Université Mohamed - KHIDER - BISKRA
Département de Génie Mécanique – MMC / Master – 2026/2027
Responsable du Module : Pr. HECINI M.

Travaux Dirigés (Série N° 2)

Exercise N° 6 :

We consider the vector function defined by F=(u_1, u_2, u_3) such that :

$$u_1 = 8\,x_1 + 6\,x_2$$
$$u_2 = 10\,x_1 - 8\,x_2$$
$$u_3 = 12\,x_3$$

1°) Determine the tensor GradF .

2°) Determine the transpose of the tensor Grad F denoted $Grad^t$ F.

3°) Determine the tensor A such that A= (Grad F + $Grad^t$ F)/2.

4°) Determine the eigenvalues and eigendirections of the tensor A

Exercise 07

Determine the eigenvalues and eigenvectors of the following matrix :

$$M_1 = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 3 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad M_2 = \begin{bmatrix} 13 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & -2 \\ 0 & -2 & 6 \end{bmatrix} \; et \quad M_3 = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 0 & -6 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Exercise N° 8 :

a) Demonstrate the following properties of the gradient, for scalar fields f(x_1, x_2, x_3) and g(x, y, z) :

Grad(f+g) = Grad(f) + Grad(g)
Grad(af) = αGrad(f)
Grad(f.g) = gGrad(f) + fGrad(g)

b) Let the scalar function be : $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 x_2 (2 + x_2 x_3^3)$

Determine the Gradient of f.
Determine the Laplacian of f.

Université Mohamed - KHIDER - BISKRA
Département de Génie Mécanique – MMC- 2025/2026
Responsable du Module : Pr. HECINI M.

Travaux Dirigés (Série N° 1)

Exercise N° 1 :

Pour n=2 écrire explicitement l'expression $S_1 = x_i y_i$.
Pour n=3 écrire explicitement l'expression $S_2 = A_{ijk} B_{ij}$.
Pour n=2 écrire explicitement l'expression $S_3 = a_{ijk} b_{ij} c_k$.

Exercice N° 2 :

Utiliser la convention de sommation pour écrire les expressions suivantes, en précisant la valeur de n dans chaque cas :

$A = a_{j1}\, x_1 + a_{j2}\, x_2 + a_{j3}\, x_3$
$B = b_{11}\, d_{11} + b_{12}\, d_{12} + b_{13}\, d_{13} + b_{14}\, d_{14}$
$C = C^1{}_{11} + C^2{}_{12} + C^3{}_{13} + C^4{}_{14} + C^5{}_{15}$

Exercice N° 3 :

Soient e_1 (1,0,0) , e_2 (0,1,0) , e_3 (0,0,1) une base de R^3 ; on définit les vecteur A et B par :

$A = 4\, e_1 + 2\, e_2 + e_3$ $\qquad$ $B = 3\, e_1 - 5\, e_2 + 2\, e_3$

1°) déterminer le produit scalaire (A . B) des vecteurs A et B.
2°) déterminer le produit vectoriel ($A \wedge B$) des vecteurs A et B.
3°) déterminer le produit tensoriel ($A \otimes B$) des vecteurs A et B.
4°) déterminer l'angle entre les vecteurs A et B.

Même chose pour les vecteurs A=(2, 1, 3) $\qquad$ B= (1, 2, 4)

Exercice N° 4 :

Montrer que : $\qquad I + (*n)^2 = {}^t(n)\,(n) \qquad$ avec $\qquad {}^t n = (\, n_1 , n_2 , n_3 \,)$ un vecteur unitaire

Exercice N° 5 :

On considère la base $\{f_j\}$ de R^3 définit par les vecteurs suivants :

$$f_1 = (1, 0, 0) \qquad f_2 = \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 0\right) \qquad f_3 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

et le vecteurs : $\qquad A = 8\, e_1 + 6\, e_2 + 3\, e_3$

1°) la base $\{f_j\}$ est-elle orthonormée ?
2°) déterminer les projections du vecteur A sur les axes de vecteurs f_1 , f_2 et f_3 .
3°) déterminer les composantes du vecteur A dans la base (f_1 ,f_2 ,f_3).

Université Mohamed - KHIDER - BISKRA
Département de Génie Mécanique – MMC- 2025/2026
Responsable du Module : Pr. HECINI M.

Travaux Dirigés (Série N° 1 - bis)

Exercice N° 6 :

On considère la fonction vectorielle définie par F=(u, v, w) telle que :

$u = 8\,x_1 + 6\,x_2$
$v = 10\,x_1 - 8\,x_2$
$w = 12\,x_3$

1°) Déterminer le tenseur GradF .

2°) Déterminer le tenseur transposé du Grad F noté $Grad^t F$.

3°) Déterminer le tenseur A tel que A= (Grad F + $Grad^t$ F)/2.

4°) Déterminer les valeurs propres et les directions propres du tenseur A

Exercice 07

Déterminer les valeurs et les vecteurs propres des matrices suivantes :

$$M_1 = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 3 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad M_2 = \begin{bmatrix} 13 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & -2 \\ 0 & -2 & 6 \end{bmatrix} \; et \quad M_3 = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 0 & -6 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Exercice N° 8 :

a) Démontrer les propriétés suivantes du gradient, pour des champs de scalaire f(x_1, x_2, x_3) et g(x, y, z) : Grad(f+g) = Grad(f) + Grad(g)
Grad(af) = αGrad(f)
Grad(f.g) = gGrad(f) + fGrad(g)

b) Soit la fonction scalaire : $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 x_2 (2 + x_2 x_3^3)$

Déterminer le Gradient de f.
Déterminer le Laplacien de f.