

Travaux Dirigés (Serie N° 2)

Exercice N° 1 :

Le mouvement d'un milieu continu est défini dans un repère orthonormé $R=(O, e_1, e_2, e_3)$. par les relations suivantes :

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{2}(X_1 + X_2)e^t + \frac{1}{2}(X_1 - X_2)e^{-t} \\ x_2 = \frac{1}{2}(X_1 + X_2)e^t - \frac{1}{2}(X_1 - X_2)e^{-t} \\ x_3 = X_3 \end{cases}$$

- Montrer que le Jacobien est différent de zéro.
- Ecrire les équations inverse du mouvement défini par $X = \chi^{-1}(x, t)$.
- Donner en description Lagrangienne et en description Eulerienne les expressions de la vitesse et l'accélération.

Exercice N° 2 :

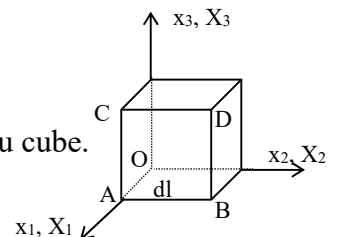
Le mouvement d'un milieu continu est défini dans un repère orthonormé $R=(O, e_1, e_2, e_3)$. par la relation vectorielle $x = \chi(X, t)$ tel que :

$$x_1 = X_1 \quad ; \quad x_2 = X_2 + t^2 X_3 \quad ; \quad x_3 = X_3 + t^2 X_2$$

- Ecrire les équations inverse du mouvement défini par $X = \chi^{-1}(x, t)$.
- Donner en description Lagrangienne et en description Eulerienne les expressions de la vitesse et l'accélération.
- Déterminer au temps $t=2s$ la vitesse et l'accélération pour :
 - La particule de coordonnées $(1,2,1)$ à l'état initial ($t=0$)
 - La particule de coordonnées $(1,0,1)$ à l'état actuel ($t=2s$)

On considère à l'instant $t=0$ le petit cube de côté dl défini dans un repère orthonormé direct $R=(O, e_1, e_2, e_3)$.

- Déterminer la matrice du tenseur gradient de la transformation
- Déterminer la matrice du tenseur des dilatations (de Cauchy-green)
- Déterminer la matrice du tenseur des déformations (de Green-Lagrange).
- Déterminer et tracer à l'instant $t=0.1$ sec le transformé de la face ABCD du cube.
- Déterminer la déformation $E(u_0, u_0)$ dans la direction AD.



Exercice N° 3 :

Dans l'espace rapporté au repère (O, e_1, e_2, e_3) un milieu continu occupe à l'instant $t=0$ le domaine

$$-1 < X_1 < +1 \quad -1 < X_2 < +1 \quad 0 < X_3 < 1$$

Le milieu subit une déformation entre l'instant 0 et t telle que la représentation lagrangienne de l'écoulement est donnée par :

$$\begin{aligned} x_1 &= (1+\omega t) X_1 \cos(\omega t) \\ x_2 &= X_2 + (1+\omega t) X_1 \sin(\omega t) \\ x_3 &= X_3 \end{aligned} \quad (\omega \text{ est une constante})$$

Déterminer dans le repère (O, e_1, e_2, e_3) :

- Le tenseur des dilatations (de Cauchy-Green C)
- Le tenseur des déformations (de Green-Lagrange E)
- Le tenseur des déformations linéarisé dans le cas où le paramètre ω est petit.