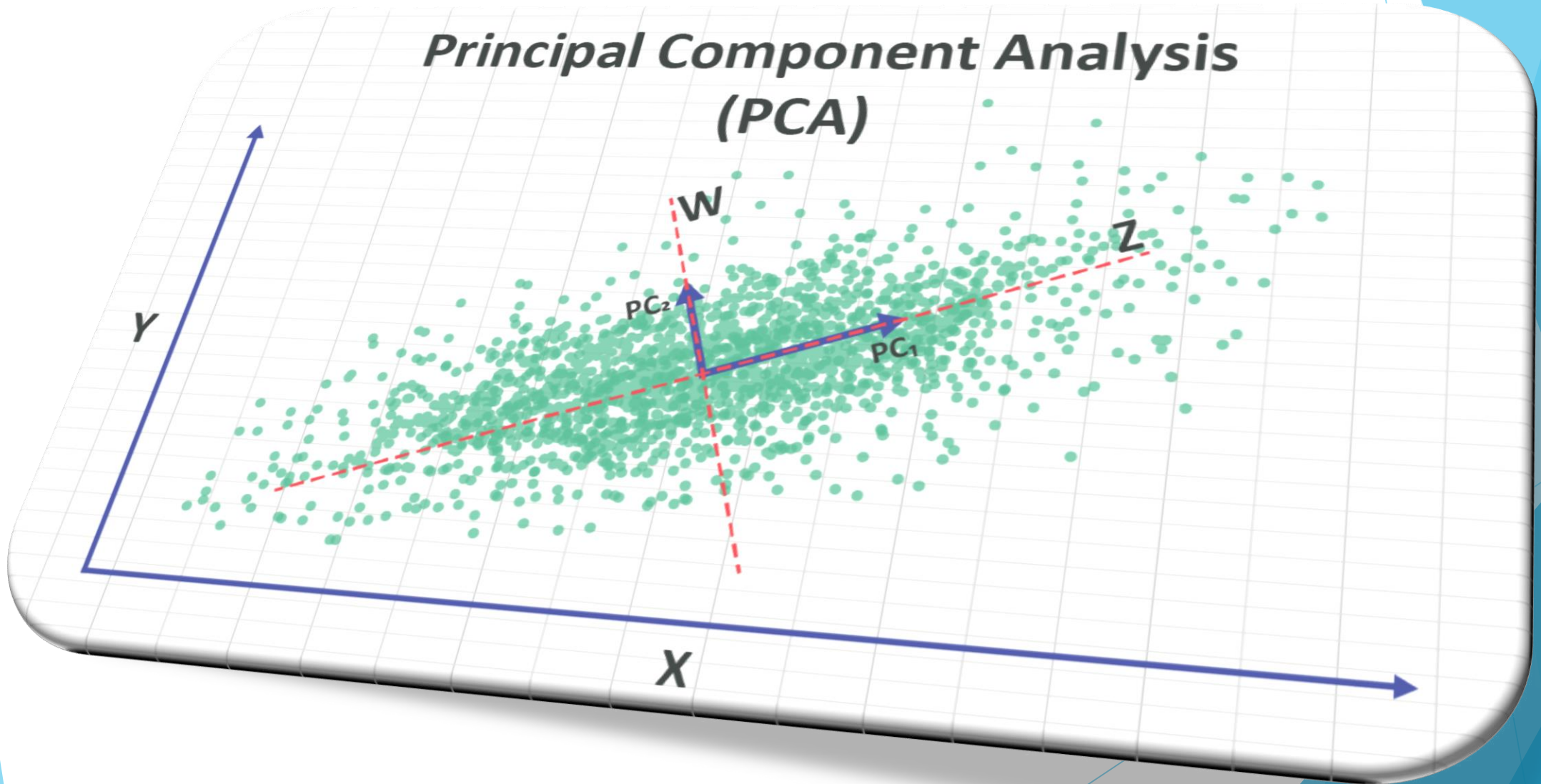


بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

المحور الرابع: تحليل المركبات الأساسية Principal Component Analysis



الهدف من المحور:



لمحة تاريخية على تحليل المركبات الأساسية ✓

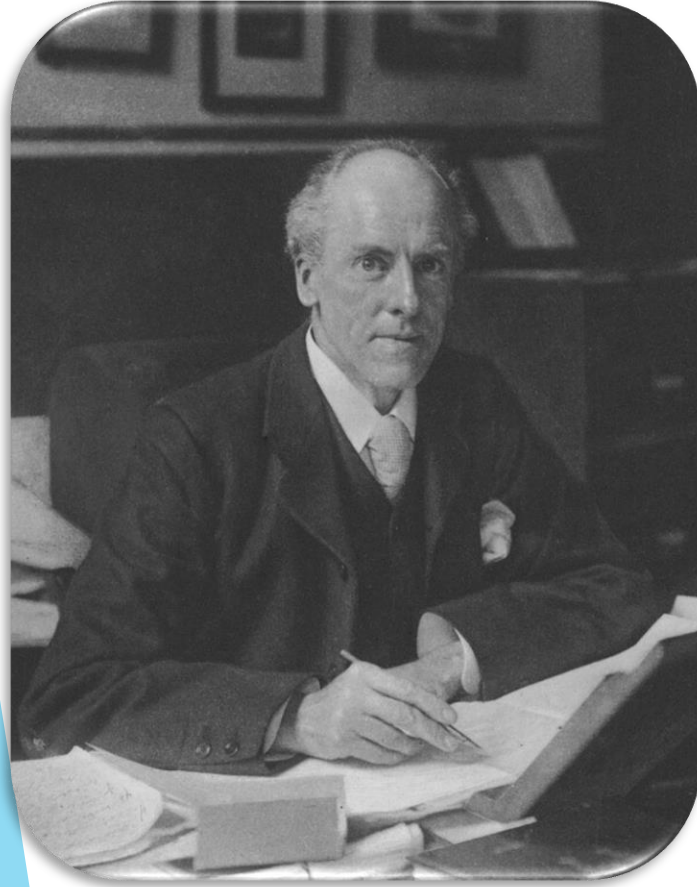
تعريف تقنية تحليل المركبات الأساسية ✓

الهدف من تقنية تحليل المركبات الأساسية ✓

المبدأ الذي تقوم عليه تقنية تحليل المركبات الأساسية ✓

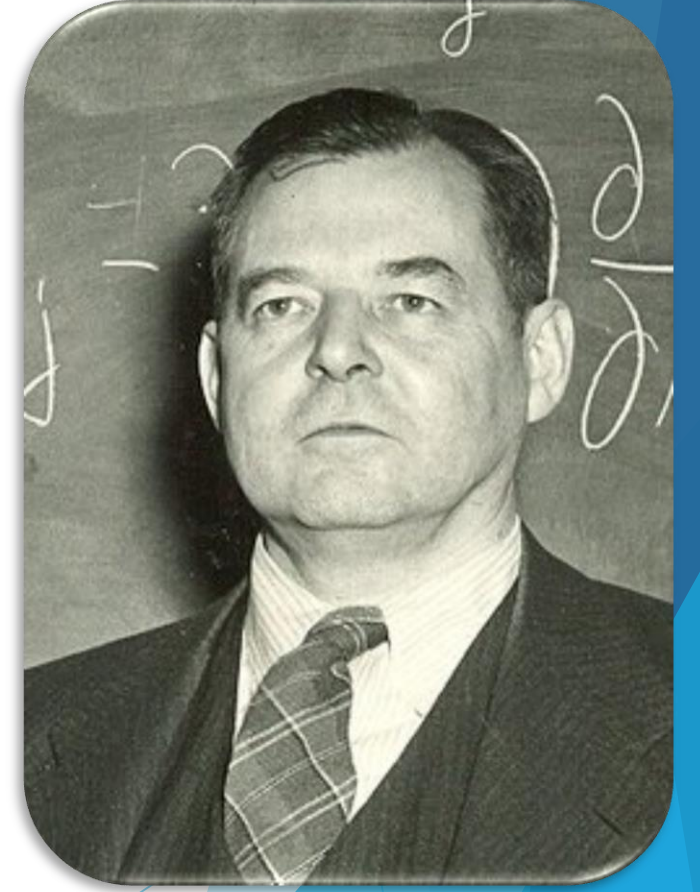
خطوات تنفيذ تقنية تحليل المركبات الأساسية ✓

1- لمحة تاريخية على تقنية تحليل المركبات الأساسية



استخدمت طريقة تحليل المركبات
الرئيسية لأول مرة من قبل **Karl Pearson**
(1901)

ثم تم تطوير هذه الطريقة من قبل
Harold Hotelling وذلك عام
(1933)



2- تعريف تقنية تحليل المركبات الأساسية

كما يعرف تحليل المركبات الأساسية على أنها أحد تقنيات تحليل البيانات التي تختص في اختزال الجداول ذات الأبعاد الكبيرة، أي اختزال عدد كبير من المتغيرات الخام إلى عدد أقل من المتغيرات الجديدة والتي تعرف بالمركبات الأساسية.

أسلوب رياضي يقوم على أساس تحويل مجموعة من المتغيرات المترابطة فيما بينها إلى مجموعة جديدة من المتغيرات غير المترابطة (أو المتعامدة - Orthogonal) تدعى بالمركبات الرئيسية

3- الهدف من استخدام تقنية تحليل المركبات الأساسية

تتضمن طريقة تحليل المركبات الأساسية هدفين رئيسيين:

- تلخيص (اختزال) جدول البيانات الذي يضم العديد من المتغيرات الكمية واختزالها في مركبتين أو ثلاث مركبات رئيسية
- التمثيل البياني لأكبر قدر ممكن من المعلومات الموجودة في جدول البيانات (والتي من الصعب تمثيلها في الأصل في فضاء متعدد الأبعاد)، في تمثيل بياني بسيط مكون من محورين أو ثلاث محاور.

4- مبدأ تقنية تحليل المركبات الأساسية

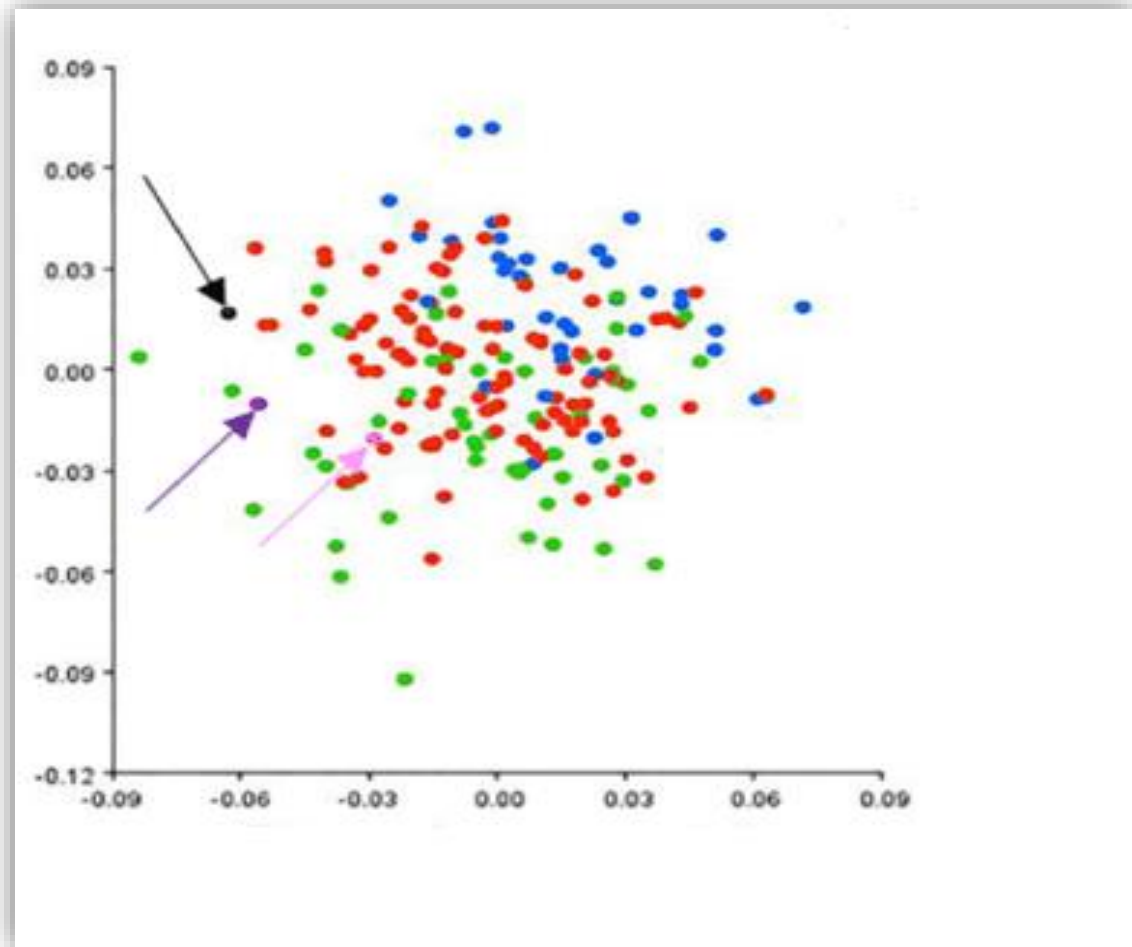
نقطة الانطلاق في التحليل بالمركبات الرئيسية، هو جدول X يحتوي على عدد p من المتغيرات الكمية تم قياسها على عدد n من الأفراد.

المتغيرات الأفراد	X_1	X_2	X_3	X_4	X_p
1	5	7	4	9	5
2	8	4	5	10	7
3	11	6	9	5	4
4	5	6	8	12	9
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	8	4	5	9	5

جدول البيانات الكمية
(الجدول الكمي)

4- مبدأ تقنية تحليل المركبات الأساسية

سحابة n من الأفراد تمثل في فضاء P من المتغيرات



مثال 1:

تمثيل بياني لـ n من الأفراد في فضاء ثنائي البعد
أي وجود متغيرين فقط

4- مبدأ تقنية تحليل المركبات الأساسية

- يتمثل المبدأ الأساسي لـ PCA (للتقليل من الأبعاد) في تحويل سحابة النقاط من فضاء ذو p بعد إلى فضاء ذو بعدين (ثنائي البعد) أو 3 أبعاد على الأكثر.
- ويتم ذلك بإسقاط النقاط من فضاء ذو p بُعد (متعدد الأبعاد) إلى فضاء جزئي ذو بعدين أو 3 أبعاد فقط. مع الحصول على سحابة نقاط جديدة أكثر تمثيلاً لسحابة النقاط الأصلية.
- أي نتحصل على شكل سحابة نقاط أقرب ما يمكن لشكل سحابة النقاط الأصلية

4- مبدأ تقنية تحليل المركبات الأساسية

- عند اسقاط النقاط يجب العمل قدر الإمكان على عدم تشويه سحابة النقاط الأصلية عند اسقاطها
- بمعنى الحفاظ على المسافات بين نقاط السحابة الأصلية قدر الإمكان
- بتعبير آخر علينا أن نجعل المسافات الإجمالية بين النقاط المسقطة أقرب ما يمكن إلى المسافات الحقيقية بين النقاط في الفضاء الأصلي.

4- مبدأ تقنية تحليل المركبات الأساسية



السؤال المطروح هو:

كيف نختار المحور (أو المستوى)؟ الذي يحقق لنا شرطين

1. المحافظة على المسافات بين النقاط قدر الإمكان

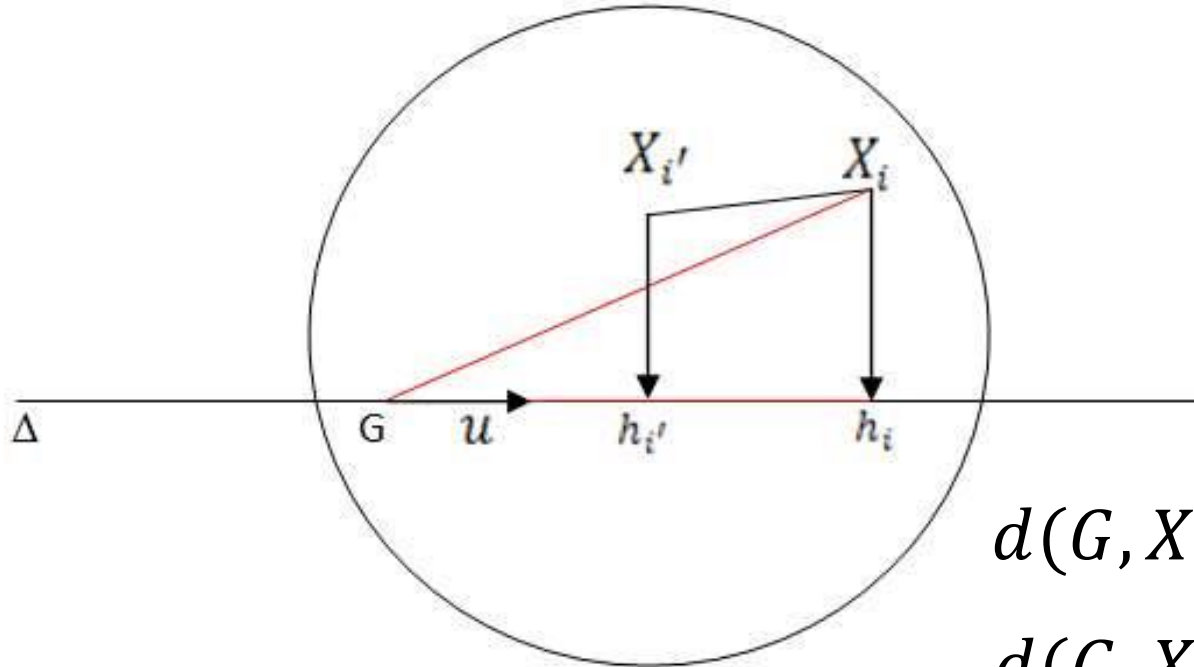
2. أن تكون سحابة النقاط الجديدة (التي تم إسقاطها) أكثر تمثيلاً للسحابة الأصلية

4- مبدأ تقنية تحليل المركبات الأساسية

➤ بالنسبة للشرط الأول:

في التمثيل الهندسي يعتمد الإسقاط على مبدأ المحافظة على المسافات بين النقاط أي:

$$d(X_i, X_i') \approx d(h_i, h_i')$$



وكمثال توضيحي:

للحصول على تمثيل أقل

تشوه لنقطتين (X_i, X_i') ،

نأخذ مركز ثقل سحابة

النقاط (G) كمركز

للإسقاط، والذي يمثل

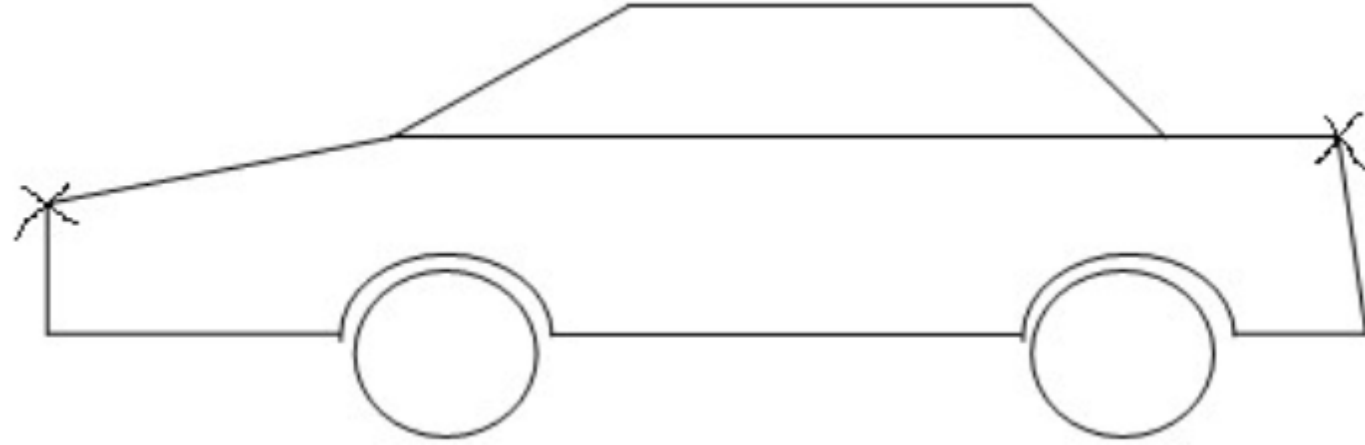
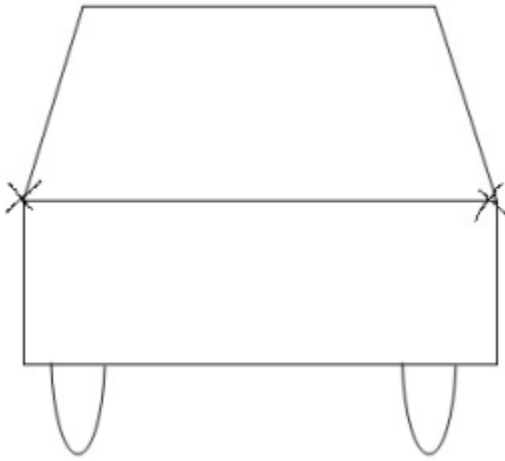
متوسط المتغيرات

$$\left. \begin{array}{l} d(G, X_i) \approx d(G, h_i) \\ d(G, X_i') \approx d(G, h_i') \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{التباين} \\ \text{أو التشتت} \end{array}$$

4- مبدأ تقنية تحليل المركبات الأساسية

➤ بالنسبة للشرط الثاني:

لاحظ الصور:



✓ يجب أن يكون المحور (المستوي) الأكثر تمثيلاً لسحابة النقاط هو الذي تكون فيه أطراف السحابة أكثر تشتتاً (أي أكبر تبايناً ممكن)

4- مبدأ تقنية تحليل المركبات الأساسية

ولتحقيق الشرط الثاني بشكل عام يمكن القول:

✓ محاولة إيجاد الاتجاه الذي يحتوي على أكبر تشتت ممكن (أي أكبر قصور)

✓ القصور الكبير = انتشار كبير = معلومات أكثر

$$Max(I_{\Delta}) = Max\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d^2(G, h_i)\right) \quad \text{أي إيجاد:}$$

أن تعظيم التباين الكلي (القصور الكلي) يعني البحث عن أكبر القيم الذاتية لمصفوفة التباين والتباين المشترك / أو لمصفوفة الارتباط (حسب طبيعة المتغيرات المدروسة)

5- أنواع تقنية تحليل المركبات الأساسية

يوجد نوعين (أو طريقتين):

الطريقة الأولى: تحليل المركبات الأساسية البسيطة (غير معياري) Non-Normalized

✓ تستخدم هذه الطريقة في حال كانت جميع المتغيرات متجانسة

✓ يتم العمل في هذه الحالة على جدول البيانات الممركز

✓ وبالتالي نستخدم مصفوفة التباين والتباين المشترك

5- أنواع تقنية تحليل المركبات الأساسية

الطريقة الثانية: تحليل المركبات الأساسية المعيارية Normalized

- ✓ تستخدم هذه الطريقة في حال كانت المتغيرات غير متجانسة
- ✓ يتم العمل في هذه الحالة على جدول البيانات المعيارية (المركزة المختزلة)
- ✓ وبالتالي نستخدم مصفوفة الارتباط

5- خطوات إجراء تقنية تحليل المركبات الأساسية

1-6 تشكيل جدول البيانات الكمية:

- ✓ يستخدم أسلوب تحليل المركبات الرئيسية مع جدول البيانات الكمية
- ✓ يضم أفراد وكذلك متغيرات كمية مستمرة
- ✓ قد تكون المتغيرات متجانسة أو غير متجانسة في معيار القياس
- ✓ تكون المتغيرات مترابطة فيما بينها

6- خطوات إجراء تقنية تحليل المركبات الأساسية

مثال: ليكن لدينا نقاط خمس (5) طلبة في ثلاث (3) مقاييس.

المتغيرات	X_1	X_2	X_3
الأفراد			
1	11	10	13
2	11	8	11
3	14	13	15
4	10	8	11
5	9	11	10

$$X_{5 \times 3} = \begin{pmatrix} 11 & 10 & 13 \\ 11 & 8 & 11 \\ 14 & 13 & 15 \\ 10 & 8 & 11 \\ 9 & 11 & 10 \end{pmatrix}$$

6- خطوات إجراء تقنية تحليل المركبات الأساسية

6-2 حساب المتوسطات وتشكيل جدول البيانات الكمية الممركز:

- ✓ حساب المتوسطات الحسابية لكل متغير على حدة (كل عمود لديه متوسط حسابي)
- ✓ طرح المتوسطات الحسابية من القيم x_i الموجودة في نفس العمود
- ✓ و G هي نقطة مركز ثقل سحابة النقاط إحداثياتها هي متوسطات المتغيرات
- ✓ جعل البيانات ممركرة لا يؤثر على شكل سحابة النقاط

❖ المتوسطات الحسابية لكل متغير

المتغيرات \ الأفراد	X ₁	X ₂	X ₂
1	11	10	13
2	11	8	11
3	14	13	15
4	10	8	11
5	9	11	10
G	11	10	12

$$\bar{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

يمكن حسابها لكل عمود بالقانون:

$$\bar{X}_1 = \frac{11+11+14+10+9}{5} = 11$$

$$\bar{X}_2 = \frac{10+8+13+8+11}{5} = 10$$

$$\bar{X}_3 = \frac{13+11+15+11+10}{5} = 12$$

لدينا: $\bar{X}_3 = 12$ ، $\bar{X}_2 = 10$ ، $\bar{X}_1 = 11$

❖ جدول البيانات الممركزة (أو المصفوفة الممركزة):

يمكن حسابها بطرح المتوسط الحسابي من كل عنصر في العمود الذي يوافق

جدول البيانات الممركزة

المتغيرات الأفراد	X ₁	X ₂	X ₂
1	11-11=0	10-10=0	13-12=1
2	0	-2	-1
3	3	3	3
4	-1	-2	-1
5	-2	1	-2

المصفوفة الممركزة

$$\Rightarrow X_c = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \\ 3 & 3 & 3 \\ -1 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

6- خطوات إجراء تقنية تحليل المركبات الأساسية

3-6 حساب التباينات والانحرافات المعيارية

✓ بالنسبة للبيانات الغير متجانسة في وحدات القياس يجب تحويلها الى بيانات معيارية

✓ نحسب أولا التباينات ثم الانحرافات المعيارية (لكل عمود)

$$V = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n}, s = \sqrt{v}$$

يمكن حساب التباين مباشرة من جدول البيانات الممركز بتربيع كل عنصر في العمود
وقسمته على n

جدول البيانات الممركزة

المتغيرات الأفراد	X ₁	X ₂	X ₂
1	0	0	1
2	0	-2	-1
3	3	3	3
4	-1	-2	-1
5	-2	1	-2
V	2.8	3.6	3.2
S	1.67	1.89	1.78

$$V_1 = \frac{(0)^2 + (0)^2 + (3)^2 + (-1)^2 + (-2)^2}{5} = 2.8$$

$$s_1 = \sqrt{V_1} = \sqrt{2.8} = 1.67$$

6- خطوات إجراء تقنية تحليل المركبات الأساسية

4-6 حساب مصفوفة التباين والتباين المشترك

- ✓ نحسب مصفوفة التباين والتباين المشترك V في حال كانت المتغيرات متجانسة
- ✓ يتم حساب التباين والتباين المشترك من الصيغة المصفوفية التالية:

$$V = \frac{1}{n} \cdot X_C^T \cdot X_C$$

حيث:

X_C^T هي منقول المصفوفة الممركزة

X_C هي المصفوفة الممركزة

حساب مصفوفة التباين والتباين المشترك

$$V = \frac{1}{n} \cdot X_C^T \cdot X_C = \frac{1}{5} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 & -1 & -2 \\ 0 & -2 & 3 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 3 & -1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \\ 3 & 3 & 3 \\ -1 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.8 & 1.8 & 2.8 \\ 1.8 & 3.6 & 2.2 \\ 2.8 & 2.2 & 3.2 \end{pmatrix}$$

6- خطوات إجراء تقنية تحليل المركبات الأساسية

ملاحظات:

✓ مصفوفة التباين والتباين المشترك V هي مصفوفة متناظرة ومن الدرجة $p \times p$

✓ أن القطر الرئيسي للمصفوفة V هي تباينات المتغيرات

✓ المصفوفة V ، مصفوفة متماثلة (تساوي منقولها) $V = V^T$

✓ عند استخدام المصفوفة V ، يحسب التباين الكلي (Inertie Total) من العلاقة:

$$I_T = Trace(V) = \sum Var$$

في حال كانت المتغيرات غير متجانسة نحسب مصفوفة الارتباط R ✓

يتم أولاً حساب المصفوفة المعيارية (المركزة المختزلة): وذلك بقسمة جميع عناصر المصفوفة
المركزة على الانحراف المعياري المقابل لها ✓

جدول البيانات الممركزة

المتغيرات الأفراد	X ₁	X ₂	X ₂
1	0	0	1
2	0	-2	-1
3	3	3	3
4	-1	-2	-1
5	-2	1	-2
v	2.8	3.6	3.2
s	1.67	1.89	1.78

جدول البيانات المعيارية

المتغيرات الأفراد	X ₁	X ₂	X ₂
1	0	0	0.56
2	0	-1.05	-0.56
3	1.79	1.58	1.68
4	-0.6	-1.05	-0.56
5	-1.2	0.53	-1.12

$$X_{CR} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0,56 \\ 0 & -1,05 & -0,56 \\ 1,79 & 1,58 & 1,68 \\ -0,6 & -1,05 & -0,56 \\ -1,2 & 0,53 & -1,12 \end{pmatrix}$$

المصفوفة
المعيارية

6- خطوات إجراء تقنية تحليل المركبات الأساسية

4-6 حساب مصفوفة التباين والتباين المشترك أو حساب مصفوفة الارتباط

2-4-6 حساب مصفوفة الارتباط:

✓ نحسب مصفوفة الارتباط R في حال كانت المتغيرات غير متجانسة

✓ يتم حساب مصفوفة الارتباط من الصيغة المصفوفية التالية:

$$R = \frac{1}{n} \cdot X_{CR}^T \cdot X_{CR}$$

حيث:

X_{CR}^T هي منقول المصفوفة المعيارية

X_{CR} هي المصفوفة المعيارية

حساب مصفوفة الارتباط:

$$R = \frac{1}{n} \cdot X_{CR}^T \cdot X_{CR} = \frac{1}{5} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1.79 & -0.6 & -1.2 \\ 0 & -1.05 & 1.58 & -1.05 & 0.53 \\ 0.56 & -0.56 & 1.68 & -0.56 & -1.12 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.56 \\ 0 & -1.05 & -0.56 \\ 1.79 & 1.58 & 1.68 \\ -0.6 & -1.05 & -0.56 \\ -1.2 & 0.53 & -1.12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0.57 & 0.94 \\ 0.57 & 1 & 0.65 \\ 0.94 & 0.65 & 1 \end{pmatrix}$$

6- خطوات إجراء تقنية تحليل المركبات الأساسية

ملاحظات:

- ✓ مصفوفة الارتباط R هي مصفوفة متناظرة ومن الدرجة $p \times p$
- ✓ أن كل أعداد القطر الرئيسي للمصفوفة R هي الواحد الصحيح (1)
- ✓ المصفوفة R ، مصفوفة متماثلة (تساوي منقولها) $R = R^T$
- ✓ عند استخدام المصفوفة R ، يحسب التباين الكلي (Inertie Total) من العلاقة:

$$I_T = Trace(R) = p$$

6- خطوات إجراء تقنية تحليل المركبات الأساسية

5-6 حساب القيم والأشعة الذاتية لمصفوفة التباين والتباين المشترك

1-5-6 حساب القيم الذاتية لمصفوفة التباين:

$$V = \begin{pmatrix} 2.8 & 1.8 & 2.8 \\ 1.8 & 3.6 & 2.2 \\ 2.8 & 2.2 & 3.2 \end{pmatrix}$$

لدينا مصفوفة التباين والتباين المشترك V هي:

نقوم بحساب القيم الذاتية انطلاقاً من العلاقة:

$$\det(V - \lambda I) = 0$$

$$\det(V - \lambda I) = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} \begin{pmatrix} 2.8 & 1.8 & 2.8 \\ 1.8 & 3.6 & 2.2 \\ 2.8 & 2.2 & 3.2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} \\ \begin{vmatrix} 2.8 - \lambda & 1.8 & 2.8 \\ 1.8 & 3.6 - \lambda & 2.2 \\ 2.8 & 2.2 & 3.2 - \lambda \end{vmatrix} \end{vmatrix} = 0$$

$$-\lambda^3 + 9.6\lambda^2 - 14.64\lambda + 2.28 = 0$$

ومنه توجد ثلاث قيم ذاتية هي (بالترتيب):

$$\lambda_1 = 7.74 \quad \lambda_2 = 1.68 \quad \lambda_3 = 0.18$$

2-5-6 حساب الأشعة الذاتية:

نقوم بحساب الأشعة الذاتية المرافقة للقيم الذاتية انطلاقاً من العلاقة: $(V - \lambda I)u = 0$

$$(V - \lambda I)u = 0 \Rightarrow \left(\begin{pmatrix} 2.8 & 1.8 & 2.8 \\ 1.8 & 3.6 & 2.2 \\ 2.8 & 2.2 & 3.2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2.8 - \lambda & 1.8 & 2.8 \\ 1.8 & 3.6 - \lambda & 2.2 \\ 2.8 & 2.2 & 3.2 - \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$u_1 = \begin{pmatrix} 0.9x_3 \\ 0.92x_3 \\ x_3 \end{pmatrix} = x_3 \begin{pmatrix} 0.9 \\ 0.92 \\ 1 \end{pmatrix}$$

الشعاع الذاتي الأول المرافق هو $\lambda_1 = 7.74$ μ

• تحويل الشعاع الذاتي إلى شعاع معياري:

✓ الشعاع الذاتي المعياري: هو شعاع ذاتي تم توحيدده ليكون طولته (أو معياره) يساوي 1،

✓ لجعل الشعاع معياري يكفي أن نقسم كل قيمه على طويلته (طولته)

✓ يتم حساب طويته شعاع باستخدام القاعدة: $\|\vec{u}\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}$

$$u_1 = x_3 \begin{pmatrix} 0.9 \\ 0.92 \\ 1 \end{pmatrix}$$

لنحسب طويته الشعاع الذاتي الأول

$$\|\vec{u}_1\| = \sqrt{(0.9)^2 + (0.92)^2 + (1)^2} = \sqrt{2.66} = 1.63$$

$$\vec{u}_1 = \frac{1}{1.63} \begin{pmatrix} 0.9 \\ 0.92 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{u}_1 = \begin{pmatrix} 0.55 \\ 0.56 \\ 0.61 \end{pmatrix}$$

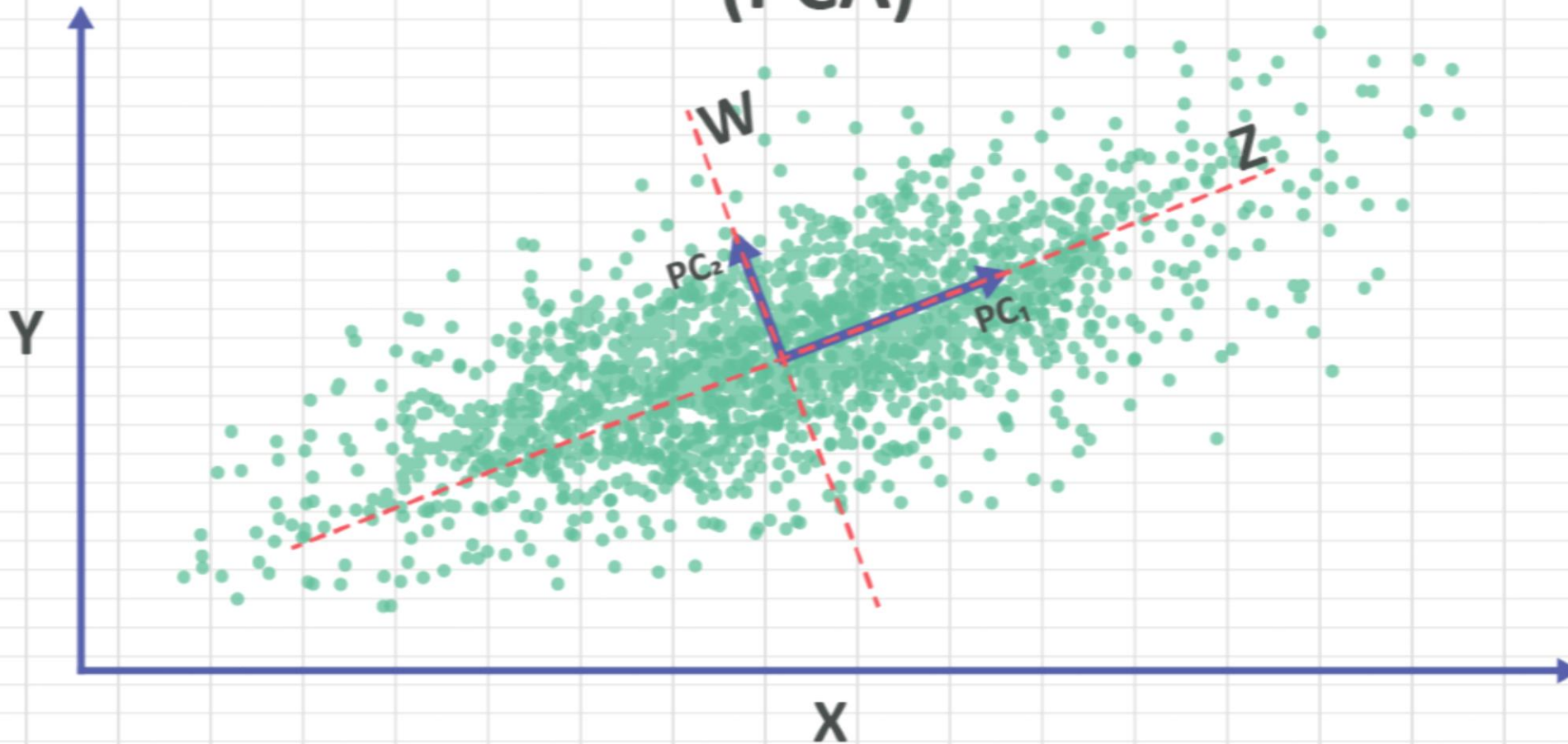
ومنه الشعاع الذاتي المعياري الأول

وبنفس الطريقة نتحصل على بقية الأشعة الذاتية المعيارية:

$$\vec{u}_2 = \begin{pmatrix} -0.46 \\ 0.82 \\ -0.34 \end{pmatrix}$$

$$\vec{u}_3 = \begin{pmatrix} -0.69 \\ -0.09 \\ 0.71 \end{pmatrix}$$

Principal Component Analysis (PCA)



توضيح للمفاهيم: بعد ترتيب القيم الذاتية من الأكبر إلى الأصغر

✓ الشعاع الذاتي الأول، يشكل لنا المحور العاملي الأول F_1 ، وهي تمثل (أو تسمى) المركبة الرئيسية الأولى

✓ القيمة الذاتية الأولى λ_1 تمثل المساهمة المطلقة للمحور الأول في التباين الكلي

✓ الشعاع الذاتي الثاني، يشكل لنا المحور العاملي الثاني F_2 (المستقيم Δ_2) ، وهي تمثل المركبة الرئيسية الثانية. ويكون عمودي على المحور العاملي الأول

✓ القيمة الذاتية الثانية λ_2 تمثل المساهمة المطلقة للمحور الثاني في التباين الكلي

توضيح للمفاهيم:

✓ المحورين العاملين الأول والثاني يشكلان مع المستوى العملي الأول

✓ حيث يكون الشعاع الذاتي الأول متعامد مع الشعاع الذاتي الثاني، أي $\vec{u}_1 \perp \vec{u}_2$

✓ القيمة الذاتية الأولى والثانية معاً تمثلان المساهمة المطلقة للمستوى العملي الأول في التباين الكلي (Inertie)

7-6 تشكيل جدول القيم الذاتية والمساهمة النسبية للمحاور:

المحاور العاملية	القيم الذاتية (λ_i)	النسبة المئوية (%)	النسبة المئوية الصاعدة (%) (التراكمية)
F1	7,74	$\frac{\lambda_1}{\sum_{i=1}^3 \lambda_i} * 100 = 80,6$	$\frac{\lambda_1}{\sum_{i=1}^3 \lambda_i} * 100 = 80,6$
F2	1,68	$\frac{\lambda_2}{\sum_{i=1}^3 \lambda_i} * 100 = 17,5$	$\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\sum_{i=1}^3 \lambda_i} * 100 = 98,1$
F3	0,18	$\frac{\lambda_3}{\sum_{i=1}^3 \lambda_i} * 100 = 1,9$	$\frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}{\sum_{i=1}^3 \lambda_i} * 100 = 100$
I _r	$\sum_{i=1}^3 \lambda_i = 9,6$	100	

8-6 تحديد عدد المحاور التي سنأخذ في التحليل:

يوجد العديد من المعايير المستخدمة في تحديد عدد المحاور التي تؤخذ في التحليل، من بينها:

✓ معيار كايزر Kaiser: اختيار العوامل التي تكون القيمة الذاتية لها أكبر من 1

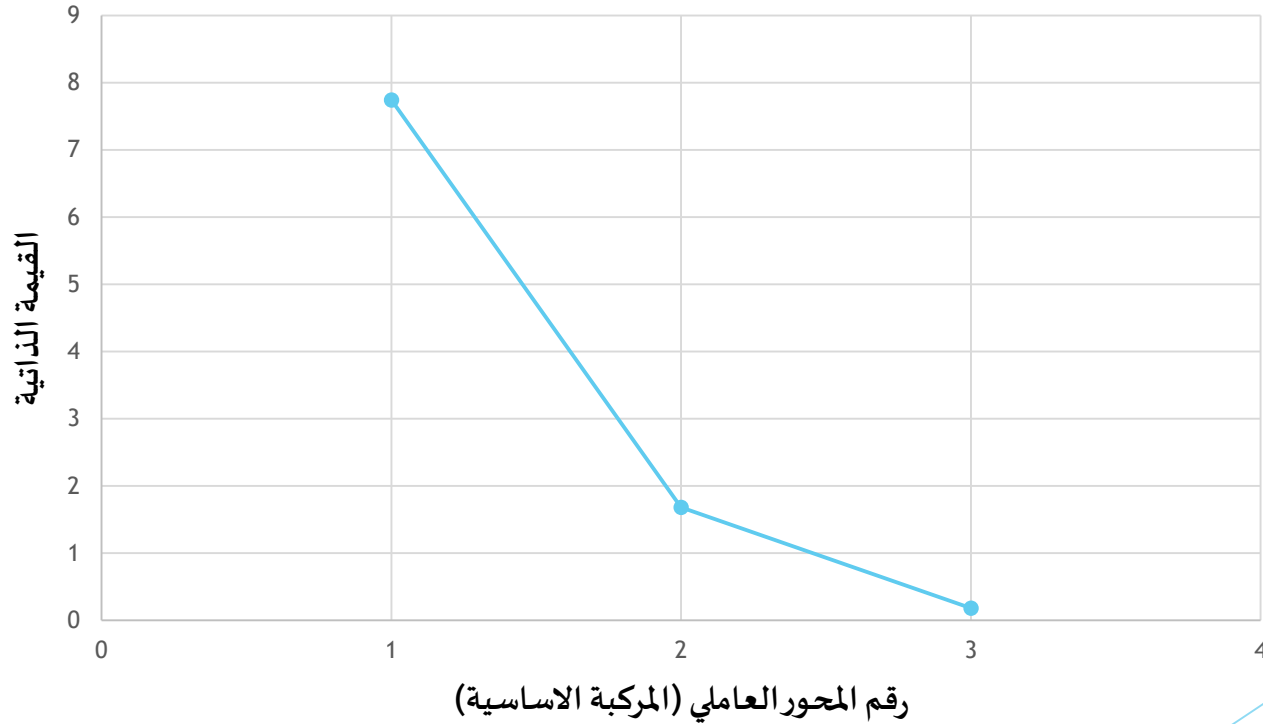
✓ معيار نسبة التباين المُفسَّر: يركز على نسبة التباين التراكمي الذي تفسره العوامل التي يتم ترتيبها بالتتابع. في هذا المعيار نقوم باختيار عدد العوامل التي تفسر معاً نسبة تباين تصل إلى 70% أو 80% فأكثر.

✓ معيار نسبة تباين المحور العاملي الأخير: يركز على نسبة التباين الذي يفسره المحور العاملي فإذا كان أكبر من 5% فلا بد من اختياره. وإن كان أقل نتوقف ولا نختاره.

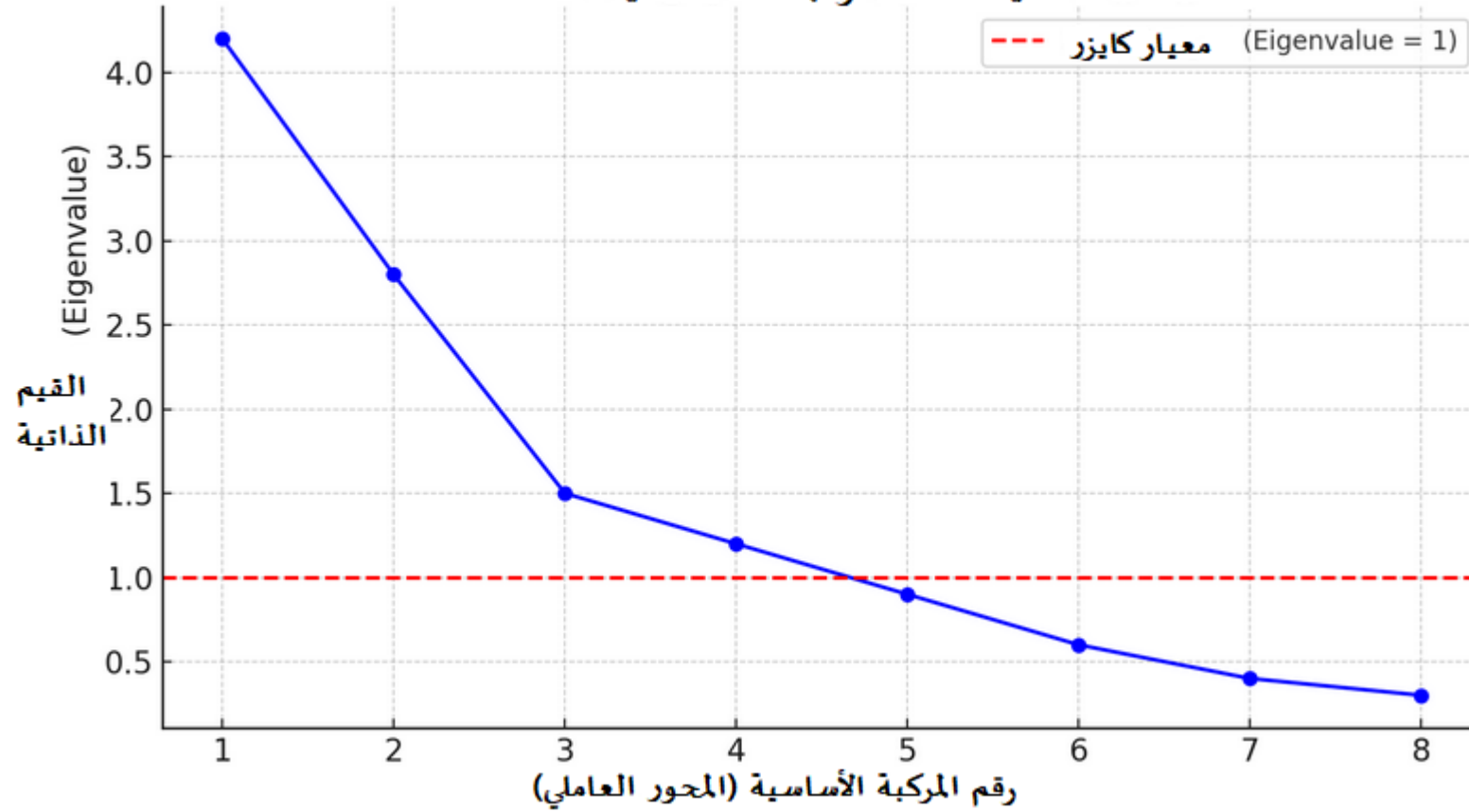


معيار التمثيل البياني للقيم الذاتية (Scree Plot test): نرسم تمثيل بياني بالنقاط (أو بالأعمدة) للقيم الذاتية، نربط بين النقاط (أو رؤوس الأعمدة) بخطوط مستقيمة، وأين تشكل لنا انعطاف (الانكسار) نتوقف عند تلك القيمة الذاتية (تؤخذ في الحسبان النقطة التي يبدأ منها الانحراف)

التمثيل البياني للقيم الذاتية



لتحديد عدد المركبات الأساسية



9-6 حساب مركبات (إحداثيات) الأفراد على المحاور الأساسية :

✓ بعد تحديد عدد المحاور العاملة يجب حساب المركبات (الإحداثيات) الرئيسية للأفراد على المحاور العاملة الجديدة

✓ وهي تمثل اسقاطات نقاط الأفراد على المحاور العاملة الجديدة

✓ إذا كان تحليل المركبات الأساسية غير معياري (أي بالاعتماد على المصفوفة V)

تحسب المركبات بالعلاقة التالية:

$$F_i = X_c \vec{u}_i$$

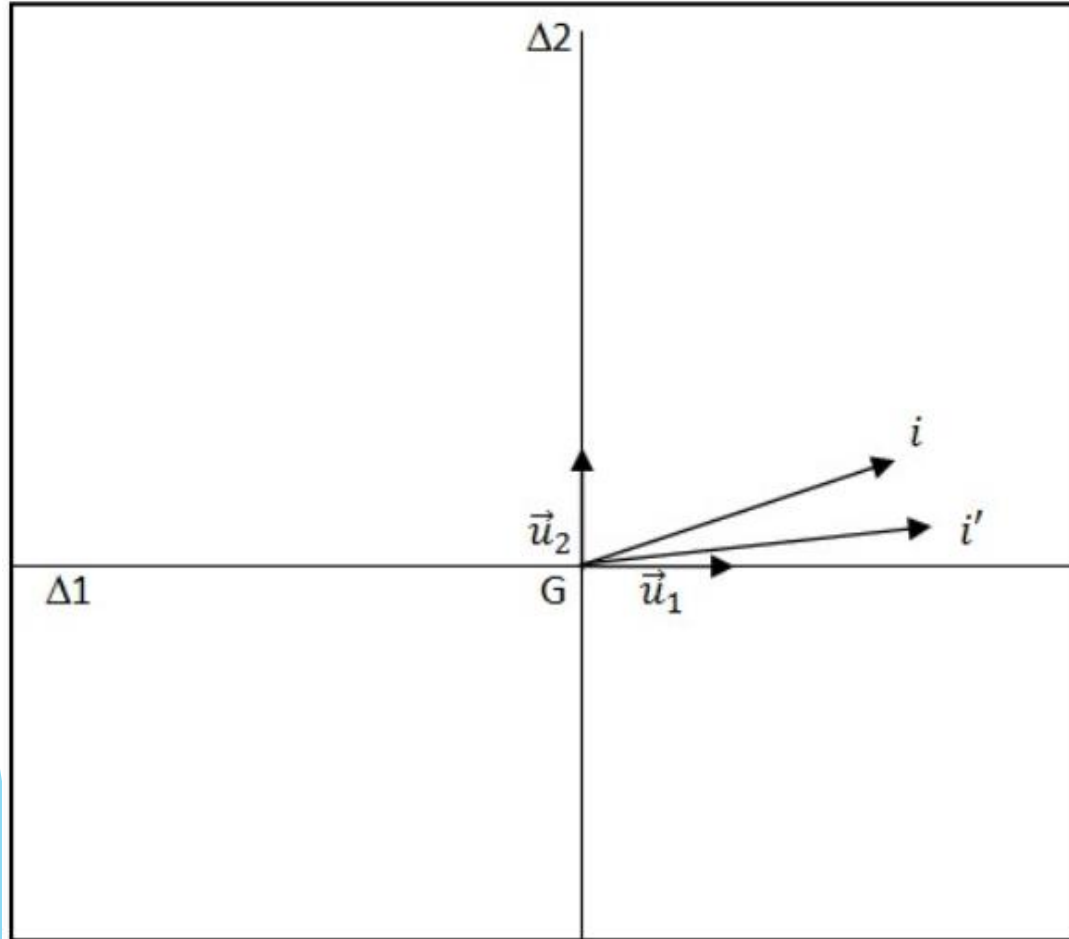
$$F_1 = X_c \vec{u}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \\ 3 & 3 & 3 \\ -1 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.55 \\ 0.56 \\ 0.61 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.61 \\ -1.73 \\ 5.16 \\ -2.28 \\ -1.76 \end{pmatrix}$$

$$F_1 = X_c \vec{u}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \\ 3 & 3 & 3 \\ -1 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0.46 \\ 0.82 \\ -0.34 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.34 \\ -1.3 \\ 0.06 \\ -0.84 \\ 2.42 \end{pmatrix}$$

10-6 التمثيل البياني للأفراد على المحاور الرئيسية :

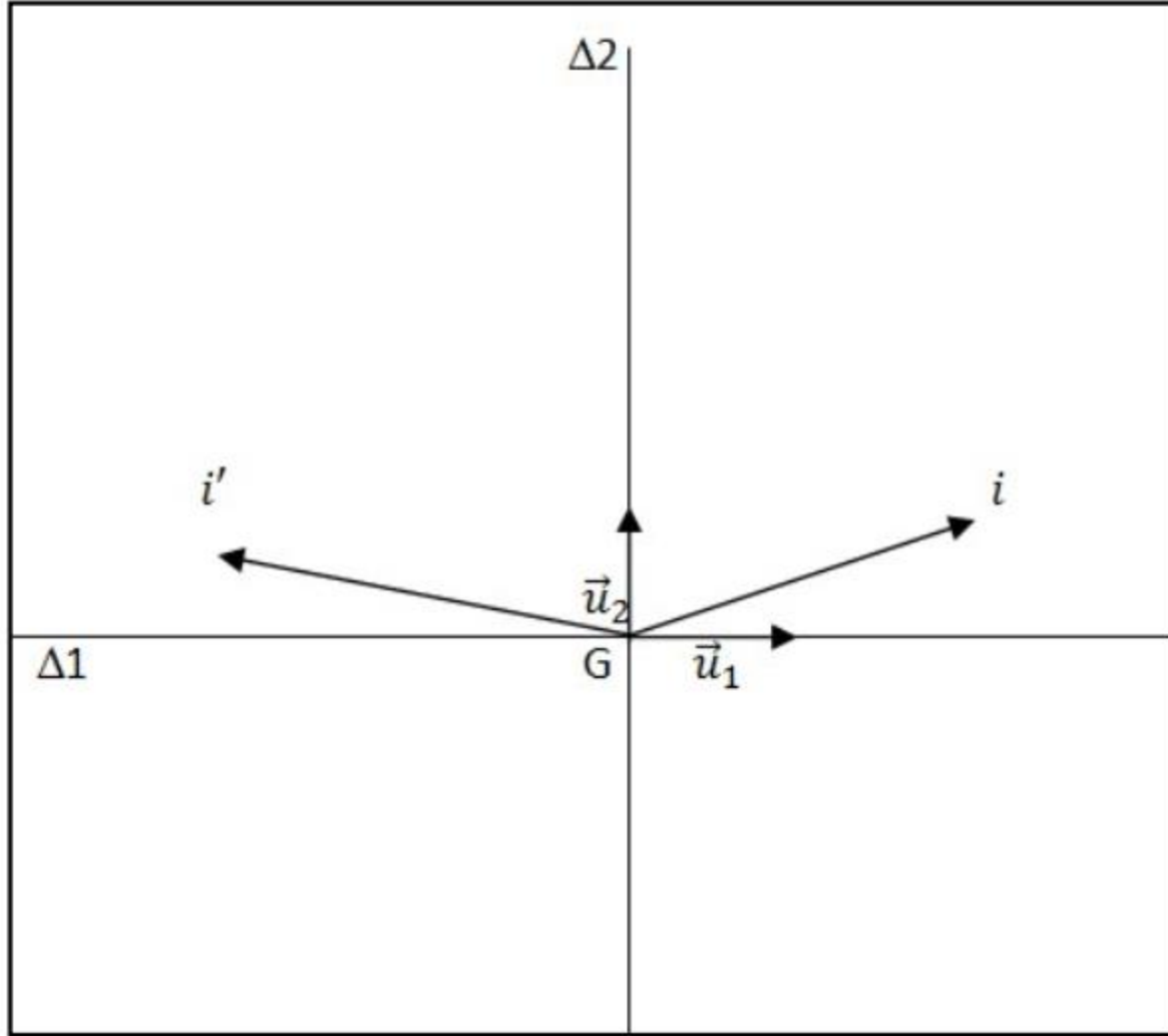
يبين لنا التمثيل البياني للأفراد على المحاور الرئيسية ما يلي:

✓ المسافات بين الأفراد تدل على التشابه (أو الاختلاف)



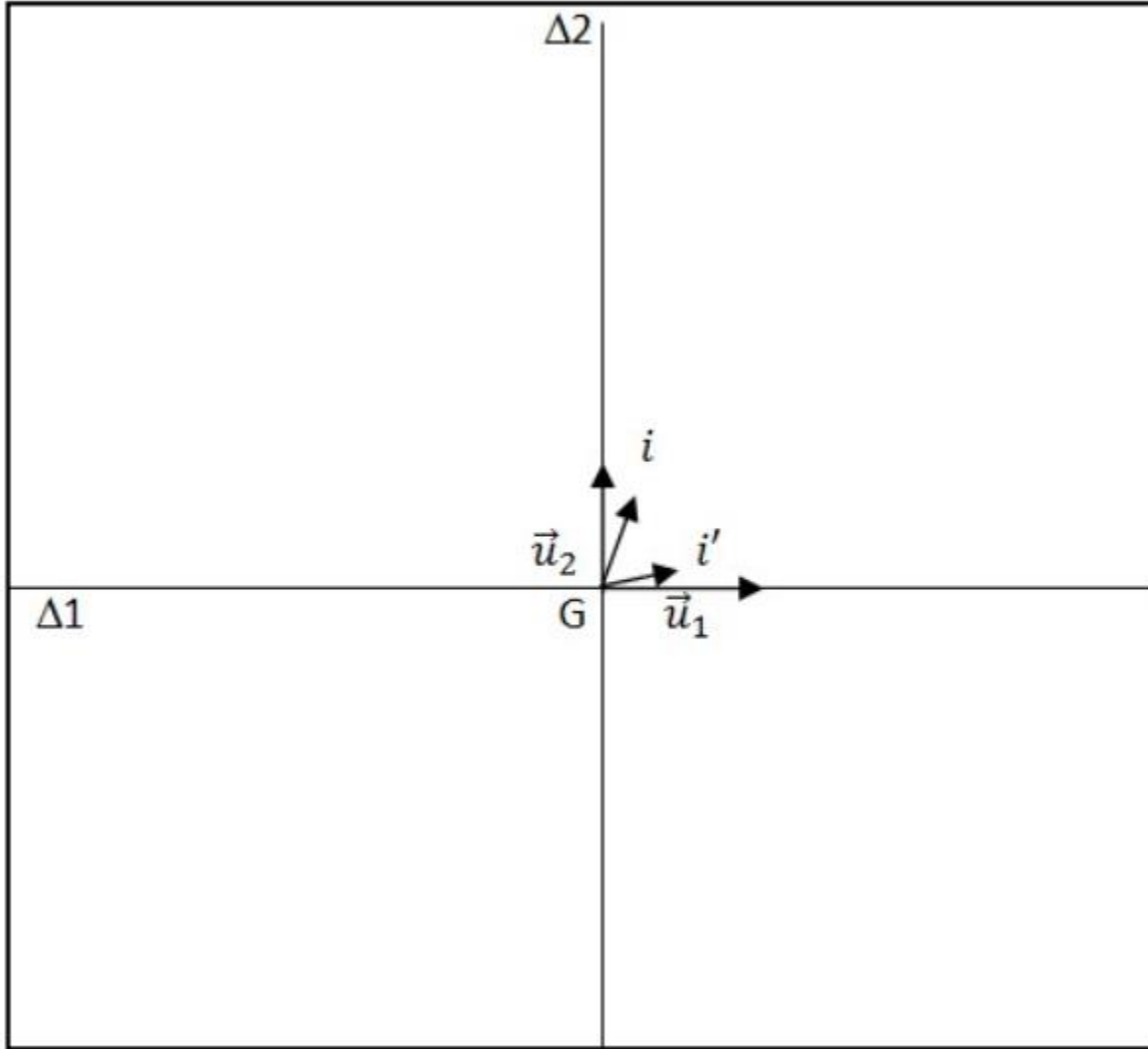
✓ إذا كان الفرد i قريب
من الفرد i' فهذا يدل
على أن هذان الفردان
متشابهان، أي يأخذان
قيما متقاربة على كل
المتغيرات بشكل عام.

10-6 التمثيل البياني للأفراد على المحاور الرئيسية :



✓ إذا كانت نقطة الفرد i
بعيدة عن نقطة الفرد
 i' فهذا يدل على أن
هذان الفردان
مختلفان، أي يأخذان
قيما متباعدة على كل
المتغيرات بشكل عام.

10-6 التمثيل البياني للأفراد على المحاور الرئيسية :



✓ الأفراد القريبة من
المبدأ (G) هي الأفراد
التي قيمها عند جميع
المتغيرات قريبة من
المتوسط بشكل عام.