السلك طوله dS عند نقطة P في الفراغ تكون دائما عمودية على كلا من العنصر dS ومتجه الإزاحة r الذي يتجه من عنصر السلك dS إلى النقطة P .

2. يتناسب مقدار الحقل المغناطيسي dB عكسيا مع مربع المسافة r^2 .

3. يتناسب مقدار الحقل المغناطيسي dB طرديا مع مقدار التيار المار في السلك.

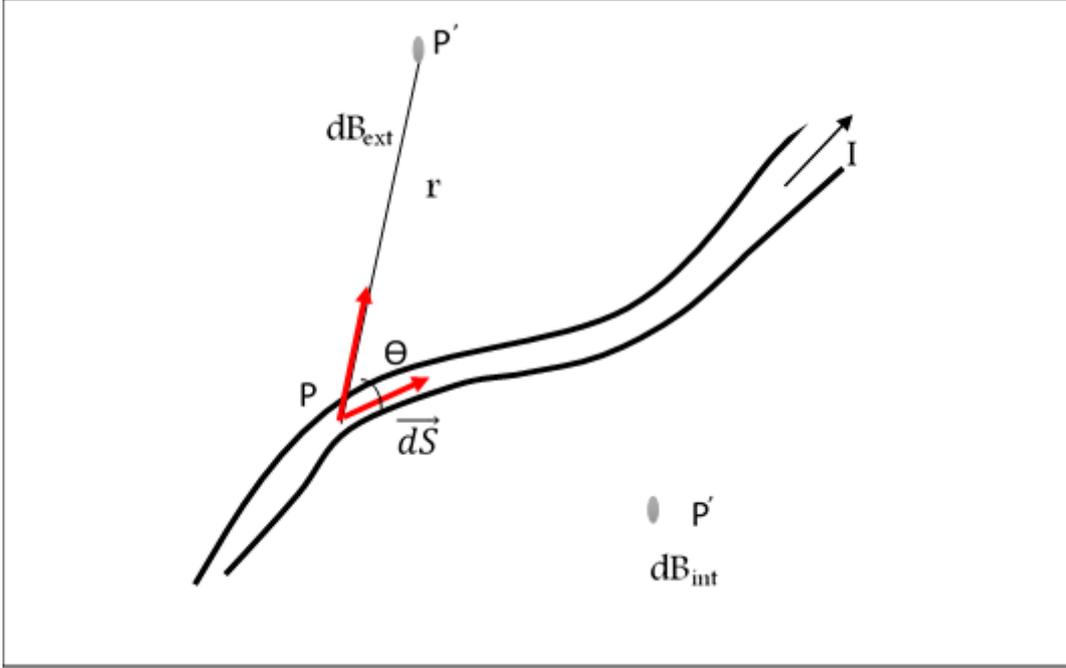
4. يتناسب مقدار الحقل المغناطيسي dB طرديا مع $\sin\theta$ حيث أن الزاوية θ هي الزاوية المحصورة بين متجه الإزاحة r والعنصر من السلك dS .

هذه النتائج العلمية يمكن تلخيصها في قانون بيوت وسافار

$$dB = K_m \frac{I d\vec{S} \wedge \vec{r}}{r^2} ; \quad K_m = \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \text{ M.K.S.A}$$

قانون بيوت وسافار للحقل المغناطيسي الناتج عن عنصر صغير dS من سلك هو:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{S} \wedge \vec{r}}{r^2}$$



الشكل 14-IV: التأثير المغناطيسي لسلك

لاحظ أن القانون السابق يعطي قيمة الحقل المغناطيسي الناشئ عن عنصر صغير من السلك dS ولذلك يجب إجراء عملية التكامل للحصول على قيمة الحقل المغناطيسي الناتج عن السلك كله.

11-IV

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{S} \wedge \vec{r}}{r^2}$$

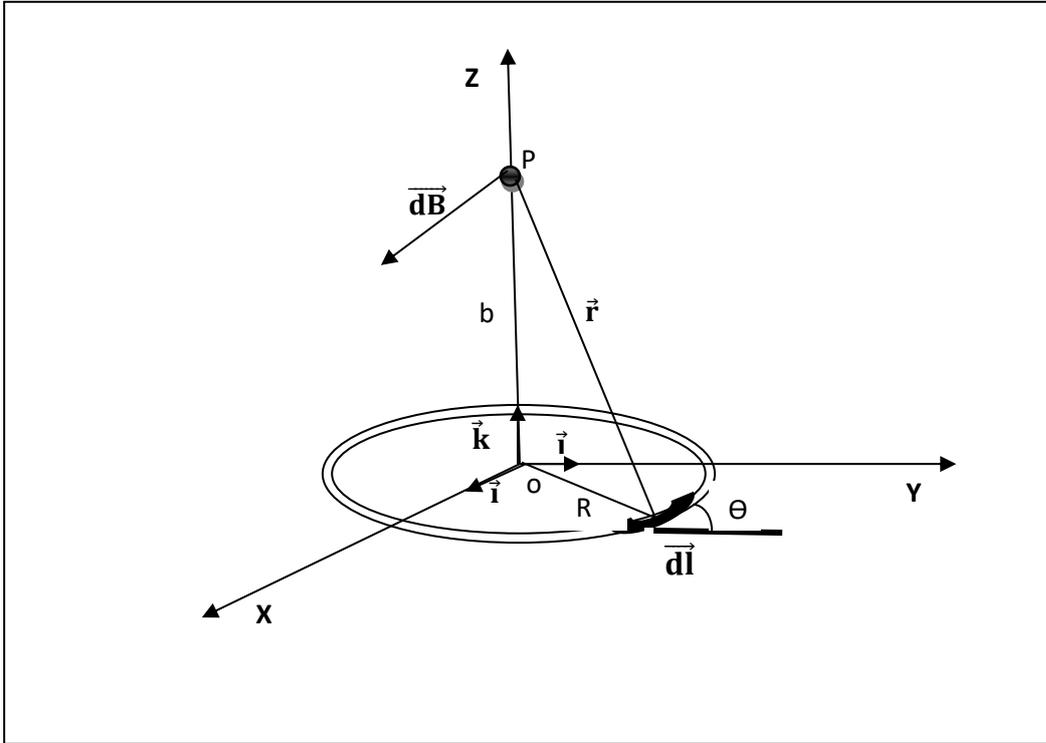
العلاقة 11-IV هي قانون بيوت وسأفار للحقل المغناطيسي الكلي الناتج عن سلك طوله L . تستعمل هذه العلاقة لحساب الحقل المغناطيسي الناتج عن سلك خطي، عن لفة وعن وشيعة يعبرها تيار.

2-9-IV تطبيقات عن قانون بيوت وسفار

• حقل التحريض المغناطيسي الناتج عن تيار دائري:

يبين الشكل الموالي حلقة يجتازها تيار كهربائي ثابت الشدة I , نريد تحديد حقل التحريض المغناطيسي على محور هذه الحلقة.

نختار على الحلقة طولاً عنصرياً $d\vec{l}$, ثم نحسب الحقل المغناطيسي العنصري المتولد في النقطة P . للحصول على الحقل الكلي نقوم بعملية التكامل.



الشكل IV-15: حلقة يمر بها تيار كهربائي

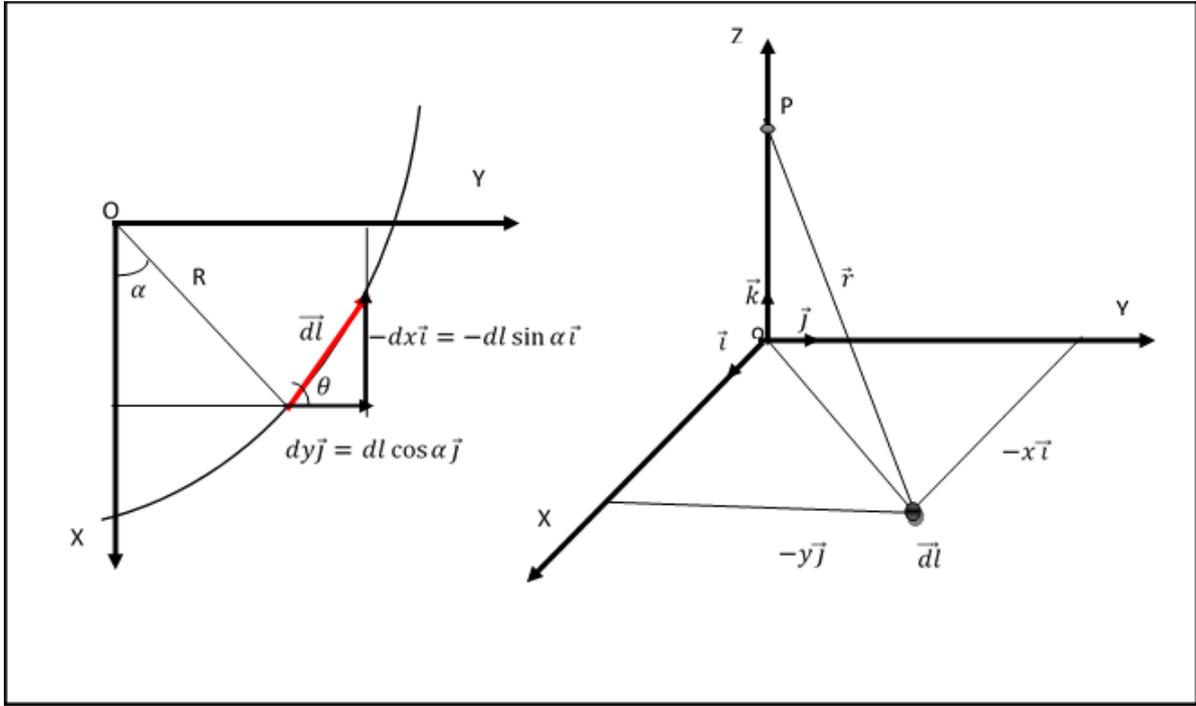
من الشكل IV-14:

لدينا الزاويتان α و θ متعامدتا الأضلاع $\Rightarrow \alpha = \theta$ $\begin{matrix} oy \perp ox \\ dl \perp R \end{matrix}$

$$\vec{dl} = -dx\vec{i} + dy\vec{j} \Rightarrow \vec{dl} = -dl \sin \alpha \vec{i} + dl \cos \alpha \vec{j}$$

وبما أن $dl = R d\alpha$

$$\vec{dl} = -R \sin \alpha d\alpha \vec{i} + R \cos \alpha d\alpha \vec{j}$$



الشكل IV-16: تعيين مركبات الشعاع \vec{r} و \vec{dl}

وعليه فان مركبات الشعاع \vec{dl} و \vec{r} هي:

$$\vec{r} = \begin{cases} -x = -R \cos \alpha \\ -y = -R \sin \alpha \\ b \end{cases} ; \vec{dl} = \begin{cases} -R \sin \alpha d\alpha \\ R \cos \alpha d\alpha \\ 0 \end{cases}$$

نطبق قانون بيوت وسافار:

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{dl} \Lambda \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} \vec{dl} \Lambda \vec{r}$$

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -R \sin \alpha d\alpha & R \cos \alpha d\alpha & 0 \\ -R \cos \alpha & -R \sin \alpha & b \end{vmatrix}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} [(Rb \cos \alpha d\alpha) + Rb \cos \alpha d\alpha \vec{j} + R^2 d\alpha \vec{k}]$$

$$\vec{dB} = dB_x \vec{i} + dB_y \vec{j} + dB_z \vec{k}$$

تبين لنا أن للشعاع \vec{dB} ثلاث مركبات:

$$\vec{dB} = \vec{dB}_x + \vec{dB}_y + \vec{dB}_z$$

يكفي الآن مكاملة المركبات الثلاثة من 0 إلى 2π للحصول على المركبات الثلاثة للحقل المغناطيسي الناتج عن الحلقة:

$$B_x = \int_0^{2\pi} dB_x = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 IRb}{4\pi r^3} \cos \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 IRb}{4\pi r^3} \int_0^{2\pi} \cos \alpha d\alpha = 0$$

$$B_y = \int_0^{2\pi} dB_y = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 IRb}{4\pi r^3} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 IRb}{4\pi r^3} \int_0^{2\pi} \sin \alpha d\alpha = 0$$

$$B_z = \int_0^{2\pi} dB_z = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 IR^2}{4\pi r^3} d\alpha = \frac{\mu_0 IR^2}{4\pi r^3} \int_0^{2\pi} d\alpha = \frac{\mu_0 IR^2}{4\pi r^3} 2\pi$$

وفي النهاية:

$$\vec{B} = \vec{B}_z = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} \vec{K} \Rightarrow B = B_z = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}}$$

هذه العبارة لا تصلح إلا إذا كانت النقطة P تقع على المحور العمودي على مستوى الحلقة والمار من مركزها.

مناقشة:

الحالة الأولى: في مركز الحلقة $b=0$, مهما كان نصف قطرها فان:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2b}$$

الحالة الثانية: إذا كانت الحلقة صغيرة جدا أي $b \gg R$, فان:

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2b^3}$$

الحالة الثالثة: في حالة وشيعة مصفحة مكونة من N حلقة، نأخذ نصف القطر المتوسط للحلقات ونضرب النتائج السابقة في العدد N.

$$B = B_z = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} N$$

الحقل المغناطيسي في مركز الحلقة $b=0$:

$$B = \frac{\mu_0 I N}{2b}$$

$b \gg R$

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2b^3} N$$

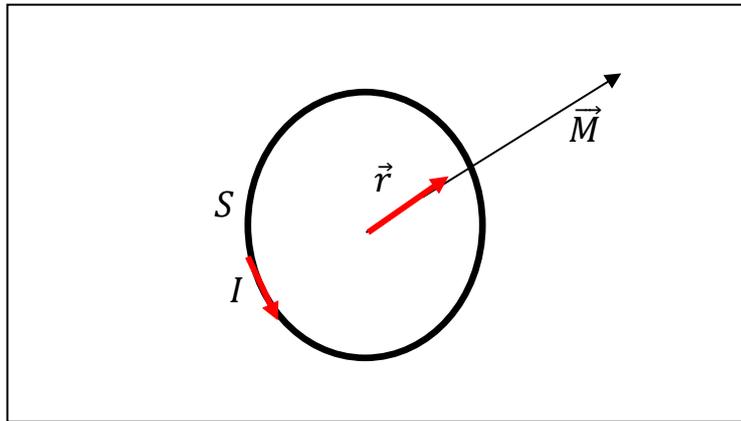
10-IV ثنائي القطب المغناطيسي

ثنائي القطب المغناطيسي هو دائرة صغيرة مساحتها S غير محددة الشكل يعبرها تيار I (انظر الشكل IV-17). نعرف عزم ثنائي القطب المغناطيسي:

$$\vec{M} = I \vec{S} = IS\vec{n}$$

إذا وضعت هذه الدائرة في مجال مغناطيسي \vec{B} خارجي فإنها ستخضع لمزدوجة قوى مغناطيسية يعطى عزمها بالعلاقة التالية:

$$\vec{L} = \vec{M} \wedge \vec{B}$$



الشكل IV-17: ثنائي القطب المغناطيسي

الطاقة الكامنة للتفاعل بين الدارة والحقل المغناطيسي الخارجي يعطى بالعلاقة:

$$14-IV \quad E_p = -\vec{M} \cdot \vec{B}$$

من هذه العلاقة الاخيرة نجد أن ثنائي القطب المغناطيسي الخارجي يمتلك اقل قيمة للطاقة الكامنة للتفاعل مع الحقل المغناطيسي الخارجي وتساوي $(-MB)$ ، حيث أن \vec{M} موازي وبالاتجاه نفسه مع \vec{B} . وان ثنائي القطب يمتلك أعظم قيمة للطاقة وتساوي $(+MB)$ حيث أن \vec{M} موازي وباتجاه معاكس إلى \vec{B} .
ملاحظات:

- العلاقات السابقة تشبه العلاقات الخاصة بثنائي القطب الكهربائي.
- إذا كانت الدارة مكونة من N لفة كل منها يحمل التيار نفسه والمساحة نفسها، فان العزم المغناطيسي يعطى بالعلاقة :

$$15-IV \quad \vec{L} = N\vec{M} \wedge \vec{B}$$

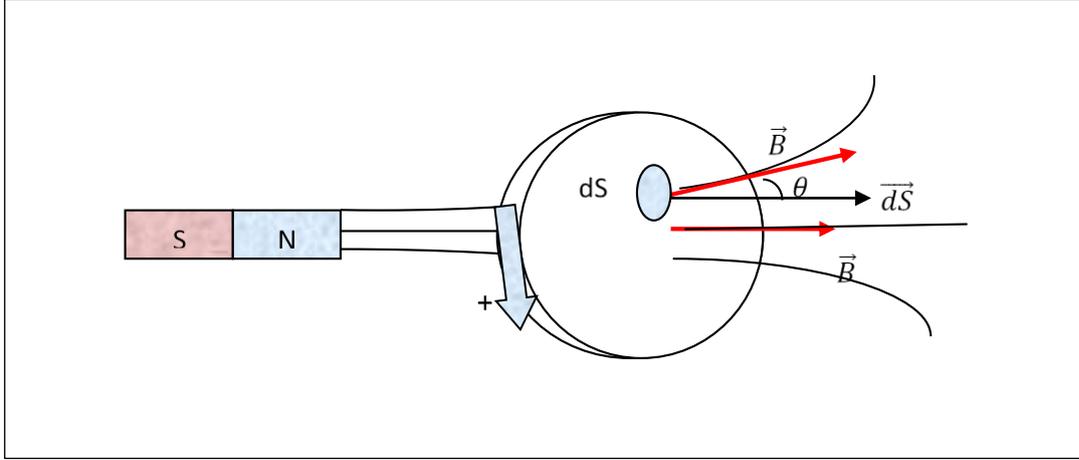
11-IV الحث المغناطيسي

يعرف الحث الكهرومغناطيسي بأنه عملية انتاج قوة دافعة كهربائية عبر موصل كهربائي في مجال مغناطيسي متغير، ويعتمد مبدأ الحث الكهرومغناطيسي على وضع موصل او تحريكه عبر المجال المغناطيسي، مما يؤدي الى توليد الجهد أي توليد الكهرباء، ويعتمد مقدار الجهد الكهربائي المتولد الى سرعة الموصل الذي يتحرك خلال المجال الكهربائي، فكلما زادت سرعة الموصل زادت الكهرباء او زاد الجهد المتحدث

1-11-IV التدفق المغناطيسي

- تعريف: نسمي تدفق الحقل المغناطيسي \vec{B} عبر السطح dS بالمقدار:

$$16-IV \quad \Phi = \oint \vec{B} \cdot \vec{dS} = \oint \vec{B} \cdot \vec{n} dS = \oint B \cos \theta dS$$



الشكل IV-18: التدفق المغناطيسي عبر سطح

\vec{dS} يمثل شعاع السطح العنصري، نعتبره دائما عموديا على السطح ومغادر للسطح حسب الاتجاه الموجب المختار (وفق قاعدة البرغي) على محيط السطح، كما نعتبر \vec{B} منتظما عبر السطح العنصري dS . الشعاع \vec{n} يمثل شعاع الواحدة لنظام السطح وحدة التدفق هي الويبر (Wb).

كيف يتغير ϕ عندما نقرب أو نباعد المغناطيس والوشية.

- عندما نقرب المغناطيس من الوشية فان B يزداد في كل نقطة من السطح فيزداد ϕ (وهذا يعني ازدياد عدد خطوط الحقل العابرة للسطح).
- عند إبعاد المغناطيس من الوشية، فان B يتناقص في كل نقطة من السطح فيتناقص ϕ (وهذا يعني تناقص عدد خطوط الحقل العابرة للسطح).

IV-11-2 التحريض الكهرومغناطيسي

حتى الآن اعتبرنا الحقلين الكهربائي والمغناطيسي مستقلين عن الزمن أي حقلين ساكنين، فماذا لو أصبح الحقلان تابعين للزمن؟

في 1830 اكتشف فرادي وهنري في وقت متزامن ظاهرة التحريض الكهرومغناطيسي، هذه الظاهرة هي أساس مبدأ المولدات الكهربائية، المحولات وعديد من الأجهزة الكهرومغناطيسية المستعملة يوميا. وأهم من كل هذا فان الظاهرة هي أساس توليد التيار المتناوب.

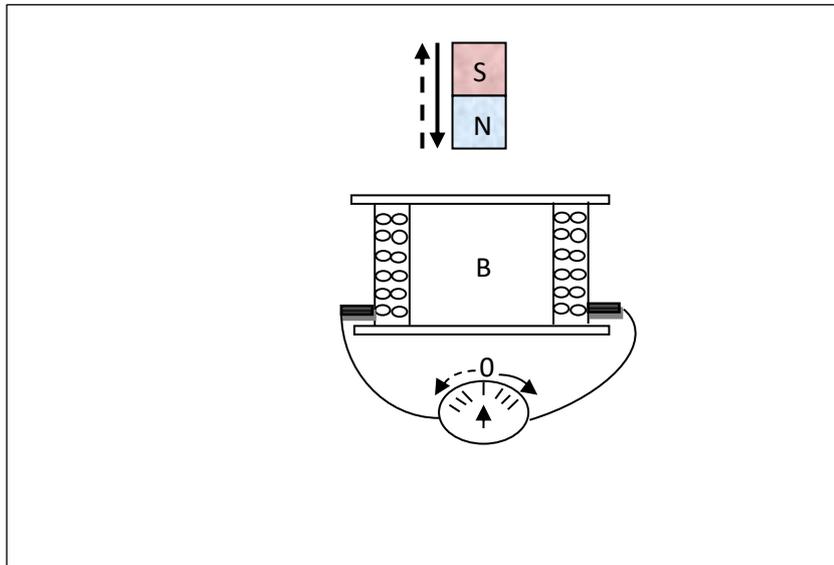
وصف التجربة:

يمثل هذا الشكل IV-19 وشيعة مجوفة B تحتوي على عدد كبير من اللفات، موصلة بجهاز غلفاني حساس. المغناطيس في البداية ساكن وموجه وفق محور الوشيعة. عند تقريب المغناطيس بسرعة من الوشيعة فإن الجهاز الغلفاني يشير إلى مرور تيار كهربائي وسرعان ما يختفي بتوقف حركة المغناطيس. عند سحب المغناطيس من داخل الوشيعة، يسجل الجهاز الغلفاني مرور تيار كهربائي في الاتجاه المعاكس. التيار المسجل يدعى تيار تحري (courant induit)، المغناطيس هو المحرض (inducteur) و الوشيعة هي جزء من الدارة المحرزة. يمكن الحصول على تيار متحرض بتدوير الوشيعة أمام المغناطيس الساكن.

التفسير:

سبب ظهور التيار التحريضي هو تغير التدفق المغناطيسي عبر سطح الوشيعة، التيار التحريضي لا يدوم إلا مدة دوام تغير التدفق.

ظهور هذا التيار التحريضي يدل على وجود قوة محركة كهربائية تحريضية مقدرها الوشيعة. تتعلق القوة المحركة الكهربائية التحريضية بسرعة تغير التدفق المغناطيسي $\frac{d\phi_B}{dt}$.



الشكل IV-19: التحريض الكهرومغناطيسي

✚ نص قانون فرادي وهنري:

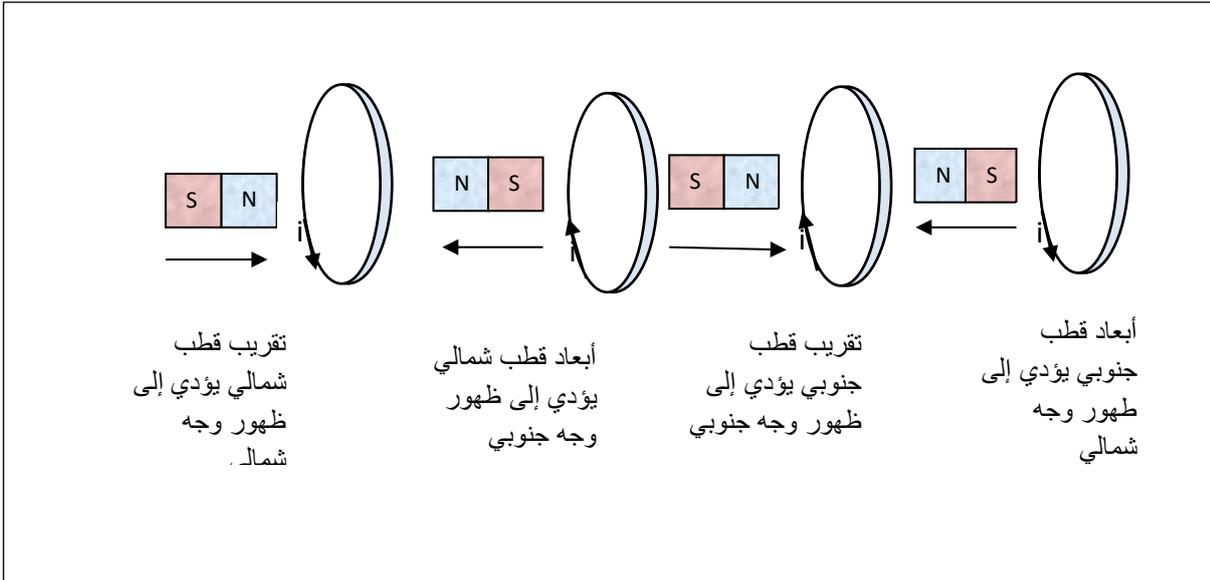
تتولد قوة محرّكة كهربائية تحريضية في كل دائرة مغلقة تسبح في حقل مغناطيسي وتساوي مشتقة التدفق المغناطيسي عبر الدائرة بالنسبة للزمن (أي سرعة تغير التدفق) بعكس الإشارة

17-IV

$$e = \frac{-d\phi}{dt}$$

✚ نص قانون لانز (loi de lenz 1804-1885) (هينري فريدريك لانز)

يعطي هذا القانون كيفية التنبؤ باتجاه التيار المتحرض. اتجاه التيار التحريضي يكون بحيث يعاكس بأفعاله, السبب الذي أدى إلى ظهوره. يوضح محتوى هذا القانون بأمثلة المبينة في الشكل 20- IV أسفله:



الشكل 20-IV: تعيين اتجاه التيار المتحرض بتطبيق قانون لانز

تمارين الفصل الرابع: الكهرومغناطيسية

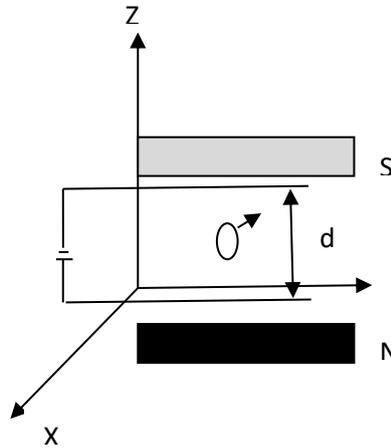
التمرين 01 :

- ا- بروتون ($m=1.673 \cdot 10^{-27} \text{Kg}$, $q=1.6 \cdot 10^{-19} \text{c}$) يتسارع تحت فرق في الكمون $V=200 \text{Kv}$ ليصبح مساره دائري داخل مجال حقل مغناطيسي منتظم $B=0.6 \text{T}$. احسب نصف قطر المسار R .
- ب- ليكن الايون ($\alpha = \text{He}^{++}$) شحنته ($q=2e$) و كتلته $m= 6.65 \cdot 10^{-27} \text{Kg}$ يتسارع تحت تأثير فرق في الكمون $V=100 \text{Kv}$ في مطياف الكتلة لدامبستير ليرسم مسار دائري نصف قطره $R=250 \text{mm}$. احسب B .

التمرين 02 :

- مستوية موضوعة بين قطبي مغناطيس كبير يوجد بين الصفيحتين حقل كهربائي \vec{E} وحقل مغناطيسي \vec{B} متوازيين ومنتظمين وموجهين في الاتجاه OZ كرية صغيرة توجد داخل المكثفة سرعتها اللحظية
- $$\vec{v} = 4 \cdot 10^2 (0.766 \vec{j} + 0.643 \vec{k})$$

إذا كان $B=1.5 \text{T}$, $d= 40 \text{mm}$, $V=2000 \text{v}$, $q=3 \mu \text{c}$,



احسب القوة اللحظية المطبقة على الكرية

التمرين 03 :

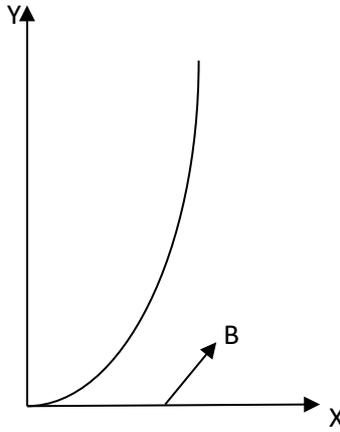
- شحنة $q = 40 \cdot 10^{-6} \text{c}$ سرعتها اللحظية $\vec{v} = 50 \vec{j} \frac{\text{Km}}{\text{s}}$ داخل مجال حقلين كهربائي و مغناطيسي منتظمين.

$$\vec{B}=1.7 (0.693 \vec{i}-0.6 \vec{j}+0.4 \vec{k}) \text{ T} ; \vec{E} = 6 \cdot 10^4 (0.52 \vec{i}-0.56 \vec{j}+0.64 \vec{k}) \text{ V/m}$$

اوجد طويلة واتجاه القوة اللحظية التي تؤثر على الشحنة q .

التمرين 04 :

سلك ناقل على شكل قطع مكافئ يوجد في المستوى XOY يمر من خلاله تيار كهربائي شدته $I=12A$ يؤثر على السلك حقل مغناطيسي منتظم $B=0.4T$ موجه في المستوى XOY بحيث يصنع مع المحور OX زاوية 60° احسب القوة التي تؤثر على جزء من السلك الموجود بين النقطة $O(0,0)$ و النقطة $M(0.25, 1)$.



حلول تمارين الفصل الرابع : الكهرومغناطيسية

حل التمرين 01:

لدينا $B=0.6T$, $V=200Kv$, $m=1.673 \times 10^{-27}Kg$, $q=1.6 \times 10^{-19}c$

أ- حساب نصف قطر المسار

لدينا :

$$v = \frac{V}{BL}$$

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{1,673 \times 10^{-27}v}{1,6 \times 10^{-19} \times 0,6}$$

ب- $V=100Kv$, $R=250mm$, $q=2$ و $m= 6.65 \times 10^{-27}Kg$

$$R = \frac{mv}{qB} \Rightarrow B = \frac{mv}{qR}$$

$$B = \frac{6,65 \times 10^{-27} v}{2 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 250}$$

حل التمرين 02:

$$\vec{v} = 4.10^2 (0.766\vec{j} + 0.643\vec{k})$$

$q=3\mu c$, $B=1.5T$, $d= 40mm$, $V=2000v$

حساب القوة اللحظية التي تؤثر على الشحنة q

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

$$E = \frac{V}{d} = \frac{2000}{40 \times 10^{-3}} = 50 \times 10^4 V/m$$

$$\vec{E} = 5 \times 10^4 \vec{k}$$

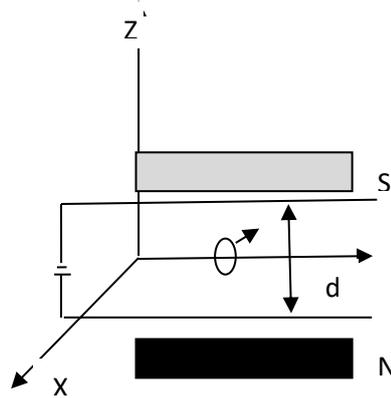
$$\vec{F} = q\vec{E} + q(\vec{v} \wedge \vec{B})$$

$$\vec{F} = 3 \times 10^{-6} \cdot 5 \times 10^4 \vec{k} + 3 \times 10^{-6} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0.766 & 0.643 \\ 0 & 0 & 1.5 \end{vmatrix}$$

$$=0.15\vec{k} + (0.766 \times 1.5)\vec{i}$$

$$\vec{F} = (0.38\vec{i} + 0.15\vec{k})$$

$$F=0.2N$$



حل التمرين 03:

$$\vec{B}=1.7 (0.693\vec{i}-0.6\vec{j}+0.4\vec{k}) T ; \vec{E} = 6.10^4(0.52 \vec{i}-0.56\vec{j}+0.64\vec{k})V/m ; \vec{v} = 50\vec{j} \frac{Km}{s}$$

إيجاد طوليلة واتجاه القوة اللحظية التي تؤثر على q

$$\vec{F} = 40 \times 10^{-6} (6, 10^4 (0,52\vec{i} - 0,56\vec{j} + 0,645\vec{k}) + 40 \times 10^{-6} \times 1,7 \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 50 & 0 \\ 0,693 & -0,6 & 0,4 \end{vmatrix}$$

$$\vec{F} = 2.608\vec{i} - 1.344\vec{j} - 0.82\vec{k}$$

$$F=3.047N$$

حل التمرين 04:

$$\alpha = 60^\circ ; B=0.4T; I = 12A$$

حساب القوة التي تؤثر على جزء من السلك الموجود بين النقطة $O(0,0)$ و النقطة $M(0.25, 1)$

$$d\vec{F} = I(d\vec{l} \wedge \vec{B})$$

بما ان الحقل المغناطيسي B ثابت في القيمة

$$\vec{F} = I(\vec{l} \wedge \vec{B})$$

ومنه نجد شعاع الحقل المغناطيسي

$$\vec{B} = 0.4(\cos 60 \vec{i} + \sin 60 \vec{j}) T$$

$$\vec{B} = 0.4\left(\frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}\right) = (0.2\vec{i} + 0.35\vec{j}) T$$

نحسب الطول ا:

$$d\vec{l} = dx\vec{i} + dy\vec{j}$$

$$\vec{l} = \int d\vec{l} = \int_0^x dx\vec{i} + \int_0^y dy\vec{j}$$

$$\vec{l} = \int_0^{0.25} dx\vec{i} + \int_0^1 dy\vec{j} = (0.25\vec{i} + \vec{j})m.$$

$$\vec{F} = 1.2 \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0.25 & 1 & 0 \\ 0.2 & 0.35 & 0 \end{vmatrix} = -1.35\vec{k}$$

$$F = 1.35N$$

وهو المطلوب

قائمة المراجع

بالعربية:

- د. شهرة ثورية "محاضرات في الفيزياء: الكهرباء والمغناطيسية" جامعة قاصدي مرباح- ورقلة-
- الدكتور محمد بن علي احمد آل عيسى "الكهربية والمغناطيسية" كلية العلوم – جامعة الملك سعود-
- ترجمة الدكتور حازم فلاح سكيك "الكهربية والمغناطيسية الجزء الأول المجال الكهربائي" من إصدارات المركز العلمي للترجمة.
- اساسيات الفيزياء -بوش- الجزء الثالث " الكهربائية والمغناطيسية" موقع الفيزياء كوم.
- المغناطيسية الكهربائية والدوائر المغناطيسية " مكتبة البخاري"
- احمد فيزازي "الكهرباء والمغناطيسية" دروس مبسطة
- يحي عبد الحميد الحاج علي " اساسيات الكهربائية والمغناطيسية" كلية العلوم- جامعة الموصل.
- ترجمة الدكتور علي إبراهيم مهدي العزاوي " الكهرو مغناطيسيات" الجامعة المستنصرية.
- عبد العزيز و الكنهل" الباب الأول المصادر والمجالات الكهربائية و المغناطيسية الثابتة مع الزمن" جامعة الملك سعود – الرياض- المملكة العربية السعودية.

بالفرنسية:

- Emile amzallag, Josep Cipriani-Josseline Ben Aim-Norbert Piccioli « La physique en FAC : Electrostatique et Electrocinétique 1 et 2 années cours et exercices corrigée », 2^{eme} édition, Edi-Science 2006.
- Evgeni-Popov « Electrostatique et Magnétostatiques : Notes du Cours » Université d'AIX-Marseille(AMU) 2013.
- Jonathan Ferreira « Cours d'Electrostatique - Electrocinétique » université Joseph Fourier , année universitaire 2001-2002.
- Mr Abdeladim Mustapha « Polycopie de Cours PHYSIQUE 2 » Année universitaire 2015/2016 .