قدم يوم الاربعاء: 2026/05/13

المدة: 02 ساعة

السنة الثالثة علوم التسيير تخصص إدارة الأعمال

الإجابة النموذجية لامتحان مقياس تحليل البيانات:

الجواب الأول: (05 ن) (0.5 ن لكل خيار صحيح)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
أ	X									
ب		X	X					X		
ج				X	X		X		X	
د						X				X

الجواب الثاني: (09 ن)

1- حساب المتوسطات الحسابية والتباينات واستخراج المصفوفة المركزة (1.5 ن)

$$\bar{X}=\frac{\sum x_i}{n},\ \bar{X}_1=\frac{12+8+10+1}{4}=10,\ \bar{X}_2=\frac{9+11+11+9}{4}=10,\ \bar{X}_3=\frac{10+10+8+12}{4}=10$$

$$v_i=\frac{\sum(x_i-\bar{X})^2}{n},\ v_1=\frac{2^2+(-2)^2+0+0}{4}=2,\ v_2=\frac{(-1)^2+1^2+1^2+(-1)^2}{4}=1,\ v_3=\frac{0+0+(-2)^2+2^2}{4}=2$$

	X_1	X_2	X_3
ف1	12	9	10
ف2	8	11	10
ف3	10	11	8
ف4	10	9	12
G	**10**	**10**	**10**
v_i	**2**	**1**	**2**

	X_1	X_2	X_3
ف1	2	-1	0
ف2	-2	1	0
ف3	0	1	-2
ف4	0	-1	2

$$X_c=\begin{pmatrix}2&-1&0\\-2&1&0\\0&1&-2\\0&-1&2\end{pmatrix}$$

2- حساب مصفوفة التباين والتباين المشترك وحساب التباين الكلي: (1 ن)

$$V=\frac{1}{n}X_c^tX_c=\frac{1}{4}\begin{pmatrix}2&-2&0&0\\-1&1&1&-1\\0&0&-2&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&-1&0\\-2&1&0\\0&1&-2\\0&-1&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&-1&0\\-1&1&-1\\0&-1&2\end{pmatrix}\qquad I_T=trac(V)=2+1+2=5$$

3- حساب القيم الذاتية:

$$\det(V-\lambda I)=0\Rightarrow\begin{vmatrix}2-\lambda&-1&0\\-1&1-\lambda&-1\\0&-1&2-\lambda\end{vmatrix}=0\Rightarrow(2-\lambda)\begin{vmatrix}1-\lambda&-1\\-1&2-\lambda\end{vmatrix}-(-1)\begin{vmatrix}-1&-1\\0&2-\lambda\end{vmatrix}=0\Rightarrow(2-\lambda)\left[(1-\lambda)(2-\lambda)-1\right]+\left[(-1)(2-\lambda)\right]$$

$$\Rightarrow(2-\lambda)\left[2-\lambda-2\lambda+\lambda^2-1\right]+\left[\lambda-2\right]\Rightarrow 4-2\lambda-4\lambda+2\lambda^2-2-2\lambda+\lambda^2+2\lambda^2-\lambda^3+\lambda+\lambda-2$$

$$\Rightarrow-\lambda^3+5\lambda^2-6\lambda=0\Rightarrow\lambda(-\lambda^2+5\lambda-6)=0\Rightarrow\begin{cases}\lambda=0\\(-\lambda^2+5\lambda-6)=0\end{cases}$$ (2 ن)

$$\Delta=b^2-4ac=5^2-4(-1)(-6)=1\Rightarrow\sqrt{\Delta}=1$$

$$\lambda_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-5-1}{-2}=3,\ \lambda_3=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-5+1}{-2}=2$$ (1.5 ن)

ترتيب قيم λ ترتيبا تنازليا: $\lambda_1=3,\lambda_2=2,\lambda_3=0$

4- حساب الاشعة الذاتية: (1.5 ن) (0.5 ن لكل شعاع عادي)

$$(V-\lambda I)u_i=0\Rightarrow\begin{pmatrix}2-\lambda&-1&0\\-1&1-\lambda&-1\\0&-1&2-\lambda\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$$

لما $\lambda_1=3$:

$$\begin{cases}-x_1-x_2=0............(1)\\-x_1-2x_2-x_3=0...(2)\\-x_2-x_3=0............(3)\end{cases}$$

من (3) نجد: $x_2=-x_3$ بالتعويض في (1) نجد: $x_1=x_3$

ومنه: $u_1=\begin{pmatrix}x_3\\-x_3\\x_3\end{pmatrix}=x_3\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$ نضع $x_3=1$ نجد: $u_1=\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$

لما $\lambda_2 = 2$:

$$\begin{cases} -x_2 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1) \\ -x_1 - x_2 - x_3 = 0 \ldots(2) \\ -x_2 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3) \end{cases}$$

من (1) و(3) نجد: $x_2 = 0$ بالتعويض في (2) نجد: $x_1 = -x_3$

ومنه: $u_2 = \begin{pmatrix} -x_3 \\ 0 \\ x_3 \end{pmatrix} = x_3 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ نضع $x_3 = 1$ نجد: $u_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

لما $\lambda_3 = 0$:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 0 \ldots\ldots\ldots(1) \\ -x_1 + x_2 - x_3 = 0 \ldots(2) \\ -x_2 + 2x_3 = 0 \ldots\ldots(3) \end{cases}$$

من (3) نجد: $x_2 = 2x_3$ بالتعويض في (1) نجد: $x_1 = x_3$

ومنه: $u_3 = \begin{pmatrix} x_3 \\ 2x_3 \\ x_3 \end{pmatrix} = x_3 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ نضع $x_3 = 1$ نجد: $u_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

5- حساب الاشعة الذاتية المعيارية: (1.5 ن) (0.5 ن لكل شعاع معياري)

$$\vec{u}_i = \frac{1}{\|\vec{u}_i\|} u_i = \frac{1}{\sqrt{\sum x_i^2}} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{u}_1 = \frac{1}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 1^2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{1.73} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.58 \\ -0.58 \\ 0.58 \end{pmatrix}, \vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{(-1)^2 + 0 + 1^2}} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{1.41} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.71 \\ 0 \\ 0.71 \end{pmatrix}$$

$$\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2.45} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.41 \\ 0.82 \\ 0.41 \end{pmatrix}$$

الجواب الثالث: (06 ن)

1- تعريف كل من مؤشر KMO ومؤشر Barteltt:

- **اختبار كايسر-ماير-أولكين Kaiser-Meyer-Olkin (KMO)**: هو اختبار إحصائي يستخدم لتقييم مدى ملاءمة البيانات لتحليل المركبات الأساسية ويُعطي مؤشرا رقميا تتراوح قيمته ما بين 0 و1. (1 ن)
- **اختبار بارتليت (Bartlett's Test)**: هو اختبار إحصائي يختبر ما إذا كانت المتغيرات مترابطة بما فيه الكفاية لتطبيق تحلي المركبات الأساسية. يستخدم لتحديد ما إذا كانت مصفوفة الارتباط بين المتغيرات تختلف بشكل معنوي عن مصفوفة الوحدة. (1 ن)

2- قراءة مع التفسير للنتائج المهمة في الجدول المقابل:

- نلاحظ أن قيمة اختبار **KMO = 0.789** وهي أكبر من 0.5 وبالتالي البيانات صالحة للتحليل بالمركبات الأساسية. (0.5 ن)
- كما نلاحظ قيمة اختبار Bartlett تساوي **80.804** وهي دالة احصائيا حيث sig = 0.000 وهي أقل من 0.05 وبالتالي علاقات الارتباط بين المتغيرات مقبولة للقيام بتحليل المركبات الأساسية. (0.5 ن)

3- تمثل الأعمدة الأخيرة في الجدول الذي بالأسفل عرض لمقدار التباين المفسر من قبل العوامل المستخرجة، وذلك بعد القيام بعملية التدوير (0.5 ن). والغرض من عملية التدوير الحصول على بنية عاملية بسيطة أكثر وضوحًا وأسهل في التفسير، بحيث يكون فيها تشبع المتغير مرتفعا جدا على عامل (محور) واحد، ومنخفضا على العوامل (المحاور) الأخرى (0.5 ن).

4- عدد المحاور التي تم اختيارها (2) (0.5 ن) والمعيار الذي استخدم في ذلك هو معيار **كايزر(Kaiser)** ويقترح الاحتفاظ فقط بالعوامل التي تكون قيمها الذاتية أكبر من الواحد الصحيح (0.5 ن)

5- قراءة مع التفسير للقيمتين في العمود الاخير في الجدول الذي بالأسفل:

- تمثل القيمة **64.162** نسبة مساهمة المحور العاملي الأول في التباين الإجمالي بعد عملية التدوير. (0.5 ن)
- تمثل القيمة الأخيرة **98.314** في الجدول نسبة مساهمة كل من المحور العاملي الأول والثاني معا (المستوى العاملي الأول) في التباين الإجمالي بعد عملية التدوير. (0.5 ن)