الجمهـورية الجزائـرية الديمقـراطية الشعبيــة

République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليـم العــالي و البحــث العلمــي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جـامعة محــمد خيضــر – بسكرة –

كـلية العلـوم الاقتصــادية و التجـارية و علــوم التسييـر

قســم علــوم التسييـر

المحاضرة السادسة:

نموذج التخصيص

السنـــــة الجامعيـــــــة: 2024 / 2025

أهداف المحاضرة:

ينتظر من الطالب بعد تناوله هذه المحاضرة ان يكن قادرا على :

- التعبير الرياضي لمسائل التخصيص.
- حل مسائل التخصيص لاتخاذ القرار الأمثل.
- التمييز وحل مختلف الحالات الخاصة لمسائل التخصيص

محتوى المحاضرة

- I .صياغة نموذج التخصيص.
- II. حل نموذج التخصيص.
- III. الحالات الخاصة في مسائل التخصيص.

يستخدم نموذج التخصيص في الحل الكثير من المسائل الإدارية والتي تعتمد على توزيع وظائف أو مهام على مجموعة من الآلات أو الأفراد بهدف إنجاز هذه المهام بأقل تكلفة ممكنة، فهي حالة خاصة من مشكلة النقل، وما يميزها عن مشكلة النقل هو أنه يجب تخصيص مركز عرض واحد لكل مركز طلب .

I صياغة نموذج التخصيص :

تتركز مشكلة التخصيص على تخصيص موارد معينة من مصادر عرض مختلفة إلى مراكز طلب مختلفة لكل منها طلب محدد ومعروف، قد يكون الهدف من ذلك هو تخفيض تكاليف التوزيع إلى أدنى حد ممكن (وهي الحالة الشائعة)، أو تعظيم الربح إلى أقصى ما يمكن.

يلخص الجدول الشكل العام لنموذج التخصيص:

مصب/ منبع	D_1	D_2	....	D_n	a_i
S_1	C_{11}	C_{12}	......	C_{1n}	1
S_2	C_{21}	C_{22}	.....	C_{2n}	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
S_m	C_{m1}	C_{m2}	....	C_{mn}	1
b_j	1	1	......	1	

كما نلاحظ أن الصيغة الجدولية لمسألة التخصيص عبارة عن مصفوفة عدد صفوفها M التي تمثل المنابع بحيث العرض المتوفر لكل منبع $i=1,2....m$ يساوي واحد أي $a_i=1,\ (i=1,2....m)$ ، و عدد أعمدتها N التي تمثل المصبات (مراكز الطلب) بحيث كل مركز طلب يساوي وحدة واحدة ، أي $b_j=1,(j=1,2....n)$، أما مربعاتها و التي تتشكل من خلال تقاطع المنابع مع المصبات فتمثل تكلفة تخصيص من المنبع i الى المصب j وعلى الكمية المنقولة من المنبع iالى المصب j . كما ان شرط التوازن في نماذج النقل يجب توفره ايضا في نموذج التخصيص حيث ينبغي ان يتبادل العرض المتوفر مع قبل المنابع مع مجموعة احتياجات مراكز الطلب .

وعلى اعتبار أن مسألة النقل من الحالات الخاصة لنموذج النقل ، فان نموذجها الخطي يأخذ الشكل التالي:

- **دالة الهدف:** $$MinZ / MaxZ = \sum_{i=1}^{m} \sum_{J=1}^{n} C_{ij}\, Xij$$
- **القيود:** تضم نوعين من القيود هما:

1. **قيود العرض:** كل الموارد يجب توزيعها، أي :

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = a_i = 1$$

2. **قيود الطلب**: كل الحاجيات يجب تلبيتها ، أي:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = b_i = 1$$

- **عدم سلبية المتغيرات**: بمعنى أن جميع المتغيرات يجب أن تكون أكبر أو تساوي الصفر . أي:

$$x_{ij} \geq 0$$

II: حل نموذج التخصيص:

من أشهر طرق التعيين هي الطريقة الهنغارية التي اكتشفها العالم الهنغاري *Konig* ، حيث تتلخص مراحلها للوصول الى الحل الأمثل فيما يلي:

- ✓ مرحلة وضع الاصفار
- ✓ مرحلة رقابة أمثلية الحل
- ✓ مرحلة تحسين الحل

وكل خطوة تتم وفق عمليات معينة ، سيتم توضيحها وفقا للمثال التالي :

مثال: لدينا اربعة آلات يراد توزيعها على اربعة ورشات حيث تظهر تكلفة تشغيل كل آلة على كل ورشة في الجدول التالي:

المطلوب: ايجاد التوزيع الامثل حتى تكون التكاليف في حدها الادنى

ورشات / آلات	I	II	III	IV
A	12	8	6	3
B	6	5	14	8
C	9	3	8	2
D	12	15	8	9

الحل :

1. **مرحلة وضع الاصفار**: وتضم :

- ✓ نحدد اقل قيمة من كل صف و نطرحه من باقي من باقي قيم ذلك الصف لنتحصل على مصفوفة جديدة
- ✓ نحدد اقل قيمة من كل عمود و نطرحه من باقي من باقي قيم ذلك العمود لنتحصل على مصفوفة جديدة

$$\begin{pmatrix} 12 & 8 & 6 & 3 \\ 6 & 5 & 14 & 8 \\ 9 & 3 & 8 & 2 \\ 12 & 15 & 8 & 9 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 9 & 5 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 9 & 3 \\ 7 & 1 & 6 & 0 \\ 4 & 7 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 8 & 5 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 3 \\ 6 & 1 & 6 & 0 \\ 3 & 7 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. مرحلة رقابة أمثلية الحل :

- ✓ نربط الاصفار بأقل عدد ممكن من الخطوط الافقية و العمودية ، فاذا كانت عدد المستقيمات المغطية للاصفار مساويا لعدد الصفوف او الاعمدة, فالحل امثل و تتم عملية التوزيع كما يلي:

–نختار السطر او العمود الذي يوجد به اقل عدد ممكن من الاصفار

– انطلاقا من السطر او العمود المختار نضع الصفر داخل مربع ☐ ثم نشطب الاصفار الواقعة في ذلك السطر او العمود

– تكرر العملية حتى تنتهي كل الأصفار الموجودة في المصفوفة بحيث يتم تخصيص في كل سطر و كل عمود صفرا واحدا يمثل التعيين الامثل

–التأكد من ان : مجموع التخفيضات(السطر+ العمود+ عملية التحسين) = مجموع التكاليف

$$\begin{pmatrix} 8 & 5 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 3 \\ 6 & 1 & 6 & 0 \\ 3 & 7 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

نلاحظ ان عدد الخطوط لا يساوي عدد الاسطر(الاعمدة) ، فبالتالي **الحل غير امثل** يجب تحسينه ، أي الى الخطوة الموالية :

3. مرحلة تحسين الحل:

تكون مرحلة التحسين اذا كانت عدد المستقيمات المغطية للاصفار غير مساوي لعدد الصفوف او الاعمدة، وتتم كما يلي:

- ✓ نختار اقل قيمة من القيم غير المغطاة ، و يتم طرحها من باقي القيم غي المغطاه و اضافتها الى نقاط تقاطع الخطوط أو المستقيمات ، كما هو مبين في مصفوفة المثال:

$$\begin{pmatrix} 7 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 4 \\ 5 & 0 & 5 & 0 \\ 3 & 7 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$ **أقل قيمة هي الواحد** :

- ✓ نعيد خطوة رقابة أمثلية الحل حتى نصل للحل الامثل :

$$\begin{pmatrix} 7 & 4 & 2 & \boxed{0} \\ \boxed{0} & 0 & 9 & 4 \\ 5 & \boxed{0} & 5 & 0 \\ 3 & 7 & \boxed{0} & 2 \end{pmatrix}$$

كما نلاحظ، ان عدد الخطوط مساوي لعدد الاسطر (او الاعمدة) ، فبالتالي الحل امثل ، و يتم اختيار التعيين الامثل كما يلي:

- ننطلق من السطر الرابع (او السطر الاول، أو العمود الاول او الثالث) لانه به صفر واحد و نضعه داخل مربع ، **أي الالة D تخصص في الورشة III بتكلفة قدرها 8و,ن**
- ثم ننطلق من العمود الاول و نضع الصفر داخل مربع، **اي الالة B تخصص في الورشة I بتكلفة قدرها 6و,ن**
- ثم ننطلق من السطر الاول و نضع الصفر داخل مربع ، أي **الالة A تخصص في الورشة IV بتكلفة قدرها 3و,ن** كما يتم تشطيب الاصفار الواقع على عمود هذا الصفر .
- واخيرا ننطلق من السطر الثالث و نضع الصفر داخل مربع ، **أي الالة C تخصص في الورشة II بتكلفة قدرها 3و,ن**

*تتحقق من الشرط : مجموع التخفيضات = مجموع التكاليف للتعيينات المثلى

$$20= 3+3+6+8 = 1+1+8+2+5+3$$

III. الحالات الخاصة في مسائل التخصيص:

هناك مجموعة من الحالات الخاصة التي تختلف في طبيعتها عن المشكلة التي تم التعامل معها ،من اهمها في مجال التعيين:

1. حالة عدم التوازن:

في حالة عدم التساوي بين عدد الاسطر و عدد الاعمدة ، فانه يتم اضافة اعمدة وهمية بتكاليف صفرية اذا كان عدد الاعمدة اقل من عدد الاسطر أو اضافة اسطر وهمية بتكاليف صفرية اذا كان عدد الاسطر اقل من عدد الاعمدة . ثم ايجاد الحل الامثل بتطبيق الخطوات السابقة.

2. حالة التعظيم :

إن مسائل تعظيم الأرباح يمكن حلها باستخدام الطريقة الهنجارية وذلك بتحويل المصفوفة الأولية للأرباح إلى مصفوفة أولية للتكاليف ، وذلك باختيار أكبر قيمة في المصفوفة و طرحها من بقية عناصر الاخرى ، ثم حلها باتباع الخطوات الموضحة في مسألة التخفيض لنتحصل على التوزيع الامثل مع حساب قيمة الارباح من المصفوفة الاصلية و التأكد من الشرط التالي:

مجموع التخفيضات(السطر+ العمود+ عملية التحسين) + مجموع (قيمة التعيين الامثل من مصفوفة التعظيم – قيمة التعيين الامثل من مصفوفة التكاليف) = مجموع الارباح

مثال : اوجد التوزيع الامثل لثلاث الات على ثلاث ورشات حيث تظهر الطاقة الانتاجية لكل الة من الورشات كما يلي:

الحل:

مصفوفة الارباح **مصفوفة التكاليف**

$$\begin{pmatrix} 10 & 20 & 30 \\ 5 & 7 & 12 \\ 14 & 16 & 18 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 20 & 10 & 0 \\ 25 & 23 & 18 \\ 16 & 14 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 20 & 10 & 0 \\ 7 & 5 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 16 & 8 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 13 & 5 & \boxed{0} \\ 0 & \boxed{0} & 0 \\ \boxed{0} & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

حل غير امثل **حل أمثل**

وبالتالي يتم تعيين : الآلة الاولى في الورشة 3 بإنتاجية قدرها30، و الآلة الثانية في الورشة 2 بطاقة انتاجية قدرها7، و الآلة الثالثة في الورشة 1 بطاقة قدرها 14 ، مع تحقق الشرط:

$$51=14+7+30=(16-14)+(23-7)+(0-30)+(3+2+4+12+18)$$

ملاحظة : اذا كانت مصفوفة الارباح غير مربعة فيجب تعديلها بإضافة أعمدة أو اسطر وهمية ذات ارباح معدومة قبل تحويلها الى مصفوفة تكاليف

3.حالة تعدد الحلول المثلى:

تحصل هذه الحالة عندما يكون بالامكان تأشير أكثر من قيمة صفرية في نفس الوقت في مصفوفة الحل الامثل، فتكون بذلك لدى متخذ القرار اكثر من خطة تخصيص بنفس قيمة دالة الهدف.