

سلسلة رقم -2-

تمرين 01: أوجد مجموعة تعريف الدوال الآتية:

$$f_4(x) = \frac{1}{x^2-5x+6} \quad , \quad f_3(x) = \frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \quad , \quad f_2(x) = (\sqrt{x})^2 \quad , \quad f_1(x) = \sqrt{x^2+x+1}$$

$$f_8(x) = \sqrt{|x|} \quad , \quad f_7(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} \quad , \quad f_6(x) = \sqrt{x^2-3x-4} \quad , \quad f_5(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$$

تمرين 02: أدرس شفعية الدوال التالية

$$f_1(x) = \frac{1}{x^2+1} \quad , \quad f_2(x) = \sqrt{x^2+x-1} - \sqrt{x^2-x-1} \quad , \quad f_3(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$$

تمرين 03: أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2-2x+7}}{3x+1} \quad , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+2-\sqrt{x}) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3+2x^2+x+2}{x^2+x-2} \quad , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+1} - x$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x+2+\sqrt{x^2+x}) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{x^2-2x+1} \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2-3x+2} \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x^2}}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-2x}) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x+1 - \sqrt{x^2+x-2})$$

التمرين 04: لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[-2, 3]$

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2, & x \in [-2, 0[\\ x, & x \in [0, 3[\end{cases}$$

- 1- مثل بيانيا الدالة f
- 2- هل تقبل الدالة f نهاية عند 0 ؟
- 3- هل الدالة f مستمرة على المجال $[-2, 3]$ ؟ أذكر مجالا تكون فيه الدالة f مستمرة

التمرين 05 :

1. حدد مجال استمرارية الدوال:

$$1- f(x) = \frac{x+2}{x^2-3x+2} \quad 2- f(x) = \sqrt{x^2-4} \quad 3- g(x) = \frac{\sin x}{x^2-1} \quad 4- f(x) = \sqrt{\frac{3(x^4-16)}{2(x^3-8)}}$$

2. أدرس استمرارية الدوال التالية على $\mathbb{R}$

$$1) f(x) = \begin{cases} -x^2 + x + 2, & x \leq 1 \\ \frac{1}{2}x + 1, & x > 1 \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-1}{x-1}, & x \neq 1 \\ 3, & x = 1 \end{cases}$$

التمرين 06 :

1. أثبت أن المعادلة $x^3 - 4x = 0$ تقبل على الأقل حلا في المجال $[-3, -2]$

2. f دالة عددية معرفة كما يلي $f(x) = 3x^3 - 2x - \frac{1}{4}$

a. أحسب $f(-1)$ ، $f(-\frac{1}{2})$ ، $f(0)$ ، $f(1)$

b. استنتج أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل على الأقل ثلاثة حلول في المجال $[-1, 1]$

3. لتكن f دالة مستمرة على المجال $[-, +\infty[$ و جدول تغيراتها هو الاتي:

x	-3	0	2	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$		4	2
		-2		

بين أن المنحى (Γ_f) الممثل لدالة f يقطع محور الفواصل في نقطتين مختلفتين يطلب إعطاء حصرا لفاصلتيهما

التمرين 07 :

1- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند x_0

$$f(x) = \frac{x}{x+1} , x_0 = 1$$

$$f(x) = \sqrt{|x-4|} , x_0 = 4$$

2- لتكن f الدالة العددية المعرفة بـ $f(x) = \sqrt{x+1}$

- حدد مجموعة تعرف f

- ليكن $a \in]-1, +\infty[$ ، أحسب $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ - ماذا تستنتج؟

- ليكن $a = -1$ ، أحسب $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ - ماذا تستنتج؟