3- دالة الارتباط الذاتي الجزئي PAC

هي دالة الارتباط الذاتي الجزئي تقيس الارتباط بين السلسلة y ونفس السلسلة بتأخير قدره h بعد إزالة الترابط الناتج عن القيم التي بينهما، يرمز لها بالرمز r_{hh} أو Φ_{hh}

لما $h=0$ فإن $r_{hh} = r_0 = 1$ ونكتب دائما

لما $h=1$ فإن $r_{hh} = r_{11} = r_1$

في حالة h تختلف عن 0 و 1 فإن

$$r_{hh} = \frac{|P_h^*|}{|P_h|}$$

P_h هي مصفوفة مربعة ذات البعد h

$$|P_h^*| = \begin{vmatrix} 1 & \cdots & r_{h-2} & r_1 \\ \cdots & & & \\ r_{h-2} & & & \\ r_{h-1} & \cdots & r_1 & r_0 \end{vmatrix} \qquad |P_h| = \begin{vmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \cdots & r_{h-1} \\ r_1 & 1 & & & \\ r_2 & & 1 & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ r_{h-1} & & & & 1 \end{vmatrix}$$

$$r_{hh} = \frac{r_h - \sum_{i=1}^{h-1} r_{h-1,i} \times r_{h-i}}{1 - \sum r_{h-1,i} \times r_i}$$

$$r_{hi} = r_{h-1,i} - r_{hh} \cdot r_{h-1,h-1}$$

مثال: ليكن لدينا البيانات التالية

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_t	11	5	10	2	8	8	8	2	10	12

المطلوب: 1- أحسب معاملات الارتباط الذاتي عند الإزاحة $3 < 2 < 1$

2- أحسب معاملات الارتباط الذاتي الجزئية لنفس الإزاحات السابقة.

$$r_h = \frac{\sum_{t=h+1}^{n} (y_t - \bar{y})(y_{t-h} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^{n} (y_t - \bar{y})^2} \quad ; \quad r_{hh} = \frac{r_h - \sum_{i=1}^{h-1} r_{h-1,i} \times r_{h-i}}{1 - \sum_{i=1}^{h-1} r_{h-1,i} \cdot r_i}$$

$$r_{ht} = r_{h-1,t} - r_{hh}\, r_{h-1,h-1}$$

$h = 1 \;,\; r_{11} = r_1$

$\bar{y} = 7$

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
y_i	11	5	10	2	2	8	8	2	10	12	
① $y_i - \bar{y}$	4	-2	3	-5	-5	1	1	-5	3	5	
$(y_i - \bar{y})^2$	16	4	9	25	25	1	1	25	9	25	140
② $(y_{t-1} - \bar{y})$	—	4	-2	3	-5	-5	1	1	-5	3	
① × ②	—	-8	-6	-15	25	-5	1	-5	-15	15	-13
③ $(y_{t-2} - \bar{y})$	—	—	4	-2	3	-5	-5	1	1	-5	
① × ③	—	—	12	10	-15	-5	-5	-5	3	-15	-30
④ $(y_{t-3} - \bar{y})$	—	—	—	-4	2	3	-5	-5	1	1	
① × ④	—	—	—	-20	10	3	-5	25	3	5	21
⑤ $(y_{t-4} - \bar{y})$	—	—	—	—	4	-2	3	-5	-5	1	
① × ⑤	—	—	—	—	-20	-2	3	25	-15	5	-4

$$r_1 = \frac{\Sigma (y_t - \bar{y})(y_{t-1} - \bar{y})}{\Sigma (y_t - \bar{y})^2} = \frac{-13}{140} = -0,093$$

$$r_2 = \frac{\Sigma (y_t - \bar{y})(y_{t-2} - \bar{y})}{\Sigma (y_t - \bar{y})^2} = \frac{-30}{140} = -0,214$$

$$r_3 = \frac{\Sigma (y_t - \bar{y})(y_{t-3} - \bar{y})}{\Sigma (y_t - \bar{y})^2} = \frac{21}{140} = 0,15$$

$$r_4 = \frac{\Sigma (y_t - \bar{y})(y_{t-4} - \bar{y})}{\Sigma (y_t - \bar{y})^2} = \frac{-4}{140} = -0,029$$

$$r_{11} = r_1 = \boxed{-0,093}$$

$$r_{22} = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2} = \frac{-0,214 - (0,093)^2}{1 - (0,093)^2} = \boxed{-0,225}$$

$$r_{33} = \frac{r_3 - (r_{21} r_2 + r_{22} r_1)}{1 - (r_{21} r_1 + r_{22} r_2)} = \frac{0,15 - (-0,114)(-0,214) + (-0,225)(-0,093)}{1 - (-0,114)(-0,093) + (-0,225)(-0,214)}$$

$$r_{21} = r_{11} - r_{22} r_{11} = -0,093 - (-0,225)(-0,093)$$

$$= -0,114$$

$$r_{33} = \boxed{0,111}$$

$$r_{44} = \frac{r_4 - (r_{31} r_3 + r_{32} r_2 + r_{33} r_3)}{1 - (r_{31} r_1 + r_{32} r_2 + r_{33} r_3)}$$

$r_{31} = r_{21} - r_{33} r_{22} = -0,141 - (0,111(-0,225))$

$r_{31} = -0,089$

$r_{32} = r_{22} - r_{33} r_{22} = -0,125 - (0,111)(-0,225)$

$r_{32} = -0,200$

$$r_{44} = \frac{-0,029 - [(-0,089)(0,15) - (-0,200)(-0,214) - (0,111)(-0,093)]}{1 - (-0,089)(-0,093) - (-0,200)(-0,214) - (0,111)(0,15)}$$

$= \boxed{-0,05}$

أنواع السلاسل الزمنية الغير مستقرة:

1- السلاسل التحديدية من النمط TS: وهي سلاسل غير مستقرة لها معادلة اتجاه عام محددة وخطأ عشوائي مستقر توقعه الرياضي = 0 وتباينه ثابت لكن متوسط حجم هذه السلسلة مرتبط بالزمن أي أن تأثير الصدمات التي يتعرض لها هذا النوع من السلاسل يكون عابرا

2- السلاسل العشوائية من النوع DS: هي أيضا سلسلة غير مستقرة لكنها ذات اتجاه عام عشوائي، تتميز بوجود جذر الوحدة مرة واحدة على الأقل ويكون تأثير الصدمات في هذا النوع من السلاسل دائم المفعول وتعد أغلب سلاسل المتغيرات الاقتصادية الكلية من هذا النوع.

أسباب عدم استقرار السلاسل الزمنية:

- وجود مركبة فصلية (موسمية) في بيانات السلسلة: تعود أسباب وجودها إلى العوامل المرتبطة بالظروف الجوية كالبرودة أو الحرارة وظروف اقتصادية اجتماعية كالأعياد والمناسبات مما يجعل انخفاض أو ارتفاع القيمة السلسلة لفترات متتالية منتظمة

- وجود مركبة اتجاه عام: غالبا ما يرجع سبب عدم استقرار السلسلة إلى عامل الاتجاه الذي يعكس ظروفا معينة تؤثر على جميع المتغيرات فتجعلها تتغير بنفس الاتجاه بالرغم من عدم وجود علاقة حقيقية تربط بينها، تدفع مركبة الاتجاه العام بالسلسلة نحو الأعلى إذا كان ميلها موجب وإلى الأسفل إذا كان ميلها سالب.

- تغير تباين السلسلة عبر الزمن : ان ثبات التباين يعتبر خاصية من خصائص سكون السلسلة الزمنية وبالتالي فإن اختلافه من مجموعة قيم لاخرى في نفس السلسلة يجعل متوسط القيم ذات التباين الأعلى أضعف من متوسط القيم ذات التباين الأقل في التنبؤ

أهمية دراسة الخصائص الاحصائية للسلاسل الزمنية :

- إن الطبيعة الغير مستقرة للمتغيرات الاقتصادية تؤثر على نتائج الاختبارات القياسية بحيث يتزايد احتمال الارتباط الزائف (ارتفاع قيمة معامل التحديد وزيادة المعنوية الاحصائية للمعلمات المقدرة بدرجة كبيرة) مع وجود ارتباط ذاتي تسلسلي يظهر في قيمة احصائية DW .
- صلاحية النتائج التي يتم الحصول عليها من تحليل السلاسل الزمنية الغير مستقرة لدراسة الظاهرة في فترة التقدير فقط ولا يمكن تعميمها على الفترة الطويلة.
- عدم صلاحية استخدام السلاسل الزمنية غير المستقرة في عملية التنبؤ لأن لكل فترة زمنية من هذه السلاسل سلوك مختلف عن الفترات الأخرى.
- عدم اتساق المعلمات المقدرة من السلاسل الزمنية غير المستقرة مالم تكن المتغيرات التي تمثل فيها هذه السلاسل متكاملة تكاملا مشترك

كيفية ازالة عدم السكون (الاستقرار) من السلاسل الزمنية :

يتم إزالة عدم السكون بمعرفة سببه وذلك على النحو التالي :

السبب : تغير تباين السلسلة علاجه اجراء تحويل لوغاريتمي لبيانات السلسلة أو الجذر التربيعي لها.

السبب : هو وجود مركبة اتجاه عام علاجه هو استخدام طريقة الانحدار أو طريقة الفروق.

السبب : هو وجود مركبة موسمية علاجه هو استخدام احدى الطرق التالية :

* طريقة النماذج الجمعية.
* " الفروق الموسمية.
* " نسبة المتوسط الضربية.
* " " " الجمعية.