Université Mohammed Khider de Biskra
Département Mathématiques
Module: Modélisation et Simulation

Première Année Master
Option: Stat & Proba
2025/2026

Enoncé du TP

On considère des paires de points $(x_i, y_i), i = 1, ..., n$ et on modélise leur relation par le modèle linéaire simple

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \epsilon_i, \tag{1}$$

avec $\epsilon_i (i = 1, ..., n)$ erreurs *i.i.d.*, avec $E(\epsilon_i) = 0$ et $VAR(\epsilon_i) = \sigma^2$ pour tout i. Soient $\hat{\beta}$ et $\hat{\alpha}$ les estimateurs de β et α respectivememnt, obtenu par la méthode des moindres carrés ordinaires.

Si on introduit l'hypothèse que les ϵ_i suivent une loi normale $N(0, \sigma^2)$, alors on peut montrer que les estimateurs $\hat{\beta}$ et $\hat{\alpha}$ ont des propriétés très intéressantes, en particulier ils sont consistants et asymptotiquement normaux. Par exemple, pour $\hat{\beta}$ on a

1. $E(\hat{\beta}) = \beta$
2. $MSE(\hat{\beta}, \beta) = 0$ lorsque $n \to \infty$
3. $\frac{\hat{\beta}-\beta}{\sqrt{VAR(\hat{\beta}}} \to N(0, 1)$.

Dans ce travail, nous cherchons à vérifier par simulation si les trois propriétés ci-dessus restent valides lorsque ϵ_i ne suit pas une distribution normale. Pour ce faire, nous considérerons le modèle suivant :

$$Y_i = 10 + 2X_i + \epsilon_i, \tag{2}$$

avec x_i suivent une loi uniforme $U_{[0,10]}$ et

Cas 1 : Les ϵ_i suivent une loi normale $N(0, 3^2)$ (pour confirmation).

Cas 2 : Les ϵ_i suivent une loi uniforme $U_{[-3,3]}$ (pour vérification).

Cas 3 : Les ϵ_i suivent une loi de Student de degrés de liberté 3 (pour vérification).

Que peut-ont conclure?

Remarque :

- Pour obtenir les estimations des paramètres du modèle en utilisant la méthode MCO, utilisez la fonction ***regress*** prédéfinie dans Matlab.
- Pour vérifier la normalité asymptotique, utilisez la fonction ***histfit*** prédéfinie dans Matlab, qui vous permet de superposer la distribution normale sur l'histogramme.
- Le rapport du travail et le programme Matlab conçus doivent être remis au plus tard le **mercredi 10 décembre 2025 à 23h59**.
- Le travail peut être effectué en binôme ou individuellement.