الجمهـورية الجزائـرية الديمقـراطية الشعبيـة

République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليـم العـالي و البحـث العلمـي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جـامعة محـمد خيضـر – بسكرة –

كـلية العلـوم الاقتصـادية و التجـارية و علـوم التسييـر

قسـم علـوم التسييـر

المحاضرة التاسعة:

نظرية صفوف الانتظار

السنـــــة الجامعيـــــة: 2025 / 2026

تمهيد :

بدأت فكرة نظرية صفوف الانتظار في الظهور عام 1909 عندما قام (A.K Erlang) بإجراء تجاربه على مشكلة تتعلق بعمليات الازدحام في المكالمات الهاتفية وذلك سعيا لوضع نظام يتم بموجبه تنظيم تتابع هذه المكالمات دون حدوث أزمة انتظار، وتم اكتشاف نظرية صفوف الانتظار من طرف العالم البريطاني الرياضي Kendall، حيث كان التوسع باستخدام هذه النظرية وخاصة بعد الحرب العالمية الثانية، لتشمل الكثير من منظمات الأعمال التي تعاني من مشكلة الانتظار والتكدس في الوحدات الطالبة للخدمة، من أجل تقليلها إلى أدنى حد ممكن،

I مفهوم و استخدامات نظرية صفوف الانتظار:

تعرف نظرية صفوف الانتظار بانها ""مجموعة من المعادلات والعلاقات الرياضية التي يمكن توظيفها من أجل تحديد خصائص تشغيل لخط انتظار معين" ، فهي بعكس معظم أدوات بحوث العمليات فإنه ليس لنماذج صفوف الانتظار نمط عام للتضخيم أو التقليل أي أنها لا تعد من الأساليب التي تحقق الأمثلية ولكنها تعد أسلوبا تطبيقيا يوفر معلومات عامة عن المشكلة قيد البحث أي أنها تعنى أساسا بدراسة خصائص نظام معين معدل وقت انتظار الزبائن في خط الانتظار:

- ✓ معدل وقت تقديم الخدمة للزبون
- ✓ متوسط عدد الزبائن في خط الانتظار
- ✓ متوسط عدد الزبائن في النظام
- ✓ احتمال وجود عدد معين من الزبائن في النظام .

وبالتالي فإن المعلومات المستوحاة من نماذج صفوف الانتظار تكون مفيدة في تحديد مستوى الخدمة الأفضل، وتقليل الأوقات العاطلة عن العمل وتقليل التكاليف المرتبطة بها.أي تحديد الحل الذي تكون فيه التكاليف أقل ما يمكن.

وهناك استخدامات عديدة لنظرية صفوف الانتظار، من أمثلتها:

-انتظار السيارات أمام محطات الوقود للتزود بالوقود وانتظارها أمام إشارات المرور.

-طوابير الناس أمام الإدارات المحلية ومراكز خدمات الاتصالات، والمصارف ومراكز البريد.

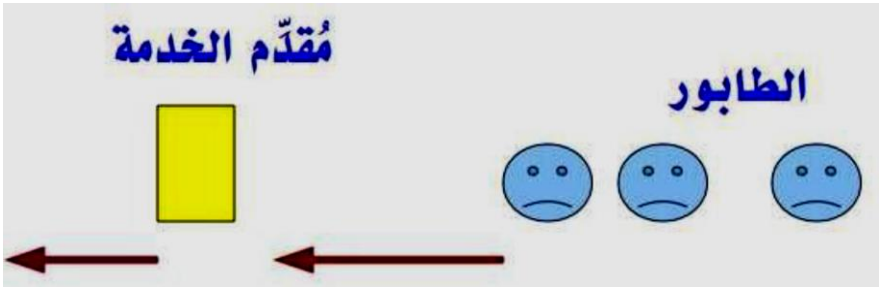
-المكالمات الهاتفية التي تصل إلى مركز ما والرسائل الواردة إلى مراكز البريد.

-الآلات التي تنتظر عملية الصيانة داخل مصنع ما .

II المفاهيم الأساسية لنظرية صفوف الانتظار و نماذجها :

يتكون كل نظام صفوف من : ولنظرية صفوف الانتظار مصطلحاتها العلمية الخاصة بها ن منها:

- **طالب الخدمة** :قد تكون هذه الوحدات عبارة عن أفراد كالزبائن ,المرضى ,المسافرين... أو عبارة عن أشياء كالسيارات ,السفن ,الطائرات...الخ
- **صف أو خط الانتظار** :يتكون صف الانتظار من الافراد أو الأشياء طالبي الخدمة و قد يتكون من عدد غير محدود.
- **مركز الخدمة**: يطلق عليه قناة تقديم الخدمة، قد تكون مركز واحد أو مراكز متعددة، ويمكن أن تكون شخصا أو فريق عمل أو آلة أو غير ذلك
- **النظام** :يقصد به مجموع "صف الانتظار" مضافاً إليه "وحدات الخدمة" (أو الموظفين) والعملاء الذين يتم خدمتهم حالياً.



وهناك العديد من نماذج صوف الانتظار المتاحة أمام المدير للاختيار من بينها. وفيما يلي أهم أربعة نماذج والتي تفترض معظمها أن معدل الوصول يتبع توزيع(بواسون)كما تفترض أن متوسط معدل الوصول ومعدل الخدمة ثابتين ومستقرين . وهذه النماذج هي:

- ✓ مركز خدمة واحد ، وزمن خدمة يتبع التوزيع الأسى.
- ✓ مركز خدمة واحد ، وزمن خدمة ثابت.
- ✓ عدة مراكز للخدمة ، وزمن خدمة يتبع التوزيع الأسى.
- ✓ عدة مراكز خدمة مع وجود أولويات ، وزمن خدمة يتبع التوزيع الأسى

III المعالجة الرياضية لنماذج صفوف الانتظار:

تمكن الباحثون الذين عملوا في مجال نظرية صفوف الانتظار من وضع نماذج رياضية تهدف إلي دراسة سلوك أنظمة صفوف الانتظار و تحديد مؤشراتها بشكل سهل وسريع .ونظرا للعدد الكبير من هذه النماذج الرياضية فإننا نركز على نموذجين هما نموذج صف انتظار واحد و مركز خدمة واحد و نموذج صف انتظار واحد و اكثر من مركز خدمة . وقبل ذلك نوضح الرموز المستخدمة في نماذج الانتظار:

μ: معدل تقديم الخدمة(كم من شخص سوف يخدم هذا العدد من الاشخاص

λ :معدل وصول العملاء(عدد الاشخاص لتلقي الخدمة حيث ($\lambda < \mu$

Ls:متوسط عدد الوحدات في النظام (عدد الوحدات التي تنتظر دورها في تلقي الخدمة مضافا اليها الذين دخلوا في مرحلة تلقي الخدمة)

Lq: متوسط عدد الوحدات في الصف(الوحدات التي تنتظر دورها لتلقي الخدم).

Ws:متوسط الوقت المستغرق في النظام **Wq**: متوسط الوقت المستغرق في الصف

P: احتمال ان يكون هذا النظام مشغول

P_0: معامل عدم الاستخدام؛ حيث $P_0=1-P$

1.نموذج صف الانتظار ذو القناة الواحدة لتقديم الخدمة.

العلاقات المستخدمة في تحليل النظام بموجب هذا النموذج كما يلي:

معامل الاستخدام:

$$P= \lambda / \mu$$

عدد الوحدات المتوقع في النظام :

$$Ls= \lambda/\mu - \lambda$$

عدد الوحدات المتوقع في خط الانتظار :

$$Lq= Ls \times p= \lambda^2 /\mu (\mu- \lambda)$$

متوسط الزمن الذي تقضيه الوحدة في النظام:

$$Ws=1/\mu - \lambda= Ls/ \lambda$$

متوسط الزكم الذي تقضيه الوحدة في خط الانتظار:

$$Wq= \lambda /\mu (\mu- \lambda)= Ws \times p$$

مثال :مدير بنك يريد تعيين أمين صندوق , علما ان الزبائن يصلون بمعدل 9 زبائن كل 5 دقائق , بينما أمين الصندوق يستطيع ان يخدم 10 زبائن بنفس المدة.

احسب مايلي:

1-معامل الاستخدام وعدم الاستخدام

2. عدد الزبائن المتوقعين في النظام

3. عدد الزبائن المتوقعين في صف الانتظار

4. الزمن المتوقع الذي يقضيه الزبون في النظام

5. الزمن المتوقع الذي يقضيه الزبون في صف الانتظار

الحل:

لدينا : $\lambda=1/5=1.8$ زبون/دقيقة ، $\mu=10/5=2$ زبون/دقيقة

- ✓ معدل الاستخدام (اختمال وجود زبائن في النظام)و عدم الاستخدام

$$P= 1.8/2 = 0.9= 90\ \%$$

$$P_0= 1-0.9= 0.1$$

- ✓ عدد الزبائن المتوقع في النظام:

$$Ls= \lambda/\mu - \lambda= 1.8\ /0.2=9 \text{زبون}$$

- ✓ عدد الزبائن المتوقع في صف الانتظار:

$$Lq= Ls\times p= \lambda^2/\mu\ (\mu- \lambda)= 9\times 0.9 \approx 8 \text{زبون}$$

- ✓ الزمن المتوقع الذي يقضيه الزبون في النظام:

$$Ws=1/\mu - \lambda= Ls/\ \lambda= 9\ /1.8=5 \text{دقائق}$$

- ✓ الزمن المتوقع الذي يقضيه الزبون في صف الانتظار :

$$Wq= \lambda\ /\mu\ (\mu- \lambda)= Ws\times p=5\times 0.9=4.5 \text{دقيقة}$$

ملاحظة: لحساب احتمال وجود N من الوحدات في النظام نطبق:

$$\mathbf{P_n= P^n\times P_0}$$

التحليل الاقتصادي لصفوف الانتظار(نظرية صفوف الانتظار و التكاليف)

يكون الهدف من التحليل الاقتصادي لصفوف الانتظار هو تحديد مستوى معين من طاقة الخدمة يترتب عليه انخفاض التكلفة الكلية. وتتكون التكلفة الكلية للخدمة(Ct) من تكلفتين أساسيتين وهما:

- ✓ **تكلفة تقديم الخدمة** (Cs) : هي التكاليف المباشرة و غير المباشرة التي تتحملها المؤسسة عند تقديمها للخدمة وترتبط بعلاقة طردية مع مستوى جودة الخدمة، أي كلما كان في هدف متخذ القرار تحسين مستوى جودة الخدمة ينبغي عليه تحمل تكاليف إضافية كدفع أجور لمقدمي الخدمة الجديدة

✓ **تكلفة الانتظار(C_W)** : مجموع التكاليف المباشرة وغير المباشرة التي تتحملها المؤسسة نتيجة الوقت الذي ينفقه طالب الخدمة في الانتظار، وكلما ارتفعت جودة الخدمة كلما انخفضت هذا التكلفة، أي أنها ترتبط بعلاقة عكسية مع مستوى جودة الخدمة

ويمكن التعبير عنها بالعلاقة الرياضية التالية:

التكلفة الكلية = تكلفة الانتظار + تكلفة الخدمة

= تكلفة انتظار الوحدة الواحدة × عدد الوحدات المتوقع في النظام + تكلفة الخدمة للمركز ×عدد المراكز

أي :

$$C_T = C_W L_S + C_S S$$

حيث S: عدد مراكز الخدمة

مثال :مؤسسة خدماتية قدر معدل وصول زبائنها ب 45 زبون في الساعة و تستطيع هذه المؤسسة تقديم خدماتها بمعدل 60 زبون في الساعة.

-تم تقدير تكلفة الانتظار ب 10 وحدات نقدية , و تكلفة الخدمة ب 7 وحدات نقدية . أحسب التكلفة الكلية؟

الحل:

✓ **لدينا** : $\mu=60$ $\lambda=45$ $S=1$

✓ **نحسب عدد الوحدات المتوقع في النظام** :

$L_s= \lambda/\mu - \lambda=45/ 60-45=$3زبائن

✓ نحسب التكلفة الاجمالية:

$$C_T = C_W L_S + C_S S = 10\times3 + 7\times1=37$$