إدارة العمليات

المزيج الإنتاجي
باستخدام بالبرمجة الخطية

- يقصد بالمزيج الإنتاجي عدد المنتجات التي يمكن للشركة أن تنتجها في ظل قيود معينة

- عند انتاج منتج واحد بمادة أولية واحدة فانه لن يكون أي اشكال بالنسبة للشركة لأن الإنتاج في هذه الحالة يتوقف على الكميات المتوفرة من المادة

مثال

اذا كان انتاج وحدة واحدة من المنتوج يحتاج الى 3 وحدات من المادة الأولية، و ارادت الشركة انتاج 500 وحدة فإنها تحتاج الى 3*500 =1500 وحدة من المادة الأولية.

في المقابل

اذا كان انتاج وحدة واحدة من المنتوج يحتاج الى 3 وحدات من المادة الأولية، وتوفر لدى الشركة 2400 وحدة من هذه المادة فقط. في هذه الحالة فان عدد الوحدات التي يمكنها انتاجها هو 2400/3 = 800 ووحدة

الاشكال يطرح مثلا عندما يتوفر للشركة كمية معينة من المادة الأولية وتريد ان تنتج أكثر من منتوج وتريد ان تعرف التشكيلة المثلى من هذين المنتجين التي تحقق لها اكبر ربح او اقل تكلفة

في هذه الحالة نلجأ لاستخدام البرمجة الخطية

التعريف بمسألة البرمجة الخطية

- لأن القيود في مجال الإدارة وخاصة في مجال الإنتاج والعمليات كثيرة فإننا نحتاج لاستخدام البرمجة الخطية
- من بين المجالات التي نحتاج فيها البرمجة الخطية: **المزيج الإنتاجي**

وهناك حالتين

عندما نستعمل البرمجة الخطية لتحديد المزيج الإنتاجي قصد تحقيق أكبر ربح أو أكبر رقم أعمال ...الخ ← تكون المسألة من نوع الحد الأقصى وتكتب : MAX

عندما نستعمل البرمجة الخطية لتحديد المزيج الإنتاجي قصد تقليص التكلفة أو تقليص وقت الإنتاج ... الخ ← تكون المسألة من نوع الحد الأدنى وتكتب : MIN

ملاحظات

- البرمجة الخطية هي طريقة لحل مسائل الأمثلية
- الحل الأمثل ليس بالحل الأفضل بكيفية مطلقة ولكنه أحسن حل في ظل قيود معينة

مكونات البرمجة الخطية
Requirements of a linear programming

هناك ثلاث مكونات /عناصر لأي مشكلة تعالجها البرمجة الخطية وهي:

1. دالة الهدف

ودالة الهدف اما ان تكون تعظيما(maximization) أو تقليلا (minimization) وهذا ما يعرف في لغة الرياضيات بالمثلى (optimization). يعبر عن الهدف عادة في صورة متغير واحد أو اكثر، وتخضع هذه المتغيرات جميعا الى علاقة خطية

2. قيود المسألة

تبين القيود التي تواجهها المؤسسة بالنسبة لهذه المسألة.
اذا كان لدينا 100 متر مكعب من الأخشاب يمكن ان نستغلها في صناعة الكراسي نقول ان الاخشاب مورد، و100 متر منها قيد، أما الكراسي فهي متغير.

3. شرط عدم السلبية

تعني أن المتغيرات لا يمكن أن تكون سالبة (لا يمكن إنتاج كميات سالبة، ولا بيع كميات سالبة ... الخ)

من أهم أشكال القيود ما يلي:

أ. ندرة عناصر الإنتاج : وهذا يتمثل في محدودية الكمية المتاحة من عناصر الإنتاج كالموارد الأولية ، والآلات ، والعمل ، ورأس المال.

ب. محدودية الطاقة أو الموارد المتاحة : بمعنى أن وجود مورد لا يعني بالضرورة قدرته على تلبية كامل الاحتياجات.

ت .النواحي الفنية والتقنية : بمعنى أن النواحي الفنية قد تفرض علينا قدرا معينا من استغلال بعض الموارد.

ث. استيعاب السوق : حيث أن طاقة السوق على استيعاب المنتوجات أي بيعها تكون محدودة في بعض الأحيان نتيجة للمنافسة وغيرها من العوامل ، وبالتالي لا تستطيع الشركة بيع منتجاتها بالكامل إذا ما استغلت كامل طاقتها الإنتاجية.

ج. جودة المنتجات والعناصر الداخلة في إنتاجها : حيث يتطلب ذلك زيادة في استغلال بعض الموارد دون الأخرى ، وتظهر هذه المشكلة في المنتجات الغذائية ؛ حيث أن المنتجات الداخلة في خلطة معينة تختلف في مكوناتها الغذائية

اجراءات الحل بطريقة Simplex في حالة(التعظيم)

يتم إيجاد الحل لنماذج البرمجة الخطية (LP) بموجب طريقة Simplex وفقا إلى ثلاث مراحل أساسية و متسلسلة

المرحلة الأولى

و ذلك بإيجاد الحل الأساسي الممكن (الحل الأولي) (Feasible solution).

المرحلة الثانية

و ذلك بتحسين الحل الأولي للحصول على الحل الأفضل (Best solution).

المرحلة الثالثة

و ذلك بتحسين الحل الأفضل للحصول على الحل الأمثل (Optimal solution).

وقد يتم ذلك بخطوة واحدة أو عدة خطوات كما يلي.

شكل جدول الحل

Non- Basic var. / Basic Var.	Z	متغيرات غير أساسية					الثوابت R.H.S	
		X1	X2	S1	S2	S3		
Z								
S1								
S2								
S3								

مثال

حدد المزيج الإنتاجي الأمثل اذا كانت دالة الهدف على الشكل

$$\text{Max} : Z=30X_1 +18X_2$$

- واضح هنا أن المشكلة هي مشكله تعظيم
- القيود

$$X_1 + 2X_2 \leq 200 \qquad (1)$$
$$3X_1 + 2X_2 \leq 300 \qquad (2)$$
$$X_1 \leq 150 \qquad (3)$$
$$X_1 , X_2 \geq 0 \qquad \text{شرط عدم السلبية}$$

الحل:

الخطوة (1) نحول قيود المشكلة من الصيغة العامة الى الصيغة القياسية، ولان القيود جميعها من نوع اصغر من او يساوي ،لذا فان عملية التحويل تتطلب اضافة متغير راكد (مهمل slack) والذي سيرمز له بـ (Si)

$$X1 + 2X2 + S1 = 200 \quad (1)$$

$$3X1 + 2X2 + S2 = 300 \quad (2)$$

$$X1 + S3 = 150 \quad (3)$$

$X1, X2, S1, S2, S3 \geq 0$ شرط عدم السلبية

الخطوة (2) تضاف المتغيرات الراكدة (المهملة)الى معادلة دالة الهدف بمعاملات صفرية

$$\text{Max} : Z = 30X1 + 18X2 + 0S1 + 0S2 + 0S3$$

الخطوة(3) نحول دالة الهدف الى دالة صفرية عن طريق نقل كافة المتغيرات من الطرف الايمن الى الطرف الايسر من المعادلة ،لتصبح كما يأتي:-

$$Max : Z-30X1-18X2-0S1-0S2-0S3=0$$

الخطوة(4) نقوم بإعداد جدول الحل الابتدائي والذي سيضم المتغيرات الاساسية وغير الاساسية في معادلة دالة الهدف.

Non- Basic var. / Basic Var.	Z	متغيرات غير أساسية					الثوابت R.H.S	
		X1	X2	S1	S2	S3		
Z	1	-30	-18	0	0	0	0	
S1	0	1	2	1	0	0	200	
S2	0	3	2	0	1	0	300	
S3	0	1	0	0	0	1	150	

ملاحظات عن اعداد الجدول :

- المتغير الاساسي هو المتغير الذي يكون معامله صفر في معادلة دالة الهدف اي (S1,S2,S3)

- ان وضع Z في عمود المتغيرات الاساسية لا يعني انها متغير اساسي انها فقط تساعد في تحديد المتغير الداخل ولتحديد ما اذا كنا قد وصلنا للحل الامثل.

- ان القيم الموجودة في جدول الحل الابتدائي تمثل معاملات المتغيرات في معادلة دالة الهدف والقيود.

- القيم التي تقابل المتغير S1 هي معاملات المتغيرات في القيد (1) . أما القيم التي تقابل المتغير S2 هي معاملات المتغيرات في القيد (2).و القيم التي تقابل المتغير S3 هي معاملات المتغيرات في القيد (3).

الخطوة (5)

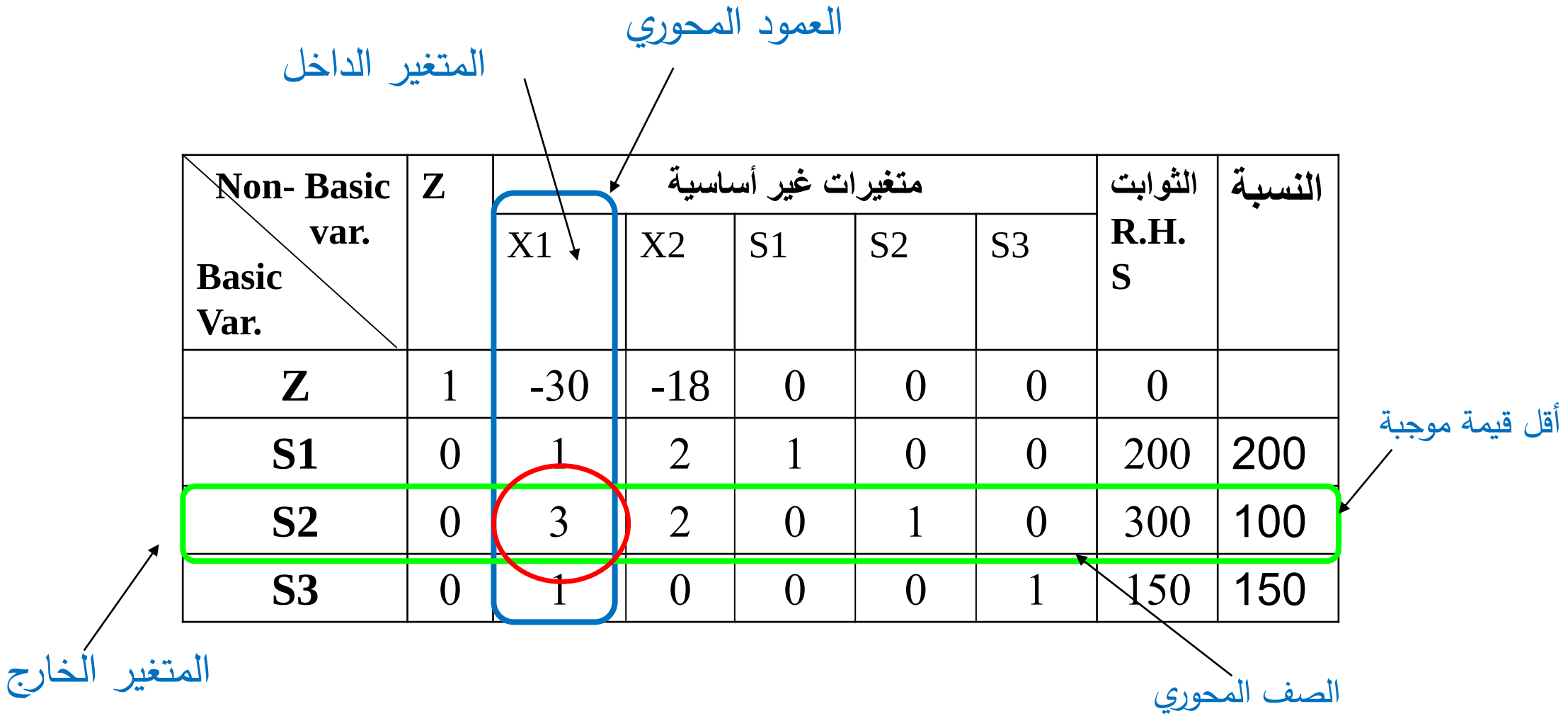
- اختيار المتغير الداخل وهو المتغير **الذي يمثل اكبر قيمة بإشارة سالبة في صف Z** ومن الجدول اعلاه يكون X1 هو المتغير الداخل لان قيمته(30−) ويطلق على العمود الذي يضم المتغير الداخل (عمود المحور Pivot column).

- اختيار المتغير الخارج وهو المتغير **الذي يمثل اقل قيمة موجبة من حاصل قسمة قيم R.H.S على قيم عمود المحور**، وتهمل اية قيمة سالبة او صفرية او غير محددة (∞).ويطلق على الصف الذي يضم المتغير الخارج (صف المحور Pivot row). أما حاصل قسمة قيم R.H.S على قيم عمود المحور فهي كالأتي :

200/1=200
300/3=100
150/1=150

اذن المتغير S2هو المتغير الخارج لأنه يمثل اقل قيمة موجبة (100)

اعداد جدول الحل الابتدائي



Non- Basic var. / Basic Var.	Z	متغيرات غير أساسية					الثوابت R.H.S	النسبة
		X1	X2	S1	S2	S3		
Z	1	-30	-18	0	0	0	0	
S1	0	1	2	1	0	0	200	200
S2	0	3	2	0	1	0	300	100
S3	0	1	0	0	0	1	150	150

ايجاد القيم الجديدة لمعاملات المتغيرات

ايجاد قيم المتغير الداخل X1 وذلك عن طريق قسمة كل قيمة في صف المحور على العنصر المحوري.

العنصر المحوري (Pivot variable) هو نقطة تقاطع عمود المحور مع صف المحور، وهو(3).

اذن قيم المتغير الداخل X1 هي :

X1= (0/3, 3/3, 2/3, 0/3,1/3, 0/3, 300/3)

X1= (0 , 1 , 2/3 , 0 ,1/3 , 0 , 100)

تكتب القيم الجديدة اعلاه في جدول الحل الجديد

Non- Basic var. / Basic Var.	Z	متغيرات غير أساسية					الثوابت R.H.S	
		X1	X2	S1	S2	S3		
Z								
S1								
X1	0	1	2/3	0	1/3	0	100	
S3								

- لإيجاد قيمة Z الجديدة ، نضرب القيمة المقابلة لـ Z في عمود المحور وهي (−30) × قيم المتغير الداخل الجديدة وكما يأتي:

$$-30 * (0 \ , 1 \ , 2/3 \ , \ 0 \ , \ 1/3 \ , \ 0 \ , \ 100)$$
$$= \ (\ 0 \ , -30 \ , -20 \ , \ 0 \ , \ -10 \ , \ 0 \ , \ -3000)$$

ايجاد قيم بقية المتغيرات في الجدول

- ثم نطرح القيم اعلاه من قيم معاملات Z القديمة في جدول الحل الابتدائي كما يأتي:

$$(1 \ , -30 \ , \ -18 \ , \ 0 \ , 0 \ , 0 \ , 0)$$
$$-(0 \ , -30 \ , -20 \ , \ 0 \ , -10 \ , 0 \ , -3000)$$
$$(1 \ , \ 0 \ , \ 2 \ , 0 \ , 10 \ , 0 \ , \ 3000)$$

ننقل القيم الى جدول الحل الثاني.

Non- Basic var. / Basic Var.	Z	متغيرات غير أساسية					الثوابت R.H.S	
		X1	X2	S1	S2	S3		
Z	1	0	2	0	10	0	3000	
S1								
X1	0	1	2/3	0	1/3	0	100	
S3								

- لإيجاد قيمة S1 و S3 الجديدة نقوم بنفس الخطوات اعلاه أي ضرب العنصر المقابل لهما في عمود المحور × قيم المتغير الداخل الجديدة ثم نطرح الناتج من قيم المتغيرين S1 و S3 القديمة

- ثم ننقل القيم الى جدول الحل الثاني.

Non- Basic var. / Basic Var.	Z	متغيرات غير أساسية					الثوابت R.H.S	
		X1	X2	S1	S2	S3		
Z	1	0	2	0	10	0	3000	
S1	0	0	4/3	1	−1/3	0	100	
X1	0	1	2/3	0	1/3	0	100	
S3	0	0	−2/3	0	−1/3	1	50	

بعد استكمال الجدول نقوم بالتأكد هل يمثل الحل الامثل أم لا وذلك من خلال ملاحظة القيم في صف Z

ولان دالة الهدف من نوع تعظيم ،نصل للحل الامثل عندما تكون جميع القيم في صف Z موجبة او صفرية.

لذا الجدول الثاني يمثل جدول الحل الامثل لان جميع القيم في صف Z موجبة او صفرية

هذا يعني ان الحل الامثل هو في انتاج 100 وحدة من النوع الاول (X1=100) لنتمكن من تحقيق ربح مقداره 3000 (Z=3000).