

# Correction d'Examen — Département: Médecine Vétérinaire

Pr: Chala Adel

23-05-2026

## Exercice 1 : Test t de Student

Données :

Groupe A ( $n_1=12$ ) : 2.1, 1.9, 2.4, 2.0, 2.3, 1.8, 2.5, 2.2, 2.1, 2.4, 2.0, 2.3

Groupe B ( $n_2=10$ ) : 1.5, 1.7, 1.8, 1.6, 1.9, 1.4, 1.8, 1.7, 1.6, 1.5

### 1) Moyennes

(0.5\*2 point)

$$\bar{X}_1 = \frac{26}{12} = 2.166 \quad \bar{X}_2 = \frac{16.5}{10} = 1.65$$

### 2) Variances et écarts-types

(0.5\*2 point)

$$S_1^2 \approx 0.0478 \quad \Rightarrow \quad S_1 \approx 0.218$$

$$S_2^2 \approx 0.025 \quad \Rightarrow \quad S_2 \approx 0.158$$

### 3) Hypothèses

(0.5\*2 point)

$H_0$  : les deux groupes sont homogènes

c'est-à-dire que la différence entre les deux moyennes n'est pas significative

$H_1$  : les deux groupes ne sont pas homogènes

c'est-à-dire que la différence entre deux moyennes est significative

### 4) Variance combinée

(0.5 point)

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

(0.5 point)

$$S_p^2 \approx 0.0375 \quad \Rightarrow \quad S_p \approx 0.193$$

### 5) Statistique de test

(0.5 point)

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_p \sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{10}}}$$

$$t = \frac{2.166 - 1.65}{0.193 \sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{10}}}$$

(01point) $t \approx 6.015$

## 6) Conclusion

(0.5 point) ddl = 20, valeur critique = 2.086

$$6.015 > 2.09 \Rightarrow \text{Rejet de } H_0$$

(01 point) Le régime A est significativement plus efficace.

## Exercice 2 : Khi-deux d'indépendance

### 1) Variables étudiées

(01 point + 0.5 pour la type de variable) Type d'alimentation et trouble digestif (de type quantitatifs)

### 2) Hypothèses

(0.5\*2 point)

$H_0$  : les variable Type d'alimentation et trouble digestif sont significativement independantes  $H_1$  : les v

### 3) Tableau observé

|              | Trouble | Pas de trouble |
|--------------|---------|----------------|
| Industrielle | 32      | 28             |
| Naturelle    | 18      | 42             |

### 4) Effectifs théoriques

$$E_{ij} = \frac{(\text{ligne})(\text{colonne})}{\text{total}}$$

( 0.25\*4=01 point)

$$E = \begin{bmatrix} 24.96 & 34.98 \\ 24.96 & 34.98 \end{bmatrix}$$

### 5) Khi-deux

(0.5 point pour la formule et (01 points) pour l application)

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$$

alors

$$\chi^2 = \frac{(32 - 24.96)^2}{24.96} + \frac{(18 - 24.96)^2}{24.96} + \frac{(28 - 34.98)^2}{34.98} + \frac{(42 - 34.98)^2}{34.98} = 6.727$$

### 6) Degrés de liberté

(0.5 point )

$$ddl = (2 - 1)(2 - 1) = 1$$

## 7) Conclusion

$$6.727 > 3.84 \Rightarrow \text{Rejet de } H_0$$

(0.5 point ) Il existe une dépendance entre alimentation et trouble digestif.

## Exercice 3 : Régression linéaire

### Données

| Chiot | X   | Y   |
|-------|-----|-----|
| 1     | 1.8 | 190 |
| 2     | 2.9 | 180 |
| 3     | 2.5 | 170 |
| 4     | 2.1 | 160 |
| 5     | 2.0 | 150 |
| 6     | 2.7 | 140 |
| 7     | 3.1 | 130 |
| 8     | 2.4 | 120 |

| $X_i(0.25point)$     | $Y_i(0.25point)$   | $X_i^2(0.25point)$   | $Y_i^2(0.25point)$    | $X_iY_i(0.25point)$  |
|----------------------|--------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|
| 1.8                  | 190                | 3.24                 | 36100                 | 342                  |
| 2.9                  | 180                | 8.41                 | 32400                 | 522                  |
| 2.5                  | 170                | 6.25                 | 28900                 | 425                  |
| 2.1                  | 160                | 4.41                 | 25600                 | 336                  |
| 2.0                  | 150                | 4.00                 | 22500                 | 300                  |
| 2.7                  | 140                | 7.29                 | 19600                 | 378                  |
| 3.1                  | 130                | 9.61                 | 16900                 | 403                  |
| 2.4                  | 120                | 5.76                 | 14400                 | 288                  |
| $\sum X_i/8 = 2.437$ | $\sum Y_i/8 = 155$ | $\sum X_i^2 = 48.97$ | $\sum Y_i^2 = 196400$ | $\sum X_iY_i = 2994$ |

### 1) Droite de régression

#### 1-1) Calcul du coefficient directeur $a$

Formule : ( 0.5 point)

$$a = \frac{\sum(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum(X_i - \bar{X})^2}$$

Application numérique ( 0.5 point):

$$a \approx -19.118$$

#### 1-2) Calcul du coefficient $b$

Formule :( 0.5 point)

$$b = \bar{Y} - a\bar{X}$$

Application numérique :( 0.5 point)

$$b = 155 - (-19.81)(2.437)$$

$$b \approx 201.590$$

### 1-3) Équation de la droite de régression

( 0.5 point)

$$\hat{Y} = 201.590 - 19.118X$$

### 1-4) Interprétation

Le coefficient  $a < 0$  indique une relation décroissante ( 0.5 point).

Lorsque  $X$  augmente d'une unité,  $Y$  diminue d'environ 19.81 unités.

### 2) Calcul du coefficient de détermination $R^2$

Formule : (0.5 point)

$$R^2 = a^2 \frac{\sum X_i^2 - (\bar{X})^2}{\sum Y_i^2 - (\bar{Y})^2}$$

Application numérique : ( 0.5 point)

On a :

Alors :

$$R^2 = 19.118^2 \frac{48.97 - 8(2.437)^2}{196400 - 8(155)^2}$$

$$R^2 \approx 0.126$$

Interprétation :(0.25 point)

Le modèle de régression explique environ 12.6% de la variation de  $Y$ .

La relation linéaire entre  $X$  et  $Y$  est faible.

### 3) Calcul des résidus

Formule : (0.5\*2 point)

$$e_i = Y_i - \hat{Y}_i$$

avec :

$$\hat{Y}_i = 2031.590 - 19.118X_i$$

### Calcul détaillé des résidus (01 point)

$$\hat{Y}_1 = 201.590 - 19.118(1.8) = 167.63$$

$$e_1 = 190 - 167.63 = 22.37$$

$$\hat{Y}_2 = 201.590 - 19.118(2.9) = 145.84$$

$$e_2 = 180 - 145.84 = 34.16$$

$$\hat{Y}_3 = 201.590 - 19.118(2.5) = 153.77$$

$$e_3 = 170 - 153.77 = 16.23$$

$$\hat{Y}_4 = 201.590 - 19.118(2.1) = 161.69$$

$$e_4 = 160 - 161.69 = -1.69$$

$$\hat{Y}_5 = 201.590 - 19.118(2.0) = 163.67$$

$$e_5 = 150 - 163.67 = -13.67$$

$$\hat{Y}_6 = 201.590 - 19.118(2.7) = 149.80$$

$$e_6 = 140 - 149.80 = -9.80$$

$$\hat{Y}_7 = 201.590 - 19.118(3.1) = 141.88$$

$$e_7 = 130 - 141.88 = -11.88$$

$$\hat{Y}_8 = 201.590 - 19.118(2.4) = 155.75$$

$$e_8 = 120 - 155.75 = -35.75$$

### **Interprétation des résidus (0.5 point)**

Les résidus représentent les écarts entre les valeurs observées et les valeurs estimées par la droite de régression.

Des résidus positifs indiquent que le modèle sous-estime les observations.

Des résidus négatifs indiquent que le modèle surestime les observations.