جامعة محمد خيضر (بسكرة)
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية والتسيير
قسم العلوم التجارية

السنة الجامعية: 2025/2024
المستوى: أولى ماستر تسويق
مقياس: الأساليب الكمية في التسويق 1

المحاضرة السادسة: تسويق الخدمة نظرية صفوف الانتظار

Queuing theory - Théorie des files d'attente -

1. تمهيد:

تعتبر مشاكل صفوف أو طوابير الانتظار من المشاكل المعروفة في حياتنا اليومية الاعتيادية، حيث نشاهد في صفوف(طوابير) انتظار في المصالح الحكومية والمراكز التجارية ومحطات النقل والمطارات، وهذه الحالات تؤدي إلى مشكلة الانتظار، التي لها أهمية كبيرة بالنسبة للزبائن والمؤسسات، نتيجة التكاليف المترتبة على حالات الانتظار للزبائن والتشغيل للمؤسسات.

وتنشأ مشكلة صفوف الانتظار إذا كان معد وصول الزبائن سريعا بدرجة تفوق معد أداء الخدمة للزبون الواحد، حيث يقف الزبائن في رتل انتظار الحصول على الخدمة، أو إذا كان معدل أداء الخدمة أسرع من معدل وصول الزبائن، حيث تبقى بعض مواقع تأدية الخدمة أو تقديم السلعة عاطلة عن العمل، وتكون بحد ذاتها خطا أو صفا للانتظار، وفي كلتا الحالتين (انتظار الزبائن أو انتظار مقدمي الخدمة أو السلعة)، فإن هذه المشكلة يترتب عنها تكاليف يجب دراستها من أجل تخفيضها إلى أدنى حد ممكن.

2. نشأة نظرية صفوف الانتظار:

يرجع الفضل في معرفة نظرية صفوف الانتظار إلى المهندس الدنمركي Agner Erlang في 1909، حيث أجرى تجاربه على مشكلة كثرة المكالمات الهاتفية، بسبب تعرض طالبو هذه المكالمات إلى التأخير، بسبب عدم قدرة العاملات في شركة الهاتف على تنفيذ الطلبات الواردة بنفس السرعة التي تتصل بها، وقد عالج Erlang المشكلة بحساب التأخير بالنسبة لعاملة واحدة قي ذلك الحين، وفي عام 1917، كرر البحث في تلك المشكلة ولكن بالنسبة لأكثر من عاملة واحدة، وبذلك نشأت نظرية صفوف الانتظار، وامتد استخدامها لحل العديد من المشكلات الإدارية المشابهة، وتستخدم الآن هذه النظرية على نطاق واسع في جميع المؤسسات الإنتاجية والخدمية كأسلوب كمي لخدمة الإدارة في اتخاذ أنسب القرارات حول مشكلات الانتظار.

2. تعريف نظرية صفوف الانتظار:

تسمى نظرية صفوف (أو خطوط أو أرتال) الانتظار، بالإنجليزية Queuing theory، بالفرنسية Théorie des files d'attente، ولها عدة تعاريف من أبرزها:

- **تعريف (1):"** طريقة علمية لمعالجة مشاكل تقديم السلع والخدمات للزبون أو منظمات الأعمال الإنتاجية والخدمية، تعتمد على عدد من الافتراضات والعمليات الحسابية والعلاقات السببية بين العوامل الداخلة في تركيبة نظام الانتظار.
- **تعريف (2):** " مجموعة من المعادلات والعلاقات الرياضية التي يمكن توظيفها من أجل تحديد خصائص تشغيل لخط انتظار معين".
- **تعريف (3):** " النظرية التي تهتم بوضع الأساليب الرياضية اللازمة لحل المشاكل المتعلقة بالمواقف التي تتسم بنقاط الاختناق، أو تشكل صفوف انتظار نتيجة لوصول الوحدات الطالبة للخدمة وانتظار دورها لتلقي الخدمة".

3. أهمية صفوف الانتظار:

يوجد العديد من النواحي التي تبرز أهمية صفوف الانتظار وهي:

- ارتباط صفوف الانتظار بتخطيط وتهيئة مكان الانتظار وموقع الخدمة، وما يتطلبه ذلك من تكاليف تجهيز وتشغيل موقع تقديم الخدمة وقاعة الانتظار (مبنى، تجهيزات، معدات، موظفين ...)؛
- ارتباط صفوف الانتظار باحتمال خسارة الإيرادات، نظرا لاحتمال مغادرة العملاء لخط الانتظار قبل حصولهم على الخدمة أو رفض الانتظار من أساسه؛

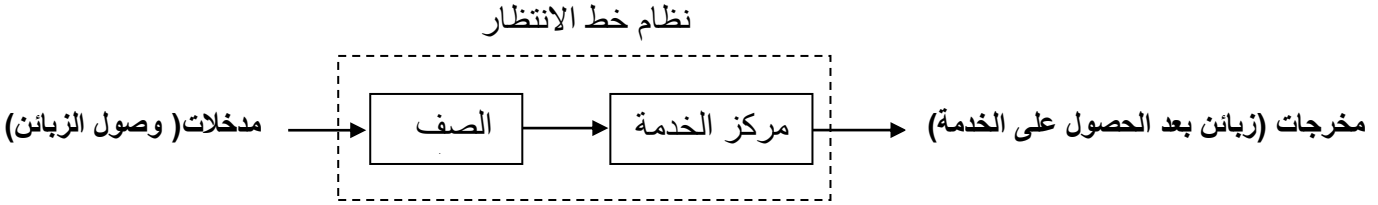
- ارتباط طول صفوف الانتظار بعدم رضا العميل وتراجع ولائه، وبالتالي تدهور سمعة المؤسسة نتيجة بطء تقديم الخدمة، واحتمال تحول العميل للمنافسين؛
- ارتباط صفوف الانتظار بحدوث ارتباك في بقية أعمال المؤسسة و /أو العملاء.

4. نظام صفوف الانتظار:

يتكون نظام صفوف الانتظار من مجموعة من الزبائن، مجموعة من مقدمي الخدمة، معدل معين لوصول الزبائن لخط الانتظار ومعدل معين لتقديم السلعة أو الخدمة لهم، ويمكن تحليله على أساس مدخل النظم إلى:

- المدخلات: وصول الزبائن لمكان تقديم الخدمة؛
- العملية: الانتظار في الصف وتقديم الخدمة أو السلعة للزبائن؛
- المخرجات: مغادرة الزبون للنظام بعد أن يحصل على الخدمة أو السلعة.

والشكل التالي يوضح عناصر نظام صفوف الانتظار:

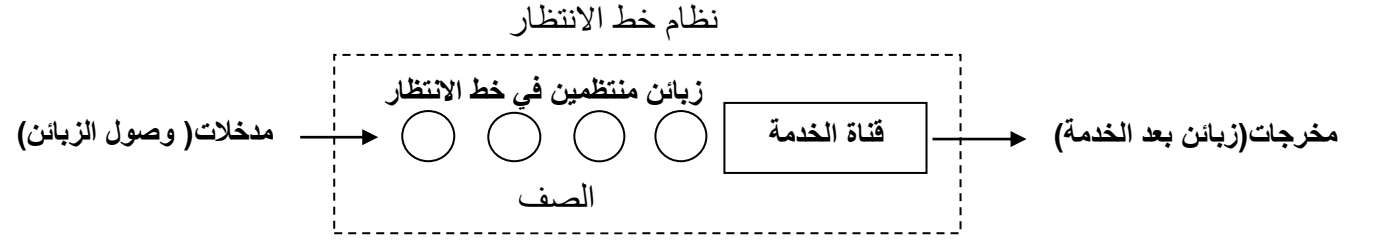


5. أنواع نظام صفوف الانتظار:

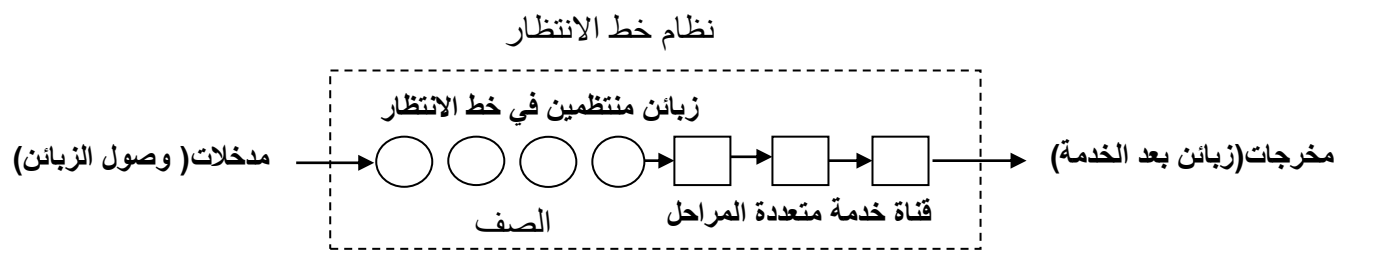
يعتبر الزبائن الطرف الأساسي في نظام الانتظار، وتنقسم صفوف الانتظارحسب العدد الأقصى المسموح به من الزبائن للوقوف في الصف إلى **خطوط انتظار غير محدودة العدد وخطوط محدودة العدد**، والافتراض العام أن خطوط الانتظار تكون محدودة العدد، كما تقسم من حيث قاعدة خدمة الزبائن الموجودين في خط الانتظار، إلى **قاعدة: من يأتي أولا يخدم أولا**، كما في المحلات التجارية والإدارات الحكومية، أو **قاعدة الأولويات** كما في قاعات الطوارئ بالمستشفيات.

كما تتنوع صفوف الانتظار حسب عدد مقدمي الخدمة (القنوات)، وعدد مراحل تقديم الخدمة(العمليات)، وأبسط الأنواع هنا هو **النظام ذو القناة الواحدة والمرحلة الواحدة**، لكن النظم الأكثر انتشارا هي **النظم متعددة القنوات**، حيث هناك عدة قنوات لتقديم الخدمة، وعندما يصل الزبون تقدم له الخدمة من أي قناة غير مشغولة، لذا تسمى **القنوات المتوازية**، حيث تعمل على تقديم الخدمة في نفس الوقت للزبائن، مثل عدة شبابيك في بنك، عدة أطباء في مستشفى... الخ، أما من حيث المراحل فتصنف نظم الانتظار إلى **نظم ذات مرحلة واحدة**، مثل صالون الحلاقة، محطة البنزين، و**نظم متعددة المراحل**، مثل إصدار جواز السفر أو رخصة القيادة وغيرها، والأشكال التالية توضح هذه الأنواع:

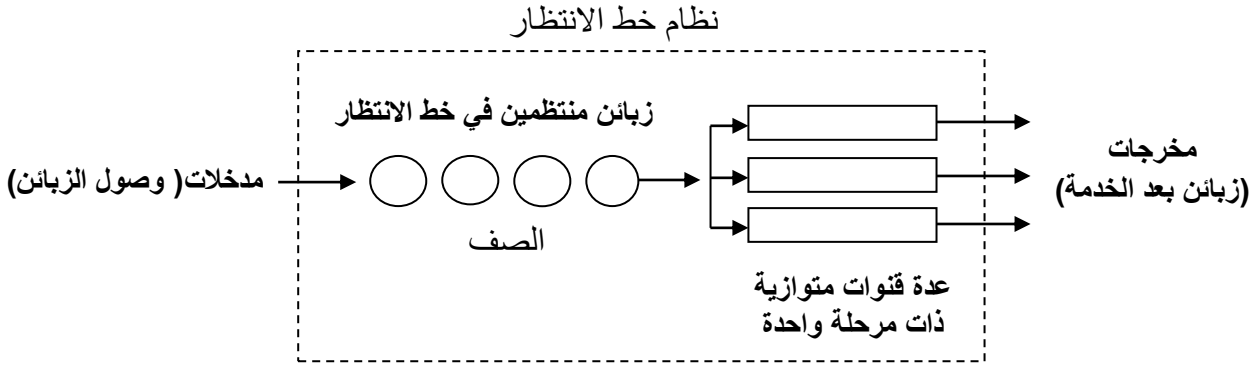
نظام انتظار من قناة خدمة واحدة ومرحلة واحدة



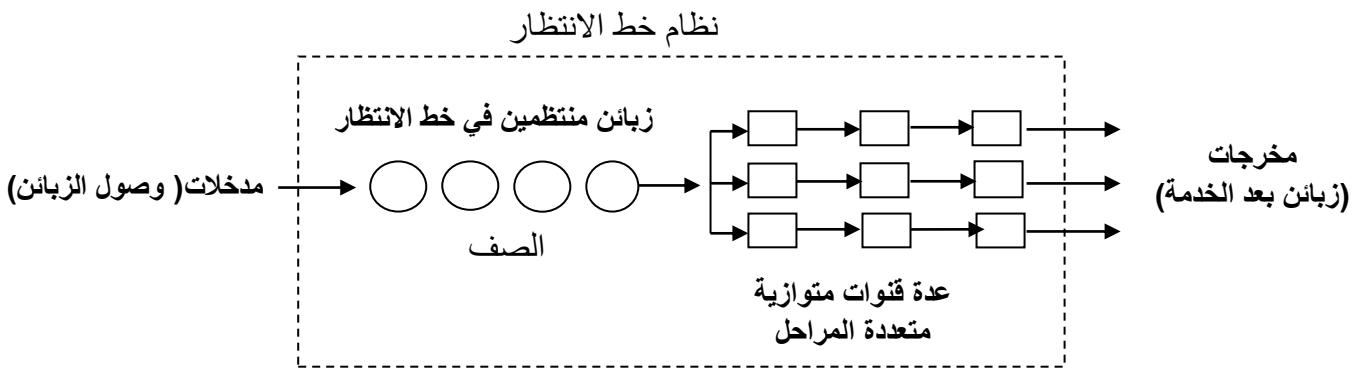
نظام انتظار من قناة خدمة واحدة وعدة مراحل



نظام انتظار من عدة قنوات متوازية ومرحلة واحدة



نظام انتظار من عدة قنوات متعددة المراحل



من الواضح أن الحالة الأولى هي أبسط أنواع نظم الانتظار، والحالة الأخيرة هي أكثرها تعقيدا، إلا أنه مهما كان نوع الشكل، فإن محطات تقديم الخدمة أو السلعة يمكن أن تأخذ الأشكال التالية:

- مرتبة على التوالي، حيث يجري تقديم الخدمة على عدة مراحل متتالية، بحيث أن المحطة الأخيرة هي التي يحصل عندها الزبون على السلعة أو الخدمة بشكل كامل.
- مرتبة على التوازي، حيث أن أي خط يتضمن محطة مستقلة عن المحطات الأخرى لتقديم الخدمة وبشكل متكامل.

أما بالنسبة لخطوط الانتظار فيمكن أن تأخذ الأشكال التالية:

- مرتبة على التوالي، حيث ينتظم الزبائن في خط انتظار بحيث يحصل الزبون على الخدمة المطلوبة في آخر محطة خدمة.
- رتبة على التوازي، حيث هناك أكثر من خط انتظار ولحد، وكل خط انتظار هو مستقل عن الآخر.

6. مكونات نظام خطوط الانتظار:

يتكون كل نظام انتظار من العناصر التالية: الزبائن(نمط الوصول)، خط الانتظار(الطاقة الاستيعابية)، مراكز الخدمة (العدد، زمن الخدمة، نمط الخدمة)، وفيما يلي شرح كل منها:

أ. أنماط وصول الزبائن:

يقصد به وصول الزبائن على انفراد أو مجموعات، حيث يخضع الوقت المستغرق بين وصول زبون وآخر (بشكل مستقل عن بعضهما) لمكان الخدمة إلى توزيع احتمالي يسمى توزيع يواسون، ويعني أن احتمال الوصول في فترة زمنية معينة لزبون ما، لا يعتمد على الوقت الذي يتم به الوصول، وإنما على الفترة الفاصلة بين عمليات الوصول، وهذه الفترة قد تكون ثابتة أو متغيرا عشوائيا بتوزيع احتمالي معروف، وبشكل عام يتم تقسيم أنماط وصول الزبائن إلى نوعين هما:

- الأسلوب المنتظم كما في خطوط الإنتاج.

- الأسلوب العشوائي وهو الأكثر أهمية وموضع الاهتمام، نظرا لقدوم الزبائن بشكل عشوائي، مما يؤدي لظهور مشكلة خطوط الانتظار.

ب.وقت تقديم الخدمة:

يقصد به الوقت اللازم لمقدمي الخدمة لتقديم الخدمة لأحد الزبائن، وقد يكون **وقتا ثابتا أو متغيرا عشوائيا** ذو توزيع احتمالي معروف، ويخضع هذا الوقت إلى توزيع احتمالي يسمى التوزيع الأسي، وهو قائم على أن أوقات تقديم الخدمة مستقلة عن بعضها البعض.

ج. عدد مراكز تقديم الخدمة في النظام:

يطلق عليها قنوات تقديم الخدمة، قد تكون **مركز واحد أو مراكز متعددة**، ويمكن أن تكون شخصا أو فريق عمل أو آلة أو غير ذلك، كما أن خط الانتظار لا يعني بالضرورة التواجد المادي للزبائن في مكان واحد أمام مركز الخدمة، فقد يكون الزبائن منتشرين في أماكن متباعدة، وتقوم قناة خدمة بالانتقال إليهم (سيارة الإسعاف مثلا)، ويعتمد عدد مراكز تقديم الخدمة في النظام على عدد الزبائن الواصلين إلى موقع الخدمة في فترات زمنية ثابتة أو عشوائية، كما يعتمد على عدد محطات تقديم الخدمة.

د. الطاقة الاستيعابية لمكان الخدمة:

يقصد به عدد الزبائن، سواء كانوا في مرحلة الخدمة أو في مرحلة الانتظار المسموح لهم بالتواجد في مكان الخدمة في نفس الوقت، علما أن مكان الخدمة قد تكون له طاقة **محدودة** أو **غير محدودة** لاستقبال الزبائن.

هـ. ترتيب خدمة الزبائن:

يسمى أساس تقديم الخدمة، وينقسم إلى نوعين:

- **الأساس المنتظم:**

تتسم بالترتيب وفقا لقاعدة واضحة، قد تكون القاعدة: **من يصل أولا يحصل على الخدمة أولا** First-come, first served(FCFS)، وهو الأكثر شيوعا في الحياة العملية، مثل شراء تذاكر المباريات، دفع قيمة المشتريات، محطات الوقود، المصالح الحكومية، حيث يحصل الزبون القادم أولا على الخدمة، ثم الذي يليه ... وهكذا، وقد تكون القاعدة: **من يصل أخيرا، يحصل على الخدمة أولا** Last come-first served (LCLS)، وتظهر هذه الحالة في سحب المواد من المخازن، بعكس الترتيب الذي يتم بموجبه تخزينها، أي استهلاك البضاعة التي خزنت أخيرا لأنها تكون في متناول اليد، أو ركوب المصعد (عادة من يركب أخيرا ، يكون أول من يغادر المصعد).

- **الأساس غير المنتظم:**

قد تكون تقديم الخدمة بشكل **عشوائي** Service in random order(SIRO)، فيتم اختيار العنصر وخدمته بغض النظر عن وقت وصوله، كما هو الحال في تجمع الزبائن أمام شباك التذاكر للحصول على الخدمة، وقد تكون بشكل **مقصود حسب الأفضلية** Service in priorities(SIP)، بسبب ظروف استثنائية طارئة، مثل قاعة الطوارئ في المستشفى، حيث تسري قاعدة تقديم الخدمة حسب الحالة المرضية، فمن كانت حالته خطيرة، تكون له الأولية في الحصول على الخدمة، حتى وإن كان وصوله متأخرا، أو للعملاء الذين يرتدون اللباس الرسمي لأنهم على رأس عملهم وللوقت أهمية لديهم، أو العملاء الذين قاموا بحجز مسبق.

7. فرضيات نظرية صفوف الانتظار:

من أجل النمذجة الرياضية لمشكلة صفوف الانتظار، فإنه يجب تبسيطها من خلال عدة افتراضات أهمها:

- عدد الزبائن الذين يدخلون نظام خطوط الانتظار يتكون من عدد لانهائي من الزبائن طالبي الخدمة؛
- يصل الزبائن إلى نظام خطوط الانتظار بشكل أفراد وليس جماعات؛
- نظام تقديم الخدمة يتسم بالترتيب، حيث من يصل أولا يحصل على الخدمة أولا؛
- الزبائن لا يتركون دورهم بسبب طول خط الانتظار؛
- توجد أماكن كافية لاستيعاب جميع الزبائن الذين يقفون في خط الانتظار؛
- متوسط معدل وصول الزبائن λ، ومتوسط معدل تقديم الخدمة μ ثابتان، أي لا يتغيران بتغير الزمن.

- معدل وصول الزبائن λ (... زبون/ وحدة الزمن) أصغر من متوسط معدل تقديم الخدمة μ (... زبون/ وحدة الزمن). أي: λ<μ.

بناء على الافتراضات السابقة، على القائمين على نظام إدارة الخدمة أن يعيدوا النظر في مكونات المزيج التسويقي (المنتج، السعر، الأفراد، العملية، البيئة المادية، الترويج والتوزيع)، حتى تكون ملائمة لطبيعة الخدمة، وذلك من خلال تهيئة موقع الخدمة وفق ترتيب ملائم لتقديم الخدمة إلى المستهلك النهائي أو الوسيط، وتوفير كل التسهيلات الضرورية لتقديم الخدمة والحصول عليها، كما هو الحال في شبابيك تقديم الخدمة في البنوك أو مضخات تعبئة الوقود في محطات المنتجات النفطية.

8. القوانين الاحتمالية لنظرية صفوف الانتظار:

بما أن قدوم الزبائن وزمن تقديم الخدمة لهم، يتميزان بالعشوائية في معظم الأحيان، فإن النمذجة الرياضية لمشكلة صفوف الانتظار تعتمد على قوانين التوزيعات الاحتمالية، وهو ما نوضحه فيما يلي:

أ. نمط وصول الزبائن يتبع توزيع بواسون:

يقصد به الآلية التي تحكم عملية توليد الاحتياج للخدمة، وبالتالي قدوم الزبائن إلى النظام، ونظرا للطبيعة العشوائية لهذه العملية، بحيث يصعب التنبؤ بها بدقة، فإنه يتم اللجوء إلى التوزيعات الاحتمالية لهذا الغرض، والافتراض العام لنظرية خطوط الانتظار هو أن قدوم الزبائن يخضع لتوزيع بواسون، حيث يتم تقدير عدد الزبائن القادمين في لحظة معينة باستخدام هذا التوزيع، وهو ما يعني أنه رغم الطبيعة العشوائية لقدوم الزبائن، فإنه يفترض تذبذبا وفق شكل معين(توزيع بواسون)، وبمعدل متوسط ثابت بغض النظر عن العدد الموجودين في الصف.

ويحدد توزيع بواسون نمط الوصول بافتراض ثابت لا يعتمد على الزمن أو طول خط الانتظار أو أي خاصية عشوائية له، فهو يحدد احتمال حدوث وصول الزبائن في فترة معينة بالعلاقة التالية:

$$P(t , t+\Delta t)= \lambda \Delta t$$

وتكون هذه العلاقة صحيحة عندما يقترب Δt من 0 (تكون صغيرة جدا)، ويسمى خط الانتظار الذي يتم فيه الوصول تبعا لهذه العلاقة بخط وصول بواسون، أما قانون توزيع بواسون فيأخذ الصيغة التالية:

$$P(x)= \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

حيث: λ معدل الوصول المتوسط للزبائن(متوسط عدد الزبائن الذين يصلون خلال فترة محددة إلى خط الانتظار).

x عدد الزبائن الذين يصلون في لحظة معينة.

e العدد اللوغاريتمي الطبيعي، ويساوي 2.71828.

x! القيمة العاملية للمتغير x(مضروب x)، حيث: $x!= 1 \times 2 \times 3 \ldots \times x$

وتعني هذه العلاقة احتمال وصول x زبونا في فترة زمنية معينة، استنادا إلى معدل الوصول إلى النظام، فمثلا إذا كان معدل الوصول هو 6 زبائن في الساعة في المتوسط، فإن احتمال وصول 3 زبائن فقط في ساعة معينة يكون كما يلي:

$$P(3)= \frac{6^3 e^{-6}}{3!} = 216(0,002)/(3)(2)(1) = 0,072$$

أي أن احتمال قدوم 3 زبائن في ساعة ما هو 7.2 %.

ب. زمن الخدمة يتبع التوزيع الأسي:

يقصد بها الفترة اللازمة لتقديم الخدمة بدءا من لحظة وصول الزبون لمحطة الخدمة، وحتى انجاز الخدمة المطلوبة، ويصعب تحديد هذا الزمن في أغلب الأحيان، حيث يختلف زمن تقديم الخدمة باختلاف الزبائن، وهنا تظهر الطبيعة العشوائية لتقدير زمن الخدمة، مما يستدعي استخدام التوزيعات الاحتمالية لتقدير أزمنة الخدمة، إلا أنه غالبا تفترض جميع نماذج خطوط الانتظار وجود نفس التوزيع لجميع قنوات الخدمة.

وعمليا فإن التوزيع الأكثر استخداما لزمن الخدمة هو التوزيع الأسي، الذي يقوم على استخدام العلاقة التالية في حساب احتمال أن تتم خدمة الزبون خلال فترة زمنية t:

$$P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

حيث: λ متوسط عدد الزبائن الذين تتم خدمتهم في فترة زمنية معينة(معدل الخدمة)؛

t زمن الخدمة؛

e أساس اللوغاريتم الطبيعي وقيمته 2.71828

فعندما يكون معدل الخدمة 6 زبائن/ سا، فإن احتمال أن تتم خدمة زبون خلال 10 د (0.17 سا) هو:

$$P(t \leq 0,17) = 1 - e^{-(6)(0,17)} = 1 - 0,368 = 0,63.$$

9. القوانين الرياضية لنظرية خطوط الانتظار:

n عدد الوحدات (الزبائن) في النظام.

λ معدل وصول الزبائن في وحدة الزمن.

μ معدل تقديم الخدمة للزبون في وحدة الزمن.

P معامل الاستخدام (النظام مشغول).

P_0 معامل عدم الاستخدام(النظام شاغر).

P_n احتمال وجود n من الوحدات في النظام.

Ls عدد الوحدات المتوقع في النظام.

Lq عدد الوحدات المتوقع في النظام وفي خط الانتظار.

Ws متوسط الوقت المستغرق في النظام.

Wq متوسط الوقت المستغرق في النظام وفي خط الانتظار.

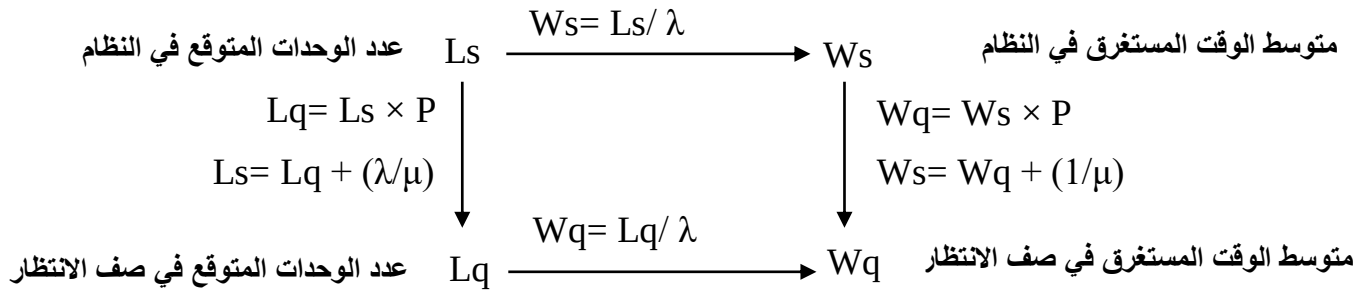
$$P = \frac{\lambda}{\mu} \qquad P_0 = 1 - P = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$

$$P_n = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 \qquad P_n = (P)^n P_0 = (P)^n (1 - P)$$

$$Ls = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \qquad Lq = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$Ws = \frac{1}{\mu - \lambda} \qquad Wq = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

وبناء على ذلك فإن النماذج الرياضية لخطوط الانتظار هي:



10. مواصفات حالات الوصول وتقديم الخدمة في نظام الانتظار:

يمكن أن نميز بين نوعين من حالات الوصول وتقديم الخدمة:

أ. الحالة الأولى: نظام ذو مواصفات منتظمة

يكون وصول الزبائن بانتظام، وتقديم الخدمة بانتظام من طرف مراكز الخدمة، يمكن تقسيمها إلى ثلاث أنواع وهي:

- **النوع الأول:** تصميم النظام بدون خط انتظار، مع وجود خط عاطل في مركز الخدمة، وتحدث هذه الحالة عندما يكون معدل تقديم الخدمة أكبر من معدل الوصول، فمثلا إذا كان معدل الوصول 10 زبائن/ سا، ومعدل الخدمة 12 زبون/ سا، فإن معامل الاستخدام= 12/10= 0.83 = 83%؛ ومنه: نسبة عدم الاستخدام أو الطاقة الفائضة = 17%.
- **النوع الثاني:** تصميم النظام بدون خط الانتظار، وبدون قت عاطل في عملية تقديم الخدمة، وذلك عندما يكون معدل وصول الزبائن λ يساوي معدل تقديم الخدمة μ.
- **النوع الثالث:** تصميم النظام بوجود خط الانتظار وبدون وقت عاطل، وذلك عندما يكون معدل تقديم الخدمة أقل من معدل وصول الزبائن.

ب. الحالة الثانية: نظام ذو مواصفات عشوائية

يجعل من الصعب تحديد معدلات ثابتة لوصول للزبائن، أو معدلات ثابتة لتقديم الخدمة، وعليه يتم تحليل وصول الزبائن وتقديم الخدمة لإيجاد التوازن الذي يجعل التكاليف الكلية (تكاليف الانتظار وتكاليف تقديم الخدمة) أقل ما يمكن، وهذا ما يعرف بالتحليل الاقتصادي لصفوف الانتظار:

11. أشكال نماذج صفوف الانتظار:

غالبا ما يتم التركيز على عدد قنوات الخدمة بسبب أهميتها في جودة الخدمة، وهنا نميز بين نوعين من نماذج صفوف الانتظار هما:

أ. نموذج صفوف الانتظار ذات القناة الواحدة:

يرمز لها بـ M/M/1، تنطلق من الشروط التالية: عدد غير محدود من الزبائن؛ وجود مركز واحد لتقديم الخدمة (1 مركز خدمة)؛ قاعدة تقديم الخدمة هي من يصل أولا يخدم أولا؛ معدل تقديم الخدمة μ أكبر من معدل الوصول λ. أوقات الوصول **بواسونية**، وأوقات الخدمة **أسية**.

ب. نموذج خطوط الانتظار ذات القنوات المتعددة:

يرمز لها بـ M/M/S، تنطلق من الشروط التالية: وجود أكثر من مركز لتقديم الخدمة (S مركز خدمة)؛ معدل وصول الزبائن يتبع توزيع بواسون؛ معدل تقديم الخدمة يتبع التوزيع الأسي؛ أسلوب تقديم الخدمة وفق قاعدة: من يصل أولا، يخدم أولا.

12. التحليل الاقتصادي لصفوف الانتظار :

إن القرارات التي تشمل تصميم صفوف الانتظار تعتمد على التقييم الموضوعي لخصائص نظام الانتظار، مثلا المدير قد يقرر أن متوسط وقت الانتظار دقيقة أو أقل وأن وجود عميلين أو أقل في النظام يعد من الأهداف المعقولة، ومن جهة أخرى قد يرغب المدير في التعرف على تكلفة نظام الانتظار، ثم يحدد القرار الخاص بتصميم النظام على أساس أقل تكلفة ممكنة للساعة أو اليوم.

ويمكن تمييز تكاليف الانتظار وتكاليف الخدمة من خلال الخصائص التالية لهما:

أ. تكلفة الانتظار Cost Waiting(Cw):

تتمثل في عدم رضا الزبائن واحتمال ترك خط الانتظار أو عدم الانتظار من الأساس، مما يسبب خسارة في الإيرادات (تكلفة فرض البيع الضائعة)، وهذه التكاليف تتناسب عكسيا مع مستوى الخدمة (عدد مراكز الخدمة)؛

ب.تكلفة تقديم الخدمة Cost service(Cs):

تتمثل في تكاليف تهيئة وتجهيز موقع الخدمة، وتشمل تكاليف المبنى، المعدات، الأجور، مصاريف تشغيل أخرى...)، وهي تتناسب طرديا مع مستوى الخدمة.

ليكن: Cw تكلفة الانتظار لكل زبون لكل فترة زمنية؛

L متوسط عدد الزبائن في النظام؛

Cs تكلفة الخدمة لكل قناة لكل فترة زمنية؛

K عدد قنوات الخدمة؛

TC إجمالي التكلفة لكل فترة زمنية؛

إجمالي التكلفة هي مجموع تكلفة الانتظار وتكلفة الخدمة أي:

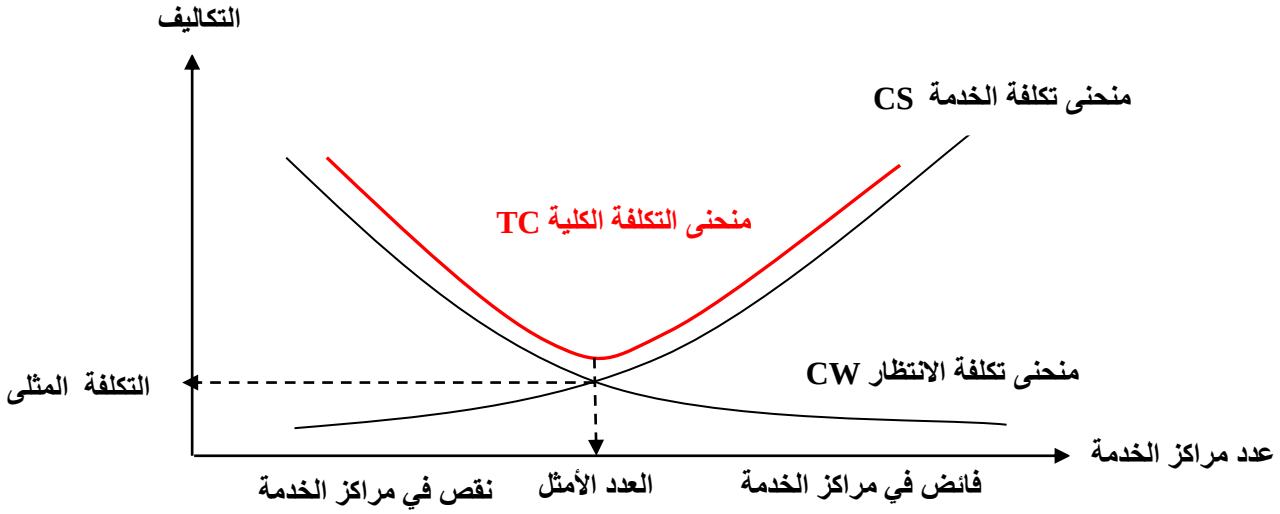
$$TC = CsK + CwL$$

يمكن التعبير عنها بطريقة أخرى كما يلي : التكلفة الكلية = تكلفة الانتظار + تكلفة الخدمة

التكلفة الكلية= (تكلفة الانتظار لكل وحدة ×متوسط عدد الوحدات في النظام)+(تكلفة الخدمة لكل منفذ× عدد المنافذ)

ويشمل التحليل الاقتصادي لنظام الانتظار، تحديد تكاليف نظام الانتظار (تكلفة الانتظار، تكلفة الخدمة، التكلفة الكلية)، وعلاقتها بمستوى الخدمة (عدد محطات أو قنوات الخدمة)، ثم اختيار عدد المحطات الذي يحقق أدنى تكلفة ممكنة لنظام الانتظار، وهو ما يوضحه التمثيل البياني التالي:

العلاقة بين تكاليف الانتظار وتكاليف الخدمة والتكاليف الكلية



نلاحظ من التمثيل البياني، أن التكاليف الكلية TC هي أقل ما يمكن عند نقطة تقاطع منحنى تكاليف الانتظار CW وتكاليف الخدمة CS، علما بأن: TC= CW + CS، أما بعد نقطة التقاطع فيكون هناك فائض في قنوات الخدمة، يؤدي إلى ارتفاع تكاليف تقديم الخدمة، وبالتالي ارتفاع إجمالي التكاليف، أما قبل نقطة التقاطع فيكون هناك نقص في قنوات الخدمة، يؤدي إلى ارتفاع تكاليف الانتظار، وبالتالي ارتفاع إجمالي التكاليف.

تمرين:

يصل المشجعين إلى ملعب كرة القدم وفق توزيع بواسون بمعدل 105 مشجع/ سا، ويوجد صراف واحد لبيع التذاكر للمشجعين، زمن الخدمة يتبع التوزيع الأسي بمتوسط 30 ثا.

المطلوب: إيجاد مقاييس أداء النظام.

الحل:

معدل الوصول: $\lambda = 105$ (مشجع/ سا)

معدل تقديم الخدمة: $\mu = 3600/30 = 120$ (مشجع/ سا)

إذن الشرط: $\lambda < \mu$ محقق.

احتمال أي يكون النظام مشغول:

$$P = \lambda/\mu = 105/120 = 0,875 = 87,5\%$$

87.5% من المشجعين يجب أن ينتظروا حتى يحصلوا على التذاكر.

متوسط عدد المشجعين في النظام (صف الانتظار وقطع التذكرة):

$$Ls = P/(P-1) = 0,875/(1-0,875) = 7 \text{ مشجع}$$

متوسط عدد المشجعين في صف الانتظار:

$$Lq = Ls \times P = 7(0,875) = 6,125 = 6 \text{ مشجع تقريبا}$$

متوسط الوقت الذي يمضيه المشجع في النظام:

$$Ws = Ls/\lambda = 7/105 = 0,0666 \text{ h} = 0,0666 \times 60 = 4 \text{ دقيقة}$$

يمضي المشجع في المتوسط 4 دقائق تقريبا في النظام (الوقوف في صف الانتظار وقطع التذكرة من الشباك).

متوسط الوقت الذي يمضيه المشجع في صف الانتظار:

$$Wq = Lq/\lambda = 6,125/105 = 0,0583 \text{ h} = 0,0583 \times 60 = 3,5 \text{ دقيقة}$$

يمضي المشجع في المتوسط 3.5 دقيقة في صف الانتظار.