Answers : Exercises on : Classical general equilibrium theory

Prof. Fella ACHOUR

تمارين خاصة بال: النظرية الكلاسيكية في التوازن الاقتصادي العام.

Exercise 01:

We have these data: $L_1 = \frac{\left(\frac{W}{P}\right)^2}{200}$ $Q=50\sqrt{L}$

- The given function is the labour supply, because it is upward-sloping function.it will be written as: $L_{S=} \frac{\left(\frac{W}{P}\right)^2}{200}$
- To get the labor demand we have first get the marginal production function, which is the derivative of the production function :

  $Q`=MPL=(50\sqrt{L})`=\frac{25}{\sqrt{L}}$ since the equilibrium condition in the classical model is the profit maximazation for the producer is : $\frac{W}{P} = MPL$

$$\frac{W}{P} = \frac{25}{\sqrt{L}} \Longrightarrow \mathrm{L} = \frac{25^2}{(\frac{W}{P})^2}$$

It is downward-sloping function.

$$\boldsymbol{Ld = \frac{25^2}{(\frac{W}{P})^2}}$$

- The equilibrium condition in labor market is: $L_S = L_d$
- $L_s=L_d \Rightarrow \frac{25^2}{(\frac{W}{P})^2} = \frac{\left(\frac{W}{P}\right)^2}{200} \Rightarrow \left(\frac{W}{P}\right)^4 = 200\,.\,625 \Rightarrow \boldsymbol{\frac{W}{P} = 18.80}$
- Calculating the number of workers at the equilibrium :

  We substitute the value of the real wage in one of the labor functions: : L_S or L_d

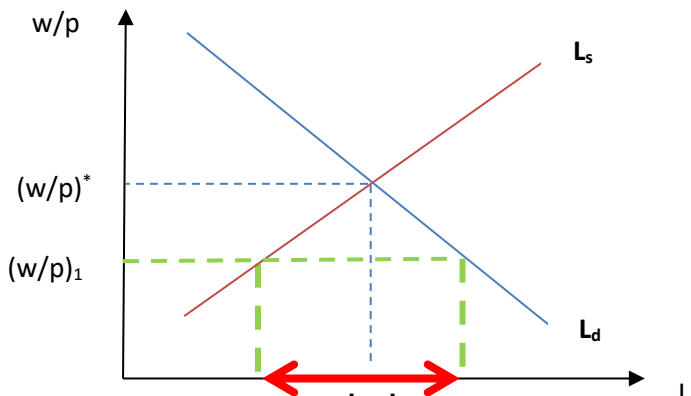
$$L_s=\frac{625}{(18.80)^2} = 1.76$$

  We will use this amount in all the rest of the exercice.
- **Calculating the real product Q:**

  We substitute the amount of L in the production function:

  $Q=50\sqrt{2} \Rightarrow$ **Q^*=70.5**

Figure: the labour market equilibrium



If the price level rises, the real wage declines, leading to decrease in the labour supply and an increase in the labor demand, This creates a labor demand gap, as indicated by the red arrow in the figure. If we had data on previous and current price levels, we could estimate both the new supply and demand, thus enabling us to calculate the gap.

لدينا المعطيات التالية: $L_1 = \frac{\left(\frac{W}{P}\right)^2}{200}$ ونفترض دالة الانتاج $Q=50\sqrt{L}$

- الدالة المعطاة L هي دالة عرض عمل لان ميل الدالة موجب، ودالة عرض العمل هي التي تمثل العلاقة الطردية بين حجم العمل L ومستوى الأجر الحقيقي $\frac{W}{P}$، وبالتالي نكتبها: $L_S= \frac{\left(\frac{W}{P}\right)^2}{200}$

- نبحث عن دالة طلب العمل L_d، مشتقة الاولى لدالة الانتاج المعطاة هي دالة الانتاجية الحديةMPL:

$$Q`=MPL=(50\sqrt{L})`=\frac{25}{\sqrt{L}}$$

بما أن شرط التوازن عند الكلاسيك تعظيم الربح يعني تساوي الانتاجية الحدية مع الأجر الحقيقي أي $MPL = \frac{W}{P}$ يصبح

لدينا:

$$\frac{W}{P} = \frac{25}{\sqrt{L}} \Rightarrow L = \frac{25^2}{(\frac{W}{P})^2}$$

وبما أن الميل سالب والعلاقة عكسية بين العمل والاجر الحقيقي فإن الدالة المتحصل عليها هي دالة الطلب على العمل وتكتب:

$$\boldsymbol{Ld = \frac{25^2}{\left(\frac{W}{P}\right)^2}}$$

- من أجل حساب الاجر الحقيقي التوازني، نعلم أن شرط التوازن عرض العمل L_s يتساوى مع الطلب على العملL_d :

$L_s=L_d$ ومنه: $\frac{\left(\frac{W}{P}\right)^2}{200}=\frac{25^2}{(\frac{W}{P})^2}$ ومنه $\left(\frac{W}{P}\right)^4 = 200 . 625$ ومنه: $\boldsymbol{\frac{W}{P} = 18.80}$

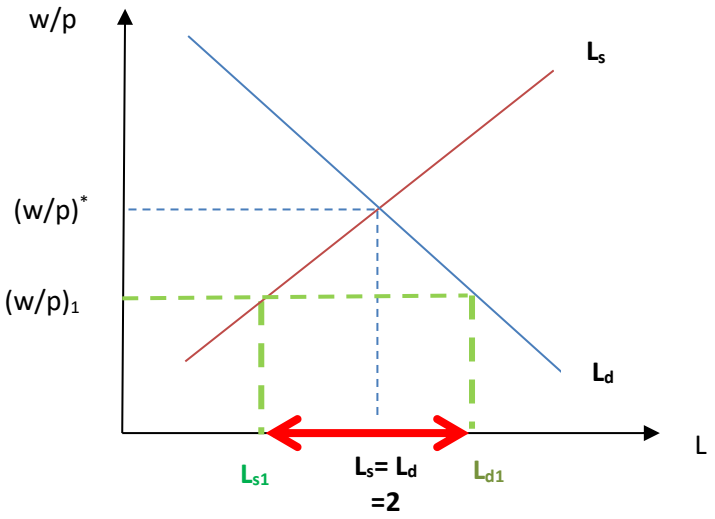
- عدد العمال في حالة التوازن: نقوم بتعويض قيمة الاجر الحقيقي التوازني **في احدى** دالتي العمل: العرض او الطلب فنجد:

$L_s= \frac{625}{(18.80)^2} = 1.76$ وبما أنه عدد عمال اي أشخاص نقوم بتقريبه **2 عامل ونقوم باستخدام هذا الحجم للعمالة في كافة المعطيات المقبلة.**

- لتقدير **حجم الناتج التوازني** نقوم بتعويض عدد العمال المتحصل عليه في دالة الناتج المعطاة فنجد:$Q=50\sqrt{2}$

$$\boldsymbol{Q^*=70.5}$$

- التمثيل البياني في حالة التوازن وفي حالة تغير مستوى الاسعار:



في حالة زيادة المستوى العام للأسعار، ينخفض مستوى الأجر الحقيقي، وبالتالي ينخفض عرض العمل (علاقة طردية)ويرتفع حجم الطلب على العمل(علاقة عكسية)، وبالتالي التمثيل البياني يوضح انخفاض مستوى الاجر الحقيقي اسفل المستوى التوازني، وحجم عرض العمل اقل من الحجم التوازني السابق، وطلب العمل يرتفع اي اعلى من الحجم التوازني، وهنا تنشأ فجوة طلب عمل، كما يوضحها الشكل البياني السهم باللون الاحمر، ولو توفرت لدينا بيانات حول مستويات الاسعار السابقة والحالية لاستطعنا تقدير كل من العرض والطلب الجديدين وبالتالي يتم تقدير الفجوة.

Exercise 02:

We have the following data: S= 200 + 100i $I=I_0-75i$

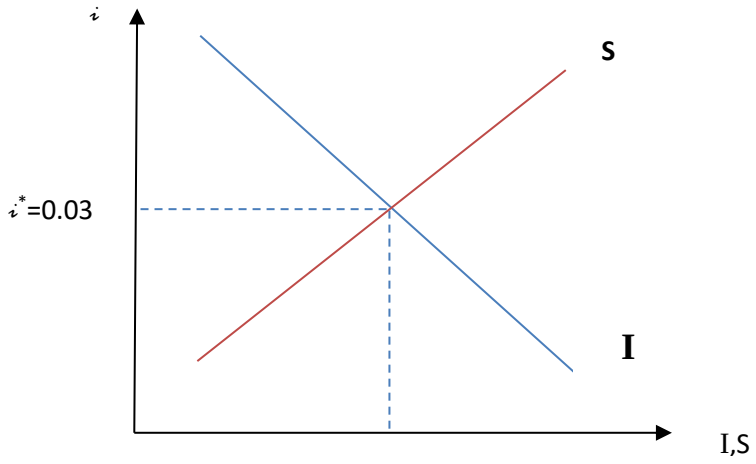
- To get the form of the investment function we apply the equilibrium condition in the goods market: S = I

$$200+ 100i= I_0-75i \Rightarrow 200+ 100(0.03)= I_0-75(0.03) \Rightarrow \mathbf{I_0=205.2}$$

$$\mathbf{I= 205.25-75i}$$

- **Calculating the equilibrium S, I**: substitute the value of I in one of the two functions:

$$I=S=200+ 100(0.03)=203 \quad \mathbf{I^*=S^*=203}$$



I= S
=
203

لنفترض أنه في اقتصاد افتراضي لدينا المعادلة التالية: $S= 200+ 100i$ اذا علمت ان معادلة الاستثمار: $I=I_0-75i$، وان التوازن يحدث عند سعر فائدة توازني يقدر بـ $i=3\%$

- **حدد صيغة دالة الاستثمار؟** بتطبيق شرط التوازن عند الكلاسيك تساوي الاستثمار مع الادخار $I=S$ وتعويض قيمة سعر الفائدة i في دالة الاستثمار نجد:

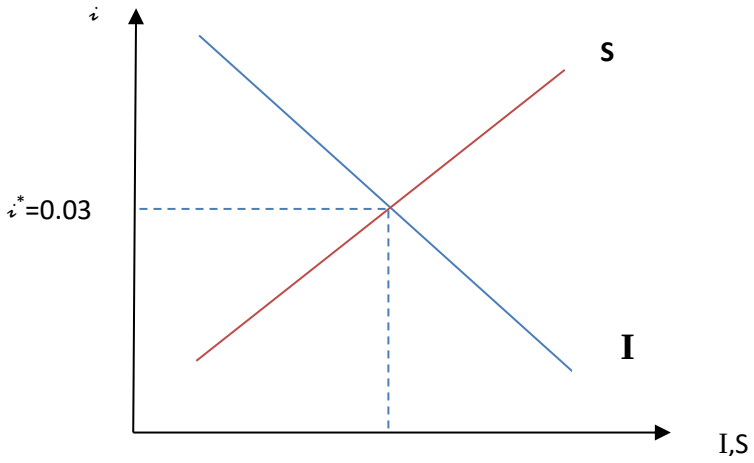
$$200+ 100i= I_0-75i \Rightarrow 200+ 100(0.03)= I_0-75(0.03) \Rightarrow \mathbf{I_0=205.25}$$

ومنه نجد صيغة دالة الاستثمار كما يلي: $\mathbf{I= 205.25-75i}$

- **احسب كل من الادخار والاستثمار في حالة التوازن ومثلها بيانيا؟**

نعوض قيمة سعر الفائدة i في احدى المعادلتين إما الادخار او الاستثمار فنجد: $I=S=200+ 100(0.03)=203$

$\mathbf{I=S=203}$



I= S
=
203

Exercice 03:

- **The marginal productivity function of labor is the first derivative of the production function:**

$$Q`=MPL=(200\sqrt{L})`=\mathbf{MPL=\frac{100}{\sqrt{L}}}$$

We apply the equilibrium condition:

$$MPL=\frac{W}{P}=\frac{\mathbf{100}}{\sqrt{\boldsymbol{L}}}\Rightarrow \mathbf{Ld}=\frac{\mathbf{10000}}{(\frac{\boldsymbol{W}}{\boldsymbol{P}})^{\mathbf{2}}}$$

- The equilibrium condition in labor market is: $L_S = L_d$

$$\frac{\mathbf{10000}}{(\frac{\boldsymbol{W}}{\boldsymbol{P}})^{\mathbf{2}}}=\frac{\left(\frac{W}{P}\right)^2}{200}\Rightarrow\left(\frac{W}{P}\right)^4=10000\ .\ 200\ \Rightarrow\left(\frac{\boldsymbol{W}}{\boldsymbol{P}}\right)^*=\mathbf{37.60}$$

- Calculating the number of workers at the equilibrium :

  We substitute the value of the real wage in one of the labor functions: : L_S or L_d

$$\frac{(37.60)^2}{200}=\mathbf{Ls=7.06}$$

  We will use this amount in all the rest of the exercice.

- **Calculating the real product Q:**

  We substitute the amount of L in the production function:

$$\boldsymbol{Q=200\sqrt{7}=530}$$

- **Calculating P using the functions of the money market:**

M.V=P.T where T is the same Q , the quantity of product not the nominal or the market value of the product:

$$P=\frac{M.V}{T}=\frac{500\ .\ 5}{530}=\boldsymbol{4.71=P}$$

- **Calculating nominal product Y, nominal wage W:**

The nominal value is the same as the market value and is calculated by multiplying the quantity value by the price.

$$\boldsymbol{Y=530\ *\ 4.71=2496.3}$$

The nominal wage = the real wage * p

$$\left(\frac{\boldsymbol{W}}{\boldsymbol{P}}\right)^*=\mathbf{37.60}\qquad(\boldsymbol{W})^*=\mathbf{37.60\ X\ 4,71=177.09}$$

- **Calculating S, I, i:**

We can always calculate the equilibrium interest rate i by equating S and I:

$$S = \mathrm{I} \Rightarrow 2000i + 50 = 150 - 2000\mathrm{i} \Rightarrow \mathbf{i *= 0.025 = 2.5\%}$$

we substitute I in the investment or saving function:

$$S = \mathrm{I} = 2000(0.025) + 50 = \mathbf{100 = S *= I *}$$

- **Calculating C:**

Y = C + S ⇒ C = Y – S ⇒ 2496.3 – 100 = 2396.3 = C

$$C=2396.3$$

- دالة الانتاجية الحدية للعمل هي المشتقة الاولى لدالة الانتاج: $Q`=\mathrm{MPL}=(200\sqrt{L})`=\mathbf{MPL=\frac{100}{\sqrt{L}}}$

وبتطبيق شرط التوازن عند الكلاسيك عند تعظيم الربح يتساوى الاجر الحقيقي $\frac{W}{P}$ مع الانتاجية الحدية MPL

$$MPL=\frac{W}{P} = \frac{100}{\sqrt{L}} \Rightarrow \mathbf{Ld = \frac{10000}{(\frac{W}{P})^2}}$$

- لحساب الاجر الحقيقي التوازني نقوم بتطبيق شرط توازن سوق العمل العرض يساوي الطلب: $L_s=L_d$ ومنه:

$$\frac{\mathbf{10000}}{(\frac{\mathbf{W}}{\mathbf{P}})^2} = \frac{\left(\frac{W}{P}\right)^2}{200} \Rightarrow \left(\frac{W}{P}\right)^4 = 10000 \,.\, 200 \Rightarrow \mathbf{\left(\frac{W}{P}\right)^* = 37.60}$$

لحساب عدد العمال التوازني نقوم بتعويض قيمة الاجر الحقيقي في دالة العرض أو الطلب طالما هي حالة توازن فنجد:

$$\mathbf{Ls = \frac{(37.60)^2}{200} = Ls = 7.06}$$

وبما أنه عدد عمال اي أشخاص نقوم بتقريبه **7عمال** **ونقوم باستخدام هذا الحجم للعمالة في كافة المعطيات المقبلة.**

- لحساب كمية الناتج التوازني نقوم بتعويض قيمة العمل 7 في دالة الناتج المعطاة فنجد: $\boldsymbol{Q *= 200\sqrt{7} = 530}$

- **احسب المستوى العام للاسعار؟**

- لحساب المستوى العام للاسعار نستعمل معطيات سوق النقد لان الاسعار حسب الكلاسيك تتحدد بسبب وعلى مستوى سوق النقد:ل

معادلة التبادل عند فيشر تربط علاقة بين الاسعار وعرض النقود $M.V=P.T$ حيث P المستوى العام للأسعار، V سرعة دوران وتداول النقود، M كمية النقود المعروضة، T حجم المعاملات وهو نفسه كمية الناتج Q التي قمنا بحسابها سابقا ضمن معادلة الناتج، كمية النقود وسرعة تداول النقود متوفرة ضمن المعطيات يتبقى لدينا مجهول وحيد هو المستوى العام للاسعار:

$$P=\frac{M.V}{T} = \frac{500 \,.\, 5}{530} = \mathbf{4.71 = P}$$

- **احسب الناتج الاسمي والاجر الاسمي؟**

بما أننا قمنا بحساب كمية الناتج سابقا ووجدنا مستوى العام للاسعار فمن السهل الان حساب وتقدير القيمة الاسمية او النقدية للناتج وهي جداء كمية الناتج في المستوى العام للاسعار $Y=Q.P$ نقوم بتعويض القيم التي توصلنا اليها سابقا:

$$Y=530 \ . \ 4.71 =2496.3$$

- **حساب الاجر الاسمي $W=$ وبما أن الاجر الحقيقي هو قسمة الاجر النقدي على المستوى العام للاسعار وقمنا بحساب الاجر الحقيقي سابقا والمستوى العام للاسعار كذلك قمنا بحسابه نقوم بالتعويض:**

$\left(\frac{W}{P}\right)^* = 37.60$ فإنه بتعويض قيمة المستوى العام للاسعار نجد:

$$(W)^* = 37.60 \ X \ 4,71 = 177.09$$

- **احسب سعر الفائدة وI و S في حالة التوازن؟ احسب C التوازني؟**

يمكننا دوما حساب سعر الفائدة التوازني i^* بمساواة دالتي الادخار والاستثمار وهو شرط التوازن عند الكلاسيك فنجد:

$$S = I \Rightarrow 2000i + 50 = 150 - 2000i \Rightarrow i* = 0.025 = 2.5\%$$

نقوم بتعويض قيمة سعر الفائدة i في احدى معادلتي الادخار او الاستثمار ما دامت حالة توازن فنجد:

$$S = I = 2000(0.025) + 50 = 100 = S* = I*$$

أما بالنسبة للاستهلاك C، بما أن Y=C+S فإن C=Y-S

وبما أننا قمنا بحساب قيمة الناتج الاسمي سابقا **2496.3** و.ن وقيمة الادخار وجدناها 100 و.ن بالتالي: **C=2396.3**

Exercice 04:

1.

$L = 100\frac{w}{p}$ هي دالة عرض العمل لأن ميلها موجب والعلاقة طردية بين الأجر الحقيقي وحجم العمل.w الاجر النقدي او الاسمي، p المستوى العام للاسعار.

L: SUPPLY LABOR FUNCTION, It is upward-sloping function

$Q = -0.5L^2 + 101\ L + 4900$ هي دالة الإنتاج حيث يتأثر حجم الناتج بحجم العمل المستخدم"L"

Q: the production function, where the amount of demanded labour determines the quantity of production.

M: عرض النقود = طلب النقود V: سرعة دوران النقود.

M: money supply = money demand V: the velocity of money

2. **Determining the marginal productivity function: by deriving the production function:**

- ايجاد دالة الانتاجية الحدية للعمل: التي هي نفسها المشتقة الاولى لدالة الانتاج Q:

$$Q' = (-0.5L^2 + 101\ L + 4900)' = \mathbf{-\ L + 101 = MPL}$$

Determining the demand labor function: by applying the classical equilibrium condition in the labor market: MPL=W/P

نقوم باستخراج دالة الطلب على العمل من خلال تطبيق شرط التوازن الكلاسيكي وهو مساواة الاجر الحقيقي W/P بالانتاجية الحدية للعمل MPL:(وبما أن العلاقة المستنتجة هناك علاقة عكسية بين الاجر الحقيقي والعمل فإنها فعلا دالة طلب العمل):

$$MPL=\frac{W}{P} = -L+101 \Rightarrow \mathbf{Ld} = -\frac{W}{P}+101$$

- The equilibrium condition in labor market is: $L_S = L_d$

لحساب حجم العمل التوازني نقوم بتطبيق شرط المساواة عند الكلاسيك وهو تساوي عرض العمل مع طلب العمل: $L_S = L_d$

$$-\frac{W}{P} + \mathbf{101} = 100\frac{W}{P} \Rightarrow 101\frac{W}{P} = 101 \Rightarrow \left(\frac{\boldsymbol{W}}{\boldsymbol{P}}\right)^* = \mathbf{1}$$

- Calculating the number of workers at the equilibrium :

  We substitute the value of the real wage in one of the labor functions: : L_S or L_d

حساب حجم العمل التوازني: نقوم بتعويض قيمة الأجر الحقيقي في إحدى المعادلتين إما عرض العمل أو طلب العمل لا يهم لاننا انطلقنا من حالة توازن اصلا:

$$\mathbf{Ld} = -\frac{W}{P}+101 \Rightarrow L_d = L_s = -1+101 = \mathbf{100 = L^*}$$

We will use this amount in all the rest of the exercice.

- **Calculating the real product Q**:

  We substitute the amount of L in the production function:

حساب كمية الناتج Q نقوم بتعويض قيمة العمل التوازني التي حسبناها L=100 في دالة الانتاج:

$$Q = -0.5L^2 + 101\ L + 4900 \quad = 10000$$

$$\boldsymbol{Q^* = 10000}$$

- **Calculating P using the functions of the money market**:

M.V=P.T where T is the same Q , the quantity of product not the nominal or the market value of the product:

حساب مستوى الاسعار من خلال معادلة سوق النقد وهي معادلة التبادل لـ:فيشر $MV=PT$ حيث M كمية النقود المعروضة، V سرعة تداول او دوران النقود، p المستوى العام للاسعار، T هي كمية الناتج هي نفسها في معادلة الانتاج Q والتي قمنا بحسابها اعلان وتساوي 10000 نعوض فقط القيم المتاحة من المعطيات ومن النتائج نجد:

$$P = \frac{M.V}{T} = \frac{200 * 10}{10000} = 0.2 = P$$

- **Calculating nominal product Y, nominal wage W:**

The nominal value is the same as the market value and is calculated by multiplying the quantity value by the price.

حساب الناتج الاسمي Y والاجر الاسمي w: يتم حساب أي قيمة نقدية من خلال جداء القيمة الحقيقية(أو الكمية) في المستوى العام للأسعار يعني نفس القانون يطبق لحساب الناتج الاسمي، والأجر الاسمي:

$$Y=Q.P = 10000 * 0.2 = 2000$$

The nominal wage = the real wage * p

$$\left(\frac{W}{P}\right)^* = 1 \qquad w=P.1= \quad (w)^* = 1 * 0.2 = 0.2$$

إذا طالبت النقابات العمالية برفع الأجر بنسبة 10 بالمائة، ما هي المتغيرات التي ستتأثر؟ احسبها ووضح وضعية سوق العمل الجديدة؟

GROWTH RATE OF NOMINAL WAGE =0.1

معدل نمو الأجر النقدي هو 10 بالمائة وهو أصلا كان 0.2 و10 بلمية من 0.2 هي 0.02 الاجر النقدي بعد الزيادة أصبح: *0.22* الأجر الاسمي يصبح: القديم + قيمة الزيادة

0.2 +(0.1 * 0.2) = 0.22 the new level of nominal wage= 0.*22*

We calculate the new level real wage $\frac{W}{P}$ at the nominal wage 0.22:

نقوم بحساب المستوى الجديد للأجر الحقيقي بعد تغير الاجر النقدي، الاسعار لم تتغير نستعمل صيغة الاجر الحقيقي الأجر الحقيقي هو قسمة الاجر النقدي الجديد0.22 على المستوى العام للأسعار القديم *0.2*:

w/p=0.22/0.2 = 1.1

we substitute the new value of real wage in L_d

تعويض قيمة الأجر الحقيقي الجديدة في دالة طلب العمل

$$\mathbf{Ld} = -\frac{W}{P} + 101 \Rightarrow \mathbf{L_d = 99.9}$$

we substitute the new value of real wage in L_s

تعويض قيمة الأجر الحقيقي الجديدة في دالة عرض العمل

$$Ls = 100\frac{w}{p} = 100 * 1.1 = 110$$

نلاحظ أن عرض العمل **110** أكبر من طلب العمل **99.9** وهذا يعني أن هناك فجوة بطالة مؤقتة حسب الكلاسيك

$$\mathbf{L_S > L_d}$$

- في حالة اختلال سوق العمل بحيث العرض اكبر من الطلب يعود التوازن بصفة تلقائية من خلال الية عمل اليد الخفية وهي سعي الافراد والمؤسسات لتحقيق مصالحهم الخاصة مما يخلق المصلحة العامة وهي توازن السوق، لما يجد عارضو العمل انفسهم في بطالة سوف يتنافسون على فرص العمل المتاحة مما يعني تخفيض تدريجي لمستوى الاجر النقدي الذي يقبلون به، انخفاض الاجر النقدي يعني انخفاض تدريجي في الاجر الحقيقي، وهذا يعني ان طلب العمل سوف يرتفع تدريجيا، وعرض العمل ينخفض تدريجيا ليتقاطعا سوية مجددا عند مستوى واحد وهكذا يعود التوازن مجددا.