

Interrogation: Tests Statistiques

Examen noté sur 10

Soit $(X_1, \dots, X_n)$ un échantillon, de taille $n \geq 1$, d'une population normale X de moyenne μ et d'écart-type 2. A partir d'un échantillon de taille 12, on veut tester, au niveau de signification $\alpha = 0.02$, les deux hypothèses suivantes:

$$\begin{cases} H_0 : & \mu \leq 1 \\ H_1 : & \mu > 1 \end{cases}$$

1. Quelle est la statistique du test associée au test uniformément le plus puissant? (1.5pts)
2. Quelle est la région critique associée à ce test? (2pts)
3. Donner la forme du test uniformément le plus puissant, noté δ . (1/2pt)
4. Dédire des questions précédentes, la valeur de $\mathbf{E}_{\mu=1} [\delta]$ et quelle est, dans ce cas, la loi de probabilité de δ ? (1pts)
5. Déterminer l'expression de $\mathbf{E}_{\mu} [\delta]$, pour $\mu \in \mathbb{R}$. Que représente cette quantité? (2pts)
6. Déterminer le risque de première espèce. (1/2pt)
7. Quelle est la relation entre le risque de première espèce et le seuil de signification α , en justifiant la réponse? (1pt)
8. Tracer "soigneusement" le graphe de la fonction puissance. (1.5pts)

Remarque importante: Une copie bien soignée = Une copie bien considérée.