

Examen (2h)

Exercice 1 (ACP, 12 pts)

Considérons un tableau de données constitué de neuf produits d'eaux minérales (en lignes): Guedila, Lalla Khedidja, Saïda, Mansourah, Youkous, Ifri, Bouglez, Manbaa alghezlane et Batna; et des compositions par mg/litre (en colonnes) des trois minéraux: Calcium, Magnésium et Sodium. On s'intéresse à une Analyse en Composantes Principales (ACP) basée sur la matrice de corrélation associée à ce tableau:

$$R := \begin{pmatrix} ? & 0.474 & -0.171 \\ ? & ? & x \\ ? & ? & ? \end{pmatrix},$$

où x est nombre réel positif.

Les valeurs propres associées à la matrice R sont: $\lambda_1 = 1.619$, $\lambda_2 = 1.17$ et λ_3 (inconnue).

- 1) Déterminer λ_3 . (1pt)
- 2) Déterminer les éléments manquants de la matrice R . (4pts)

La matrice de corrélations des trois types de minéraux (centrés-réduits) et les composantes principales est:

	c_1	c_2	c_3
Calcium	0.552	0.799	0.235
Magnésium	0.952	0.024	-0.303
Sodium	0.637	-0.728	0.248

- 3) Dédurre le premier vecteur propre de la matrice R . (3pts)
- 4) Sans calcul, déterminer la somme des carrés des éléments de la matrice M . (1pt)
- 5) Représenter sur le premier plan principal, le cercle de corrélations (2pts). Discuter les résultats. (1pt)

N. B.: Arrondir les résultats à trois chiffres après la virgule.

Exercice 2 (AFC, 08 pts)

1. **Les valeurs propres de la matrice $V_r M_r$ sont:** (1pt)
 - a) distinctes; b) strictement positives; c) ≤ 1 .
2. **La plus grande valeur propre de la matrice A_r représente:** (1pt)
 - a) L'inertie expliquée par le premier axe principal.
 - b) L'inertie par rapport au premier axe principal.
3. **Les éléments de la matrice des profils-lignes sont:** (1pt)
 - a) $n_{ij}/n_{i.}$; b) $n_{ij}/n_{.j}$.
4. **Les colonnes de la matrice des profils-lignes sont:** (1pt)
 - a) indépendants; b) corrélés.
5. **Les valeurs propres de la matrice $M_r V_r M_r$ sont:** (1pt)
 - a) distinctes; b) pas nécessairement.
6. **La valeur observée de la statistique de khi-deux:** (1pt)
 - a) implique l'indépendance ou la dépendance des deux variables.
 - b) implique la corrélation des deux variables.
7. **Le centre de gravité g_r est un vecteur propre de la matrice A_r associé à la valeur propre:** (1pt)
 - a) 0; b) 1.
8. **Peut-on réaliser des cercles de corrélations en AFC?** (1pt)
 - a) oui; b) non.