جامعة محمد خيضر(بسكرة)
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
قسم العلوم التجارية

حل سلسلة التمارين رقم (2): تحليل الصراع في السوق – نظرية الألعاب-

حل التمرين الأول:

1. اختزال مصفوفة الدفع باستعمال قواعد السيطرة:

اختزال الأسطر: المؤسسة (اللاعب) A

اللاعب A هو لاعب تعظيم العوائد (لاعب التكبير)، لذا فإن الإستراتيجية التي تحقق له عوائد أكبر من إستراتيجية أخرى مهما كانت إستراتيجية اللاعب B، تسمى إستراتيجية مسيطرة (لذا تبقى)، والإستراتيجية الأخرى تسمى إستراتيجية مستبعدة (لذا تحذف).

بما أن: $0 \geq 4-$، و: $5- \geq 5-$، و: $4 \geq 5-$، إذن الصف الأول (الإستراتيجية x_1) مسيطر، والسطر الثالث (الإستراتيجية x_3) مستبعد، ومنه يحذف السطر الثالث (الإستراتيجية x_3).

اختزال الأعمدة: المؤسسة (اللاعب) B

اللاعب B هو لاعب تقليل الخسائر (لاعب التصغير)، لذا فإن الإستراتيجية التي تحقق له خسائر أقل من إستراتيجية أخرى مهما كانت إستراتيجية اللاعب A، تسمى إستراتيجية مسيطرة (لذا تبقى)، والإستراتيجية الأخرى تسمى إستراتيجية مستبعدة (لذا تحذف).

بما أن: $3 \geq 2$، و: $4 \leq 5-$، إذن العمود الثاني (الإستراتيجية y_2) مسيطر، والعمود الثالث (الإستراتيجية y_3) مستبعد، ومنه يحذف العمود الثالث (الإستراتيجية y_3).

المؤسسة A \ المؤسسة B	y_1	y_2	y_3
x_1	5	-5	4
x_2	7	2	3
~~x_3~~	~~4~~	~~-5~~	~~0~~

وبناء عليه تصبح المصفوفة المختزلة كما يلي:

المؤسسة A \ المؤسسة B	y_1	y_2
x_1	5	-5
x_2	7	2

2. طبيعة العلاقة بين قيمتي اللعبة V_1 وV_2:

المؤسسة A \ المؤسسة B	y_1	y_2	$\min_j$
x_1	5	-5	-5
x_2	7	2	2
$\max_i$	7	2	

نتيجة اللعبة بالنسبة للاعب A (ربح) $V_1 = \max_i \min_j(a_{ij}) = 2$

نتيجة اللعبة بالنسبة للاعب B (خسارة) $V_2 = \min_j \max_i(a_{ij}) = 2$

إذن: $V_1 = V_2$، توجد نقطة سرج (التقاء أو تعادل)، وبالتالي توجد إستراتيجية مثلى وحيدة لكل لاعب (تسمى خالصة أو صافية لأنه يلعبها بشكل دائم)، وهي الإستراتيجية x_2 بالنسبة للاعب A، والإستراتيجية y_2 بالنسبة للاعب B. ونتيجة اللعبة هي $V = 2$ (ربح 2 للاعب A، وخسارة 2 للاعب B).

حل التمرين الثاني:

1. اختزال مصفوفة الدفع: بتطبيق قواعد السيطرة نجد:

بالنسبة للأسطر نلاحظ أن: $5 \geq 5$، $8 \geq 10$، $4- \geq 2-$، إذن الإستراتيجية x_2 تسيطر على الإستراتيجية x_3، ومنه نحذف الإستراتيجية x_3، لأن الإستراتجية x_3 تحقق للشركة A عائد أقل من عائد الإستراتيجية x_2، وهذا مهما كانت إستراتيجية الشركة B.

بالنسبة للأعمدة نلاحظ أن: 0 ≥-3، 10 ≥5، إذن الإستراتيجية y_1 تسيطر على الإستراتيجية y_2، ومنه نحذف الإستراتيجية y_2

الشركة الثانية(اللاعب الثانى)

الشركة الأولى(اللاعب الأول)		السوداء y_1	الحمراء y_2	البيضاء y_3
	السوداء / x_1	-3	0	2
	البيضاء /x_2	5	10	-2
	الحمراء /x_3	-5	8	-4

ومنه تصبح مصفوفة الدفع:

الشركة الأولى		الشركة الثانية: السوداء y_1	الشركة الثانية: البيضاء y_3	Min_j
	السوداء / x_1	-3	2	**-3**
	البيضاء /x_2	5	-2	**-2**
	max_i	**5**	**2**	

$V_1= Max_i\ min_j(a_{ij})= -2.$

$V_2= Min_j\ max_i(a_{ij})= 2.$

نلاحظ أن $V_2+V_1=0$، أو: $V_2= -V_1$، ومنه لا توجد نقطة سرج (لا توجد إستراتيجية مثلى صافية لكل شركة، لأن الشركة الأولى تخسر 2، والشركة الثانية تخسر 2، مع أن اللعبة ذات مجموع صفري، لذا الأفضل لكل منها البحث عن إستراتيجية مختلطة من الإستراتيجيتين المتبقيتين باحتمالات معينة.

2. البحث عن الإستراتيجيات المختلطة لكل شركة:

الشركة الأولى:

نفرض أن p احتمال تطبيق الإستراتيجية x_1، ومنه: (1- p) احتمال تطبيق الإستراتيجية x_2:

العائد المتوقع أن تحققه الشركة الأولى، إذا استخدمت الشركة الثانية الإستراتيجية y_1:

$-3p +5(1- p)= -3p +5 -5p= 5- 8p$

العائد المتوقع أن تحققه الشركة الأولى، استخدمت الشركة الثانية الإستراتيجية y_3:

$2p -2(1- p) = 2p -2 +2p = -2 + 4p.$

أعلى عائد يمكن أن تحققه الشركة الأولى عندما يكون: $4p +2- =8p -5$، ومنه بحل المعادلة نجد: $p= 7/12$، ومنه: $1- p= 5/12$.

ومنه نتيجة المنافسة بالنسبة للشركة الأولى، في حالة اختيار الشركة الثانية الإستراتيجية y_1:

$V(A/y_1)= -3(7/12) + 5(5/12) = 4/12= 1/3.$

ونتيجة المنافسة بالنسبة للشركة الأولى، في حالة اختيار الشركة الثانية للإستراتيجية y_3:

$V(A/y_3)= 2(7/12) -2(5/12) = 4/12= 1/3.$

نلاحظ أن نتيجة الإستراتيجية المختلطة ربح (1/3)، هي أفضل من نتيجة الإستراتيجية الصافية x_2 التي تحقق خسارة (-2).

إذن عند اللعب 12 مرة مثلا، فإن الشركة الأولى تستخدم الإستراتيجية x_1: 7 مرات، وتستخدم الإستراتيجية الثانية x_2: 5 مرات، وبعبارة أخرى، تستخدم الإستراتيجية x_1 لـ 58.33 % من الوقت، وتستخدم الإستراتيجية x_2 لـ 41.66 % من الوقت، مما يمكنها من تحقيق نتيجة أفضل(عائد 1/3).

الشركة الثانية:

نفرض أن q احتمال تطبيق الإستراتيجية y_1، (1-q) احتمال تطبيق الإستراتيجية y_3:

الخسارة المتوقع أن تحققها الشركة الثانية، إذا استخدمت الشركة الأولى الإستراتيجية x_1:

$-3q +2(1 – q)= -3q + 2 –q= 2- 5q$

الخسارة المتوقع أن تحققها الشركة الثانية، إذا استخدمت الشركة الأولى الإستراتيجية x_2 :

$5q -2(1 – q)= 5q -2 +2q= -2 +7q$

أقل خسارة يمكن أن تتعرض لها الشركة الثانية عندما: $7q +2- =5q -2$، ومنه بحل المعادلة نجد: $q= 4/12= 1/3$، ومنه: $1- q= 2/3$.

ومنه نتيجة المنافسة بالنسبة للشركة الثانية، في حالة اختيار الشركة الأولى للإستراتيجية x_1:

$V(B/x_1)= -3(1/3) +2(2/3) = 1/3$

ونتيجة المنافسة بالنسبة للشركة الثانية، في حالة اختيار الشركة الأولى للإستراتيجية x_2:

$V(B/x_1)= -3(1/3) +2(2/3) = 1/3$

نلاحظ أن نتيجة الإستراتيجية المختلطة خسارة (1/3)، هي أفضل من نتيجة الإستراتيجية الصافية y_3 التي تحقق خسارة (2).

إذن عند اللعب 6 مرات مثلا، فإن الشركة الثانية تستخدم الإستراتيجية y_1: مرتين، وتستخدم الإستراتيجية الثالثة y_3: 4 مرات، وبعبارة أخرى، تستخدم الإستراتيجية y_1 لـ 33.33 % من الوقت، وتستخدم الإستراتيجية y_3 لـ 66.66 % من الوقت، مما يمكنها من تحقيق خسارة أقل (1/3).

حل التمرين الثالث:

تشير الأعداد داخل الجدول إلى العائد لكل زوج من القرارات للمؤسستين، فمثلا لو أن المؤسسة A قامت بالإعلان، والمؤسسة B لم تقم بالإعلان، فإن المؤسسة A تحقق عائد + 5 (ربح)، والمؤسسة B تحقق عائد (خسارة) -15.

1. طريقة الاستراتيجيات المهيمنة

مؤسسة B / مؤسسة A	عدم الإعلان	الإعلان
عدم الإعلان	(2 , 2)	(-15 , 5)
الإعلان	(5 , -15)	(-10 , -10)

بالنسبة للمؤسسة A: نلاحظ أن: 2 ≥5 و: 15- ≥10-، ومنه استراتيجية الإعلان مهيمنة على استراتيجية عدم الإعلان مهما كانت استراتيجية المؤسسة B، إذن لا يمكن أن تستخدم المؤسسة A استراتيجية عدم الإعلان ⟸ حذف استراتيجية عدم الإعلان من الأسطر.

بالنسبة للمؤسسة B: نلاحظ أن: 2 ≥5 و: 15- ≥10-، ومنه استراتيجية الإعلان مهيمنة على استراتيجية عدم الإعلان مهما كانت استراتيجية المؤسسة A، إذن لا يمكن أن تستخدم المؤسسة B استراتيجية عدم الإعلان ⟸ حذف استراتيجية عدم الإعلان من الأعمدة.

لا يبقى في المصفوفة إلا خانة واحدة، هي خانة استراتيجيتي الإعلان بالنسبة لكلا المؤسستين، مع تحمل خسارة تساوي (10-) لكليهما.

2. طريقة توازن ناش Nash Equilibrium:

توازن ناش في نظرية اللعبة هو موقف يستمر فيه اللاعب في الاستراتيجية التي اختارها، دون وجود أي حافز للانحراف عنها، بعد الأخذ في الاعتبار استراتيجية الخصم.

مؤسسة B / مؤسسة A	عدم الإعلان	الإعلان
عدم الإعلان	(2 , 2)	○ (-15 , 5)
الإعلان	● (5 , -15)	● ○ (-10 , -10)

إذا اختارت A عدم الإعلان، فإن B ستختار الإعلان.
إذا اختارت A الإعلان، فإن B ستختار الإعلان.
إذا اختارت B عدم الإعلان، فإن A ستختار الإعلان.
إذا اختارت B الإعلان، فإن A ستختار الإعلان.

التقاطع يكون عند (الإعلان ، الإعلان)، يعني أن كل مؤسسة ستختار الإعلان بغض النظر عن الاستراتيجية المستخدمة من طرف المؤسسة الأخرى، وهو ما يسمى **حالة توازن ناش**، ويماثل نتيجة طريقة الاستراتيجيات المهيمنة.

ملاحظة:

نلاحظ أنه توجد استراتيجية أفضل (مثلى)، هي عدم الإعلان بالنسبة للمؤسستين، وتحقيق عائد 2 لكليهما، ومع ذلك لا يتم اختيار هاته الاستراتيجية من طرف كلا المؤسستين، لأن أي مؤسسة لا تستطيع تحسين عائدها من دون التسبب في تدهور عائد المؤسسة الأخرى. كما أنها تتسبب تدهور عائدها إذا قامت المؤسسة الأخرى بتغيير استراتيجيتها، فمثلا لو المؤسسة A انتقلت من الإعلان إلى عدم الإعلان، فإنه تحسن عائدها من 2 إلى 5، ولكنها تتسبب في تدهور عائد المؤسسة B من 2 إلى -15. التي ترد بدورها بالانتقال من الإعلان إلى عدم الإعلان، وبالتالي يحقق الشركتان عائد سلبي (10-). يدعى هذا الحل (عدم الإعلان ، عدم الإعلان)، وتحقيق عائد +2 لكلا المؤسستين **بالحل الأمثل لباريتو.**