

Série de TD d'analyse combinatoire

Combinatorics Tutorial Sheet

Français – English

Consigne générale / General instruction : Résoudre les exercices suivants en justifiant la méthode utilisée.

General instruction: Solve the following exercises and justify the method used.

Exercice 1 / Exercise 1

Calculer / Compute:

$$3!, 5!, 7!, \frac{6!}{4!}, \frac{8!}{2!6!}$$

Exercice 2 / Exercise 2

Français : Combien peut-on former de mots de 3 lettres distinctes avec les lettres

A, B, C, D, E ?

English: How many 3-letter words with distinct letters can be formed using

A, B, C, D, E ?

Exercice 3 / Exercise 3

Français : Combien peut-on former de nombres de 4 chiffres distincts avec les chiffres

$1, 2, 3, 4, 5, 6$?

English: How many 4-digit numbers with distinct digits can be formed using

$1, 2, 3, 4, 5, 6$?

Exercice 4 / Exercise 4

Français : Combien de façons peut-on ranger 6 livres différents sur une étagère ?

English: In how many ways can 6 different books be arranged on a shelf?

Exercice 5 / Exercise 5

Français : Combien d'anagrammes peut-on former avec le mot

TABLE

puis avec le mot

MAMAN?

English: How many anagrams can be formed from the word

TABLE

and then from the word

MAMAN?

Exercice 6 / Exercise 6

Français : Dans une classe de 12 étudiants, on veut choisir un président, un vice-président et un secrétaire. Combien de choix possibles existe-t-il ?

English: In a class of 12 students, we want to choose a president, a vice-president, and a secretary. How many possible choices are there?

Exercice 7 / Exercise 7

Français : Dans un groupe de 15 personnes, combien de comités de 4 personnes peut-on former ?

English: In a group of 15 people, how many 4-person committees can be formed?

Exercice 8 / Exercise 8

Français : Combien de mots de 4 lettres peut-on former avec les 26 lettres de l'alphabet :

- 1) sans répétition,
- 2) avec répétition ?

English: How many 4-letter words can be formed with the 26 letters of the alphabet:

- 1) without repetition,
- 2) with repetition?

Exercice 9 / Exercise 9

Français : Combien de codes secrets de 5 chiffres peut-on former :

- 1) si la répétition est autorisée,
- 2) si la répétition n'est pas autorisée ?

English: How many 5-digit secret codes can be formed:

- 1) if repetition is allowed,
- 2) if repetition is not allowed?

Exercice 10 / Exercise 10

Français : On lance 3 pièces de monnaie. Combien de résultats possibles existe-t-il ? Écrire tous les cas possibles.

English: Three coins are tossed. How many possible outcomes are there? List all possible cases.

Exercice 11 / Exercise 11

Français : On lance 2 dés. Combien de résultats possibles existe-t-il ? Combien de résultats donnent une somme égale à 7 ?

English: Two dice are thrown. How many possible outcomes are there? How many outcomes give a sum equal to 7?

Exercice 12 / Exercise 12

Français : Dans une promotion de 10 garçons et 8 filles, combien de groupes de 5 étudiants peut-on former contenant :

- 1) exactement 2 filles,
- 2) exactement 3 garçons,
- 3) au moins 1 fille ?

English: In a class with 10 boys and 8 girls, how many groups of 5 students can be formed containing:

- 1) exactly 2 girls,
- 2) exactly 3 boys,
- 3) at least 1 girl?

Exercice 13 / Exercise 13

Français : Combien de solutions entières naturelles a l'équation

$$x + y + z = 6?$$

English: How many nonnegative integer solutions does the equation

$$x + y + z = 6$$

have?

Exercice 14 / Exercise 14

Français : Combien de solutions entières naturelles a l'équation

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8?$$

English: How many nonnegative integer solutions does the equation

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8$$

have?

Exercice 15 / Exercise 15

Français : Développer en utilisant le binôme de Newton :

$$(a + b)^4 \quad \text{puis} \quad (x + 2)^5$$

English: Expand using the binomial theorem:

$$(a + b)^4 \quad \text{then} \quad (x + 2)^5$$

Exercice 16 / Exercise 16**Français :** Vérifier la relation de Pascal :

$$\binom{6}{2} = \binom{5}{2} + \binom{5}{1}$$

puis

$$\binom{7}{3} = \binom{6}{3} + \binom{6}{2}$$

English: Verify Pascal's identity:

$$\binom{6}{2} = \binom{5}{2} + \binom{5}{1}$$

and then

$$\binom{7}{3} = \binom{6}{3} + \binom{6}{2}$$

Exercice 17 / Exercise 17**Français :** Montrer que

$$\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$$

puis vérifier cette égalité pour

$$n = 8, \quad p = 3$$

English: Show that

$$\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$$

then verify this identity for

$$n = 8, \quad p = 3$$

Exercice 18 / Exercise 18**Français :** Un restaurant propose :

- 3 entrées,
- 5 plats,
- 4 desserts.

Combien de menus différents peut-on composer si on choisit une entrée, un plat et un dessert ?

English: A restaurant offers:

- 3 starters,
- 5 main courses,
- 4 desserts.

How many different menus can be formed if one starter, one main course, and one dessert are chosen?

Exercice 19 / Exercise 19

Français : Combien de façons peut-on choisir 6 bonbons parmi 3 parfums différents si la répétition est autorisée ?

English: In how many ways can 6 candies be chosen from 3 different flavors if repetition is allowed?

Exercice 20 / Exercise 20

Français : Dans une bibliothèque de 9 livres différents, combien de façons peut-on choisir 3 livres puis les ranger ?

English: In a library of 9 different books, in how many ways can 3 books be chosen and then arranged?

Rappel des formules utiles / Reminder of useful formulas

$$n! = n(n-1)(n-2) \cdots 2 \cdot 1$$

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!} \quad C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

$$n^p \quad \binom{n+p-1}{p}$$

Petit conseil / Small advice

Français : Avant chaque exercice, demande-toi :

Prend-on tous les objets ? L'ordre compte-t-il ? La répétition est-elle autorisée ?

English: Before each exercise, ask yourself:

Do we use all the objects? Does order matter? Is repetition allowed?