

سلسلة الأعمال الموجهة رقم 1

التمرين الأول

باستعمال البرهان المباشر، برهن على صحة القضايا التالية :

•1 من أجل كل n من \mathbb{Z} فإن $(16n^2 - 48n + 33)$ من \mathbb{N} .

•2 من أجل كل x من \mathbb{Q}_+^* فإنه يوجد n من \mathbb{N} يحقق $n > x$.

•3

$$r + 2r + 3r + \dots + nr = \frac{n(n+1)r}{2}$$

التمرين الثاني

باستعمال البرهان بالخلف ، برهن على صحة القضايا التالية :

•1

$$\forall \varepsilon > 0, |a - b| < \varepsilon \Rightarrow a = b$$

•2 من أجل كل عددين حقيقيين a و b إذا كان $\frac{a}{1+b} = \frac{b}{1+a}$ فإن $a = b$.

•3

$$\forall n \in \mathbb{N}^* : \frac{1}{n^2} \leq \frac{2}{n(n+1)}$$

التمرين الثالث

باستعمال البرهان بعكس النقيض ، برهن على صحة القضايا التالية :

•1 من أجل كل عددين حقيقيين a و b إذا كان $a \neq b$ فإن $\sqrt{a} \neq \sqrt{b}$.

•2 ليكن $n \in \mathbb{N}$ ، برهن أنه إذا كان n^2 عدد زوجي فإن n عدد زوجي .

التمرين الرابع

باستعمال البرهان بالمثال المضاد ، برهن على صحة القضايا التالية :

•1

$$\forall x, y \in \mathbb{N} : (x + y - xy) \in \mathbb{N}$$

•2

$$\forall x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2} = x$$

•3 برهن أن $(\forall x \in \mathbb{R} : x^2 - 1 \neq 0)$ قضية خاطئة .

التمرين الخامس

برهن بفصل الحالات أنه إذا كان n مجموع مربعين فإن باقي قسمة n على 4 يختلف عن 3 .

التمرين السادس

برهن بالتراجع :

•1

$$\forall n \in \mathbb{N} : 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2$$

•2 ليكن a و b عددين حقيقيين موجبان تماما حيث $a > b$. أثبت أنه مهما كان $n \in \mathbb{N}$ فإن $(a^n - b^n)$ يقبل القسمة على $(a - b)$.