الجمهـورية الجزائـرية الديمقـراطية الشعبيـة

République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليـم العـالي و البحـث العلمـي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جـامعة محـمد خيضـر – بسكرة –

كـلية العلـوم الاقتصـادية و التجـارية و علـوم التسييـر

قسـم علـوم التسييـر

المحاضرة التاسعة:

نظرية المباراة(تابع)

السنـــــة الجامعيـــــة: 2025 / 2026

اهداف المحاضرة:

ينتظر من الطالب بعد تناوله هذه المحاضرة ان يكن قادرا على :

- فهم بنية نظرية المباراة و تشكيل مصفوفة الدفع.
- فهم مختلف طرق الاستراتيجيات المختلطة في نظرية المباراة .
- ايجاد قيمة المباراة ذات الاستراتيجية المختلطة و تفسير معناها

محتوى المحاضرة

- ثانيا. المباراة ذات الاستراتيجيات المختلطة
- طريقة الاحتمالات
- الطريقة الحسابية

ثانيا : المباراة ذات الاستراتيجية المختلطة

طبقا لهذا النوع من المباريات يتبنى كل طرف من طرفي المباراة مزيجا من الاستراتيجيات المختلفة، بحيث يستخدم كل واحد منها خلالها نسبة معينة من وقت المباراة وذلك سعيا وراء تحقيق هدفه إما بتعظيم مكاسبه إلى أكبر قدر ممكن أو تخفيض خسائره إلى أدنى حد ممكن، ما يعني عدم وجود نقطة التوازن . و يمكن حل هذا النوع باستخدام احدى الطرق التالي

1. طريقة الاحتمالات:

تطبق طريقة الاحتمالات في حل المباراة عندما تكون رتبة مصفوفة هذه المباراة من الشكل 2.2 أي أمام كل لاعب استراتيجيتين فقط، حيث تقوم هذه الطريقة على حساب احتمالات استراتيجيات اللاعب الأول واحتمالات استراتيجيات اللاعب الثاني، ومنه حساب قيمة المباراة، مع العلم أن قيمة الاحتمالات لكل لاعب تساوي الواحد و الاحتمال يكون محصورا بين الواحد و الصفر. والمثال الموالي يوضح خطوات هذه الطريقة:

مثال: لتكن لدينا المباراة الموالية بين لاعبين ، حيث تظهر عوائد استراتيجياتهما في الجدول الموالي:

اللاعب A / اللاعب B	R	S	O
L	2	1	3
M	4	2	3-
N	2	3-	4-

المطلوب: ايجاد قيمة المباراة باستخدام طريقة الاحتمالات مع تحديد استراتيجيات اللاعب A

الحل :

نشير في البداية ، انه لا توجد نقطة التوازن : Max Min A≠ Min Max B، ما يعني لجوء اللاعبين الى الاستراتيجيات المختلطة

✓ حسب المثال المصفوفة غير مربعة ، ما يستدعي اختزال الأسطر والأعمدة المهيمنة إلى آخر عملية ممكنة نتحصل على المصفوفة الموالية من الشكل2.2 :

اللاعب A / اللاعب B	R	S	O
L	2	1	3
M	4	2	3-
N	2	3-	4-

اللاعب A / اللاعب B	S	O
L	1	3
M	2	3-
N	3-	4-

اللاعب A / اللاعب B	S	O
L	1	3
M	2	3-

✓ **بالنسبة للاعب الأول: A**

حسب قانون الاحتمالات $p_1 + p_2=1$، حيث p_1 احتمال اختيار الإستراتيجية L ، و p_2 احتمال اختيارM

A اللاعب / B اللاعب	S	O
L	1	3
M	2	3-

P_1

$1-p_1$

- النتيجة المتوقعة للاعب الأول في حالة اختيار اللاعب الثاني للإستراتيجية الأولى:

$$p_1+ 2(1-p_1)=2- P_1=V\ldots\ldots(1)$$

- النتيجة المتوقعة للاعب الأول في حالة اختيار اللاعب الثاني للاستراتيجية الثانية:

$$3p_1- 3(1-p_1)=3 +6 P_1=V\ldots\ldots(2)$$

إن أفضل عائد يحققه اللاعب الأول يتحقق عند تساوي العلاقتين 1 و 2 أي أن:

$$2- P_1=-3 +6 P_1 \Rightarrow P_1=5 /7$$

وبالتعويض نجد أن : $P_2= 2 /7$ و $V=9/7$ (**الحد الادنى المضمون**)

ما يعني ان اللاعب الاول سيلعب بالاستراتيجية L ب **5 /7** من الوقت المخصص للعب و بالاستراتيجية M ب 2 /7 (من بين كل **7أيام** عمل، يجب على اللاعب الأول أن يختار "الاستراتيجية الأولى" في **5أيام**، ويختار "الاستراتيجية الثانية" في **يومين**)، ليكون ربحه هو **9/7** ،وهي أفضل مما لو اتبع الاستراتيجية الصافية L وفق Maximinالتي تحقق له $V_1= 1$ ، وهو ما يعني أن الاستراتيجية المختلطة بالنسبة له أفضل.

✓ **بالنسبة للاعب الثاني B** :

حسب قانون الاحتمالات $q_1 + q_2=1$، حيث q_1 احتمال اختيار الإستراتيجيةS ، و q_2 احتمال اختيارO

q_1 $1- q_1$

A اللاعب / B اللاعب	S	O
L	1	3
M	2	3-

- النتيجة المتوقعة للاعب الثاني في حالة اختيار اللاعب الاول للإستراتيجية الأولى:

$$q_1+ 3(1-q_1)=3 - 2q_1=V\ldots\ldots(1)$$

- النتيجة المتوقعة للاعب الثاني في حالة اختيار اللاعب الأول للاستراتيجية الثانية:

$$2q_1- 3(1-q_1)= -3 +5 q_1=V\ldots\ldots(2)$$

إن أفضل عائد يحققه اللاعب الأول يتحقق عند تساوي العلاقتين 1 و 2 أي أن:

$$3 - 2q_1 = -3 + 5\ q_1 \Rightarrow q_1 = 6/7$$

وبالتعويض نجد أن : $q_2 = 1/7$ و $V = 9/7$

ما يعني ان اللاعب الثاني سيلعب بالاستراتيجية S ب**6 /7** من الوقت المخصص للعب و بالاستراتيجية O ب 1 /7 ، لتكون خسارته هي**9/7** ،وهي أفضل مما لو اتبع الاستراتيجية الصافيةS وفق Minmaxالتي تحقق له $V_1 = 2$، وهو ما يعني أن الاستراتيجية المختلطة بالنسبة له أفضل.

الخلاصة إذن: الاستراتيجية المختلطة هي الأفضل بالنسبة للاعبين، لأنها أعلى ربحا بالنسبة للاعب الأول (لاعب تكبير الأرباح)، وأقل خسارة بالنسبة للاعب الثاني (لاعب تصغير الخسائر.)

ملاحظة : قيمة دالة المباراة تكون: Maxmin A≤ V≤ Minmax B

2 الطريقة الحسابية :

تطبق الطريقة الحسابية في حل المباراة عندما تكون رتبة مصفوفة هذه المباراة من الشكل 2.2 أي أمام كل لاعب استراتيجيتين فقط، حيث تقوم هذه الطريقة على ايجاد نسبة الوقت الذي يقضيه كل من اللاعبين للعب استراتيجياتهما من خلال تطبيق الخطوات التالية:

- ✓ طرح أكبر قيمة في كل صف من أقل قيمة ووضعها بجانب الصف، وطرح أكبر قيمة في كل عمود من أقل قيمة ووضعها أسفل العمود؛
- ✓ استبدال القيم المحسوبة في الصفوف والأعمدة؛
- ✓ حساب النسب في الصفوف والأعمدة من خلال حساب حاصل قسمة قيمة الصف أو العمود على مجموع قيم الصف أو العمود.
- ✓ ايجاد قيمة المباراة و هي مجموع القيمة مضروبة في الاحتمالات المرافقة لها من الصفوف و الاعمدة .

مثال : ايجاد الحل للمثال الابق بالاعتماد على الطريقة الحسابية

الحل:

- ✓ بعد اختزال المصفوفة الى مصفوفة مربعة نجد :

اللاعب A / اللاعب B	S	O
L	1	3
M	2	3-

- ✓ نحسب الفرق الموجب لكل صف و عمود مع استبدال القيم المحسوبة

اللاعب A / اللاعب B	S	O
L	1	3
M	2	3-

5
2
6 1

✓ نقسم قيمة الصف أو العمود على مجموع قيم الصف أو العمود.

اللاعب A / اللاعب B	S	O
L	1	3
M	2	3-

5 /7
2/7
6/7 **1/7**

تعني النتائج ان **اللاعب A** سوف يستخدم استراتيجياته 7مرات حيث يلعب الاستراتيجية L خمس مرات اي بنسبة 5/7 من الوقت المخصص للعب و الاستراتيجية M مرتين اي بنسبة 2/7من الوقت المخصص . اما **اللاعب B** سوف يستخدم استراتيجياته 7مرات حيث يلعب الاستراتيجية S ستة مرات اي بنسبة 6/7 و الاستراتيجية O مرة و احدة بنسبة 1/7 من الوقت المخصص للعب.

✓ نحسب قيمة المباراة :

- بالنسبة للاعب A: **الحد الأدنى للمكسب المضمون**

$$V=6/7(1.\ 5/7+2.\ 2/7)+1/7(3\ .5/7\ -3\ .\ 2/7)=9/7$$

- بالنسبة للاعب B: **الحد الأقصى للخسارة المسموح بها**

$$V=5/7(1.\ 6/7+3.\ 1/7)+2/7(2.6\ /7\ -3\ .\ 1/7)=9/7$$

ملاحظة: اذا كانت المباراة من نوع 2XM و لا يمكن اختزالها الى 2X2 فيمكن تقسيمها الى مباريات فرعية لتطبيق طرق الاستراتيجيات المختلطة ، ومن ثم اختيار الافضل من بينهم