

Examen (1h)

Exercice 1 (ACP, 12 pts)

Considérons le tableau de données suivant :

<i>Produit</i>	<i>Calcium</i>	<i>Magnésium</i>	<i>Sodium</i>
<i>Guedila</i>	78	37	29
<i>Lalla Ghedidja</i>	53	7	5,5
<i>Saida</i>	68	50	58
<i>Mansourah</i>	85	37	30
<i>Youkous</i>	77,4	14,5	13,4
<i>Ifri</i>	99	24	2,1
<i>Boglez</i>	4,4	3,75	29
<i>Manbaa alghezlane</i>	67,52	36,33	19,02
<i>Batna</i>	59	45	15

où les lignes représentent les noms des produits des eaux minérales et les colonnes les types du minéraux (en mg/litre). On s'intéresse à une Analyse en Composantes Principales (ACP) basée sur la matrice de corrélation associée au ce tableau, donnée par:

$$R := \begin{pmatrix} 1 & 0,474 & -0,171 \\ 0,474 & 1 & 0,514 \\ -0,171 & 0,514 & 1 \end{pmatrix}.$$

Les vecteurs propres normés de la matrice R associés aux valeurs propres $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$ sont:

$$u_1 := \begin{pmatrix} 0,434 \\ 0,748 \\ \geq 0 \end{pmatrix}, u_2 := \begin{pmatrix} 0,738 \\ \geq 0 \\ -0,673 \end{pmatrix}, u_3 := \begin{pmatrix} ? \\ -0,662 \\ ? \end{pmatrix}.$$

1) Remplir les cases manquantes de ce dernier tableau. (4pt)

Les composantes principales associées à cette analyse sont:

c_1	c_2	c_3
0,836	?	0,112
-1,763	0,314	0,059
2,2	-1,418	0,356
0,988	0,25	0,289
-0,737	0,702	0,512
-0,271	1,828	0,166
-2,009	-2,111	0,01
?	0,205	-0,415
0,447	?	-1,091

2) Remplir les cases manquantes de ce dernier tableau. (3pt)

3) Déterminer les valeurs propres, $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$ associées à la matrice R . (1.5pt)

4) Déterminer les axes principaux associés à cette ACP? (1pt)

5) Déterminer les pourcentages d'inerties expliquées par les deux premiers axes principaux et celui du premier plan principal. Que conclut-on?. (1pt)

6) Représenter "soigneusement", sur le premier plan principal, les neuf produits. Discuter. (2.5pt)

Exercice 2 (AFC, 8 pts)

1. Etant donné un tableau dont les lignes représentent les classes d'âges et les colonnes représentent les types de loisirs. Nous avons affaire à une:(1pt)

- a) analyse factorielle des correspondances (AFC).
- c) analyse en composante principale (ACP).

2. La matrice associée au tableau des profils-lignes (PL) est:(1pt)

- a) carrée; b) symétrique.

3. La représentation d'AFC associée à un tableau de contingence (10×2), se fait dans un repère à:(1pt)

- a) deux dimensions; b) une dimension; c) dix dimensions.

4. Les éléments de la matrice des fréquences théoriques sont:(1pt)

- a) $n_i.n.j/n$; b) $n_i.n.j/n^2$.

5. Les deux variables associées à un tableau de contingence sont:(1pt)

- a) indépendantes; b) dépendantes; c) pas nécessairement.

6. La matrice $V_r M_r$ est:(1pt)

- a) inversible; b) n'est pas inversible c) pas nécessairement

7. La matrice A_r est:(1pt)

- a) inversible; b) n'est pas inversible c) pas nécessairement

8. Le centre de gravité g_r est:(1pt)

- a) centré; b) n'est pas centré; c) pas nécessairement.