



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

**République Algérienne Démocratique et Populaire**

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**

جامعة محمد خيضر - بسكرة -

كلية العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير

قسم علوم التسيير

**المحاضرة الثانية:**

**مراجعة للبرمجة الخطية**

السنة الجامعية: 2025 / 2026

2025 / 2026





### اهداف المحاضرة:

ينتظر من الطالب بعد تناوله هذه المحاضرة استذكار :

بنية البرمجة الخطية و صيغتها الرياضية

ايجاد الحل الأمثل في حالة التعظيم

ايجاد الحل الأمثل في حالة التخفيض



### محتوى المحاضرة

بنية البرمجة الخطية

حالات ايجاد الحل الامثل بطريقة السمبلاكس

## I بنية البرمجة الخطية:

تعتبر البرمجة الخطية من بين الأدوات الرياضية المهمة في مجال اتخاذ القرارات التسييرية التي تبحث عن إيجاد حلول للمشاكل المتعلقة بتخصيص الموارد المتاحة و الامكانيات المحدودة على استخدامات مختلفة من أجل الحصول على أفضل النتائج، وهذا يتم من خلال نمذجة المشكلة و جعلها في شكل برنامج رياضي يعكس مختلف القيود التي من قدرات المؤسسة بهدف الوصول الى تحقيق الهدف بنوعيه التعظيم و التخفيض.

بمعنى آخر أن نموذج البرمجة الخطية يتكون من :

متغيرات القرار: تعبر عن المجاهيل المراد تحديد قيمها ، حيث يرمز لها بالرمز  $X_j$ .

دالة الهدف: هي دالة خطية على ضوئها يتم اختيار الحل الأمثل ، حيث يرمز لها بالرمز  $Z$  الذي يأخذ أحد الشكلين:  $MaxZ$  في حالة التعظيم و  $MinZ$  في حالة التخفيض. وتأخذ الصيغة التالية:

$$Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_n X_n$$

القيود: هي مجموعة من المحددات التي لا يستطيع متخذ القرار التحكم فيها و لكنه يحاول الوصول الى أفضل قرار في ظلها ، حيث يتم تجسيدها في شكل متباينات و معادلات رياضية. يعبر عنها رياضيا:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i$$

قيد عدم السلبية: يشترط البرنامج الخطي أن تكون المتغيرات غير سالبة أي موجبة أو معدومة. أي :

$$x_j \geq 0$$

## II إيجاد الحل بطريقة السمبلاكس:

تتلخص خطواتها الأساسية في:

الخطوة الأولى: تحويل النموذج الخطي الى نموذج معياري:

تحويل جميع المتراجحات الى معادلات بإضافة متغيرات جديدة الى الطرف الأيسر للمتراجحات، وذلك اما متغيرات الفجوة ( $e$ ) اذا كانت المتراجحة  $\leq$  ، بحيث تكون قيمتها في دالة الهدف معدومة ، واما بطرح متغيرات فجوة مع اضافة متغيرات جديدة تدعى بالمتغيرات الاصطناعية ( $A$ ) اذا كانت المتراجحة  $\geq$  ، مع وجوب اظهارها في دالة الهدف بمعامل  $M$  يعمل عكس الدالة

الخطوة الثانية: إيجاد الحل الأولي الممكن.

تنظيم بيانات النموذج المعياري في جدول الحل الاولي، مع مراعاة أن تكون متغيرات الفجوة كمتغيرات أساسية اذا كانت المتراجحة  $\leq$  ، و متغيرات اصطناعية اذا كانت المتراجحة  $\geq$  أو =

الخطوة الثالثة: اختبار أمثلية الحل

. يتحقق شرط الأمثلية في مسائل التعظيم Max عندما تكون جميع قيم سطر التقييم موجبة أو معدومة (أي  $\Delta \geq 0$ ). وفي مسائل التخفيض مشروط بأن تكون جميع قيم سطر التقييم سالبة أو معدومة

### ■ الخطوة الرابعة: تحسين الحل الى غاية بلوغ الحل الأمثل

للقيام بهذه الخطوة ، يتطلب الأمر تحديد ثلاثة عناصر و المتمثلة في:

✓ المتغيرة الداخلة (variable entrante): هي تلك المتغيرة خارج الأساس التي تتحول إلى متغيرة أساس موجبة يتم اختيارها في حالة التعظيم عن طريق اختيار أقل قيمة سالبة من قيم سطر التقييم ( أكبر قيمة بالقيمة المطلقة) . اما في مسائل التخفيض فتقابل أكبر قيمة موجبة في سطر التقييم.

✓ المتغيرة الخارجة (variable sortante) : هي متغيرة أساس موجبة و التي تتحول إلى متغيرة خارج الأساس يتم تحديدها من خلال قسمة عناصر عمود الثوابت ( $b_i$ ) على عناصر عمود المتغيرة الداخلة ( $a_{ijk}$ ) و اختيار أصغر حاصل قسمة موجب

✓ نقطة المحور (pivot): هي نقطة تقاطع عمود المتغيرة الداخلة مع سطر المتغيرة الخارجة

وبناء على تحديد العناصر الثلاثة السابقة يمكن تشكيل جدول سمبلاكس جديد كما يلي:

✓ قسمة عناصر سطر المحور على نقطة المحور فنحصل على سطر المتغيرة الداخلة:

✓ جعل كل عناصر عمود المحور أصفارا ما عدى نقطة المحور.

✓ حساب بقية عناصر المصفوفة و كذلك الثوابت ( $b_i$ ) بالعلاقة التالية:

القيمة الجديدة للعنصر = القيمة القديمة للعنصر - [ ( عنصر سطر المحور × عنصر عمود المحور) ÷ نقطة المحور ]

👉 مثال 1: اوجد الحل الأمثل للبرنامج الخطي التالي:

كان البرنامج الخطي هو:

$$\begin{aligned} \text{Max} Z &= 20 x_1 + 30 x_2 \\ \begin{cases} 2 x_1 + x_2 \leq 1000 \\ 3 x_1 + 6 x_2 \leq 2400 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

الحل:

النموذج المعياري:

$$\begin{aligned} \text{Max} Z &= 20 x_1 + 30 x_2 + 0 e_1 + 0 e_2 \\ \begin{cases} 2 x_1 + x_2 + e_1 = 1000 \\ 3 x_1 + 6 x_2 + e_2 = 2400 \\ x_1, x_2, e_1, e_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

جدول الحل رقم 1

			20	30	0	0
$c_k$	V	$b_i$	$x_1$	$x_2$	$e_1$	$e_2$
0	$e_1$	1000	2	1	1	0
0	$e_2$	2400	3	6	0	1
Z = 0			-20	-30	0	0

جدول الحل رقم 2:

			20	30	0	0
$c_k$	V	$b_i$	$x_1$	$x_2$	$e_1$	$e_2$
0	$e_1$	600	3/2	0	1	-1/6
30	$x_2$	400	1/2	1	0	1/6
Z = 12000			-5	0	0	5

جدول الحل رقم 3:

			20	30	0	0
$c_k$	V	$b_i$	$x_1$	$x_2$	$e_1$	$e_2$
0	$x_1$	400	1	0	2/3	-1/9
30	$x_2$	200	0	1	-1/3	2/9
Z = 14000			0	0	10/3	40/9

نلاحظ أن جميع عناصر سطر التقييم أكبر أو تساوي الصفر ، ما يعني أنه لا توجد امكانية لتحسين الحل ، لذلك فان هذا الجدول هو جدول الحل الأمثل حيث تكون النتائج المحصل عليها كما يلي:  
 $x_1 = 400$  ,  $x_2 = 200$  ,  $e_1 = 0$  ,  $e_2 = 0$  ,  $Z = 140000$

مثال 2: اوجد الحل الامثل للبرنامج الخطي التالي:

$$\begin{cases} \text{Min} Z = 3000x_1 + 1000 x_2 \\ 60 x_1 + 40x_2 \geq 2000 \\ x_2 \geq 3 \\ x_1 , x_2 \geq 0 \end{cases}$$

الحل:

النموذج المعياري:

$$\begin{cases} \text{Min} Z = 3000x_1 + 1000 x_2 + 0 e_1 + MA_1 + 0 e_2 + MA_2 \\ 60 x_1 + 40x_2 - e_1 + A_1 = 2000 \end{cases}$$

$$x_2 - e_2 + A_2 = 3$$

$$x_1, x_2, e_1, e_2, A_1, A_2 \geq 0$$

جدول الحل رقم 1:

			3000	1000	0	M	0	M
$c_k$	V	$b_i$	$x_1$	$x_2$	$e_1$	$A_1$	$e_2$	$A_2$
M	$A_1$	100	3	2	-1	1	0	0
M	$A_2$	3	0	1	0	0	-1	1
$Z = 103M$			$3M - 3000$	$3M - 1000$	-M	0	-M	0

جدول الحل رقم 2:

			3000	1000	0	M	0	M
$c_k$	V	$b_i$	$x_1$	$x_2$	$e_1$	$A_1$	$e_2$	$A_2$
M	$A_1$	94	3	0	-1	1	2	0
1000	$X_2$	3	0	1	0	0	-1	1
$Z = 94M + 3000$			$3M - 3000$	0	-M	0	$2M - 1000$	0

جدول الحل رقم 3:

			3000	1000	0	M	0	M
$c_k$	V	$b_i$	$x_1$	$x_2$	$e_1$	$A_1$	$e_2$	$A_2$
3000	$x_1$	$94/3$	1	0	$-1/3$	$1/3$	$2/3$	0
1000	$X_2$	3	0	1	0	0	-1	0
$Z = 97000$			0	0	-1000	$1000 - M$	1000	-M

جدول الحل رقم 4:

			3000	1000	0	M	0	M
$c_k$	V	$b_i$	$x_1$	$x_2$	$e_1$	$A_1$	$e_2$	$A_2$
0	$e_2$	47	$3/2$	0	$-1/2$	$1/2$	1	0
1000	$X_2$	50	$3/2$	1	$-1/2$	$1/2$	0	0
$Z = 50000$			-1500	0	-500	$500 - M$	0	-M