

Mathematical Terminology: Calculus, Topology, and Number Theory

Contents

I	Calculus Terminology	2
II	Topology Terminology	5
III	Number Theory Terminology	8
	Appendix: Comprehensive Symbol Reference	10

Part I

Calculus Terminology

1. Notations and Concepts in Differential Calculus

a. Derivatives and Rules

Français:

- **Dérivée seconde:** Dérivée de la dérivée première, notée $f''(x)$ ou $\frac{d^2y}{dx^2}$.
- **Règle de la chaîne:** Si $y = f(g(x))$, alors $\frac{dy}{dx} = f'(g(x)) \cdot g'(x)$.
- **Dérivée partielle:** Dérivée d'une fonction de plusieurs variables par rapport à l'une d'elles, notée $\frac{\partial f}{\partial x}$.

English:

- **Second derivative:** The derivative of the first derivative, denoted $f''(x)$ or $\frac{d^2y}{dx^2}$.
- **Chain rule:** If $y = f(g(x))$, then $\frac{dy}{dx} = f'(g(x)) \cdot g'(x)$.
- **Partial derivative:** Derivative of a function of several variables with respect to one variable, denoted $\frac{\partial f}{\partial x}$.

b. Applications des dérivées

Français:

- **Maximum local:** Point où $f'(x) = 0$ et $f''(x) < 0$.
- **Minimum local:** Point où $f'(x) = 0$ et $f''(x) > 0$.
- **Point d'inflexion:** Point où la concavité de f change, c'est-à-dire où $f''(x) = 0$ et change de signe.

English:

- **Local maximum:** A point where $f'(x) = 0$ and $f''(x) < 0$.
- **Local minimum:** A point where $f'(x) = 0$ and $f''(x) > 0$.
- **Inflection point:** A point where the concavity of f changes, i.e., where $f''(x) = 0$ and changes sign.

2. Notations in Integral Calculus

a. Intégrales indéfinies et définies

Français:

- **Primitive:** Fonction F telle que $F'(x) = f(x)$, notée $\int f(x) dx$.
- **Intégrale définie:** $\int_a^b f(x) dx$ représente l'aire sous la courbe de f entre a et b .
- **Théorème fondamental du calcul:** $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$, où F est une primitive de f .

English:

- **Antiderivative:** A function F such that $F'(x) = f(x)$, denoted $\int f(x) dx$.
- **Definite integral:** $\int_a^b f(x) dx$ represents the area under the curve of f between a and b .
- **Fundamental theorem of calculus:** $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$, where F is an antiderivative of f .

b. Techniques d'intégration

Français:

- **Intégration par parties:** $\int u dv = uv - \int v du$.
- **Substitution:** Si $u = g(x)$, alors $\int f(g(x))g'(x) dx = \int f(u) du$.
- **Intégrale impropre:** Intégrale où l'intervalle est infini ou la fonction a une discontinuité.

English:

- **Integration by parts:** $\int u dv = uv - \int v du$.
- **Substitution:** If $u = g(x)$, then $\int f(g(x))g'(x) dx = \int f(u) du$.
- **Improper integral:** An integral where the interval is infinite or the function has a discontinuity.

3. Series and Sequences

Français:

- **Suite convergente:** Suite dont les termes tendent vers une limite finie.
- **Série géométrique:** Série de la forme $\sum_{n=0}^{\infty} ar^n$.
- **Critère de convergence:** Règle (comme le critère de d'Alembert) pour déterminer si une série converge.

English:

- **Convergent sequence:** A sequence whose terms approach a finite limit.
- **Geometric series:** A series of the form $\sum_{n=0}^{\infty} ar^n$.
- **Convergence test:** A rule (such as the ratio test) to determine if a series converges.

4. Table of Calculus Symbols

Symbole	Français	Anglais
$f''(x)$	Dérivée seconde	Second derivative
$\frac{\partial f}{\partial x}$	Dérivée partielle par rapport à x	Partial derivative with respect to x
$\int f(x) dx$	Intégrale indéfinie de f	Indefinite integral of f
$\int_a^b f(x) dx$	Intégrale définie de a à b	Definite integral from a to b
$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$	Série infinie	Infinite series
$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$	Limite d'une suite	Limit of a sequence
∇f	Gradient de f	Gradient of f
$\oint_C$	Intégrale curviligne fermée	Closed line integral

Part II

Topology Terminology

1. Basic Topological Concepts

a. Sets and Spaces

Français:

- **Espace topologique:** Ensemble X muni d'une collection de sous-ensembles ouverts satisfaisant certains axiomes.
- **Voisinage:** Ensemble contenant un ouvert qui contient un point donné.
- **Intérieur d'un ensemble:** Union de tous les ouverts contenus dans l'ensemble, noté $\overset{\circ}{A}$.

English:

- **Topological space:** A set X together with a collection of open subsets satisfying certain axioms.
- **Neighborhood:** A set containing an open set that contains a given point.
- **Interior of a set:** The union of all open sets contained in the set, denoted $\overset{\circ}{A}$.

b. Closed Sets and Boundaries

Français:

- **Ensemble fermé:** Complémentaire d'un ensemble ouvert.
- **Adhérence (Clôture):** Plus petit ensemble fermé contenant l'ensemble, noté $\overline{A}$.
- **Frontière:** Ensemble des points qui sont dans l'adhérence mais pas dans l'intérieur, noté ∂A .

English:

- **Closed set:** The complement of an open set.
- **Closure:** The smallest closed set containing the set, denoted $\overline{A}$.
- **Boundary:** The set of points that are in the closure but not in the interior, denoted ∂A .

2. Continuity and Convergence

Français:

- **Fonction continue:** Fonction telle que l'image réciproque de tout ouvert est ouvert.
- **Homeomorphisme:** Bijection continue dont l'inverse est aussi continue.
- **Suite convergente:** Suite dont les termes finissent par rester dans tout voisinage de la limite.

English:

- **Continuous function:** A function such that the preimage of every open set is open.
- **Homeomorphism:** A continuous bijection whose inverse is also continuous.
- **Convergent sequence:** A sequence whose terms eventually stay in every neighborhood of the limit.

3. Compactness and Connectedness

Français:

- **Espace compact:** Espace tel que tout recouvrement ouvert possède un sous-recouvrement fini.
- **Connexité:** Espace qui ne peut pas être partitionné en deux ouverts disjoints non vides.
- **Composante connexe:** Plus grand sous-ensemble connexe contenant un point donné.

English:

- **Compact space:** A space where every open cover has a finite subcover.
- **Connectedness:** A space that cannot be partitioned into two nonempty disjoint open sets.
- **Connected component:** The largest connected subset containing a given point.

4. Table of Topology Symbols

Symbole	Français	English
(X, τ)	Espace topologique X avec topologie τ	Topological space X with topology τ
$\overset{\circ}{A}$	Intérieur de A	Interior of A
$\overline{A}$	Adhérence de A	Closure of A
∂A	Frontière de A	Boundary of A
$f^{-1}(U)$	Image réciproque de U	Preimage of U
$\cong$	Homéomorphe à	Homeomorphic to
$\bigcup_{\alpha} U_{\alpha}$	Recouvrement ouvert	Open cover
$\pi_1(X)$	Groupe fondamental de X	Fundamental group of X

Part III

Number Theory Terminology

1. Divisibility and Primes

a. Basic Concepts

Français:

- **Diviseur:** d divise n s'il existe k tel que $n = d \cdot k$, noté $d \mid n$.
- **Nombre premier:** Entier $p > 1$ dont les seuls diviseurs positifs sont 1 et p .
- **PGCD:** Plus grand commun diviseur de a et b , noté $\gcd(a, b)$.

English:

- **Divisor:** d divides n if there exists k such that $n = d \cdot k$, denoted $d \mid n$.
- **Prime number:** An integer $p > 1$ whose only positive divisors are 1 and p .
- **GCD:** Greatest common divisor of a and b , denoted $\gcd(a, b)$.

b. Congruences

Français:

- **Congruence:** $a \equiv b \pmod{n}$ signifie que n divise $a - b$.
- **Classe de congruence:** Ensemble des entiers congrus à un entier donné modulo n .
- **Inverse modulo n :** Entier a^{-1} tel que $a \cdot a^{-1} \equiv 1 \pmod{n}$.

English:

- **Congruence:** $a \equiv b \pmod{n}$ means n divides $a - b$.
- **Congruence class:** The set of integers congruent to a given integer modulo n .
- **Modular inverse:** An integer a^{-1} such that $a \cdot a^{-1} \equiv 1 \pmod{n}$.

2. Advanced Topics

Français:

- **Théorème des restes chinois:** Système de congruences a une solution unique modulo le produit des modules.
- **Fonction d'Euler:** $\varphi(n)$ compte le nombre d'entiers entre 1 et n premiers avec n .

- **Loi de réciprocité quadratique:** Relation entre les symboles de Legendre $\left(\frac{p}{q}\right)$ et $\left(\frac{q}{p}\right)$.

English:

- **Chinese remainder theorem:** A system of congruences has a unique solution modulo the product of the moduli.
- **Euler's totient function:** $\varphi(n)$ counts the number of integers between 1 and n coprime to n .
- **Quadratic reciprocity law:** A relationship between Legendre symbols $\left(\frac{p}{q}\right)$ and $\left(\frac{q}{p}\right)$.

3. Diophantine Equations

Français:

- **Équation diophantienne:** Équation polynomiale à coefficients entiers, recherchant des solutions entières.
- **Théorème de Fermat:** $x^n + y^n = z^n$ n'a pas de solutions entières pour $n > 2$.
- **Triplet pythagoricien:** Triple (a, b, c) tel que $a^2 + b^2 = c^2$.

English:

- **Diophantine equation:** A polynomial equation with integer coefficients, seeking integer solutions.
- **Fermat's Last Theorem:** $x^n + y^n = z^n$ has no integer solutions for $n > 2$.
- **Pythagorean triple:** A triple (a, b, c) such that $a^2 + b^2 = c^2$.

4. Table of Number Theory Symbols

Symbole	Français	Anglais
$a \mid b$	a divise b	a divides b
$\gcd(a, b)$	Plus grand commun diviseur	Greatest common divisor
$a \equiv b \pmod{n}$	a congru à b modulo n	a congruent to b modulo n
$\varphi(n)$	Indicatrice d'Euler	Euler's totient function
$\left(\frac{a}{p}\right)$	Symbole de Legendre	Legendre symbol
$\mathbb{Z}_n$	Anneau des entiers modulo n	Ring of integers modulo n
$\pi(x)$	Fonction de compte des nombres premiers	Prime-counting function

Appendix: Comprehensive Symbol Reference

Cross-Disciplinary Mathematical Symbols

Symbole	Domaine	Français	Anglais
$\forall$	Logique	Pour tout	For all
$\exists$	Logique	Il existe	There exists
$\Rightarrow$	Logique	Implique	Implies
$\in$	Théorie des ensembles	Appartient à	Belongs to
$\subset$	Théorie des ensembles	Sous-ensemble de	Subset of
$\cup$	Théorie des ensembles	Union	Union
$\cap$	Théorie des ensembles	Intersection	Intersection
$\emptyset$	Théorie des ensembles	Ensemble vide	Empty set
∞	Analyse	Infini	Infinity
∇	Analyse vectorielle	Nabla (opérateur différentiel)	Nabla (differential operator)
$\oint$	Analyse complexe	Intégrale de contour	Contour integral
$\prod$	Algèbre	Produit	Product
$\sum$	Algèbre	Somme	Sum
$\sqrt{}$	Algèbre	Racine carrée	Square root
$\ \cdot\ $	Analyse fonctionnelle	Norme	Norm
$\langle, \rangle$	Algèbre linéaire	Produit scalaire	Inner product
$\times$	Algèbre	Produit cartésien/vectorel	Cartesian/vector product
$\div$	Arithmétique	Division	Division
$\pm$	Algèbre	Plus ou moins	Plus or minus
$\neq$	Logique	Différent de	Not equal to
$\approx$	Analyse	Approximativement égal à	Approximately equal to

Greek Letters in Mathematics

Lettre	Utilisation courante	Exemple
α, β, γ	Constantes, angles	$\alpha + \beta = \gamma$
δ, ε	Petites quantités, variations	$\delta x, \varepsilon > 0$
π	Constante d'Archimède	$\pi \approx 3.14159$
θ, ϕ	Angles	$\theta = 45^\circ$
λ	Valeur propre, paramètre	$A\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}$
μ, σ	Moyenne, écart-type (statistiques)	$\mu = \mathbb{E}[X]$
ρ	Densité, rayon	$\rho = m/V$
ω	Fréquence angulaire	$\omega = 2\pi f$
Ω	Ensemble d'événements (probabilités)	$\Omega = \text{espace d'échantillonnage}$

Common Mathematical Operators

Opérateur	Description	Exemple
$\frac{d}{dx}$	Dérivation par rapport à x	$\frac{d}{dx}(x^2) = 2x$
$\int$	Intégration	$\int x \, dx = \frac{x^2}{2} + C$
$\lim$	Limite	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
$\sum$	Sommation	$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$
$\prod$	Produit	$\prod_{i=1}^n i = n!$
∂	Dérivée partielle	$\frac{\partial f}{\partial x}$
∇	Gradient	$\nabla f = (\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y})$
Δ	Différence finie, Laplacien	$\Delta f = \nabla^2 f$