جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية
وعلوم التسيير
التاريخ: 2023/05/31

مجال العلوم الاقتصادية والتسيير
والعلوم التجارية LMD-SEGC
السنة 2023/2022
المدة: 1سا و 30د

التصحيح النموذجي لامتحان نهاية السداسي في مقياس الإحصاء 02

التمرين الأول: (2.5ن)

عند دراسة ملفات خريجي الجامعة، والمترشحين الى إحدى مسابقات التوظيف، تبين أنهم ينتمون إلى كليات: الاقتصاد (E)، الحقوق (D)، الفيزياء (P) ، بالنسب التالية 50%، 20% ، 30% على الترتيب، وأن نسب حصولهم على تقدير **"جيد جدا"** في مشروع التخرج هي 2%، 3%،7% على الترتيب.
تم اختيار ملف أحد المترشحين بطريقة عشوائية فوُجد أن تقديره **"جيد جدا"** (A)، **المطلوب:** ما هو احتمال أن يكون من كلية الاقتصاد؟

الجواب: (قانون – تطبيق عددي- نتيجة).
حساب احتمال أن يكون المترشح من كلية الاقتصاد علما أن تقديره جيد جدا:

للقيام بذلك **نطبق نظرية بايز ، او قانون الاحتمال السببي ..(0.5ن)**

$$p(E/A)=\frac{p(E\cap A)}{p(A)}=\frac{p(E)\times p(A/E)}{p(E)\times p(A/E)+p(D)\times p(A/D)+p(P)\times p(A/P)}$$

$$=\frac{0.5\times 0.02}{(0.5\times 0.02)+(0.2\times 0.03)+(0.3\times 0.07)}=\frac{0.010}{0.037}=\mathbf{0.2703}\ \dots\dots\dots.(2)$$

التمرين الثاني: (4ن) ....

إذا كان X متغيرا عشوائيا مستمرا، دالة كثافته الاحتمالية f معرفة كما يلي:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{9}x^2\ \dots\dots\dots\dots\dots X\in[0\ ,3]\\ 0\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\ .sinon\end{cases}$$

المطلوب: أحسب كلا من التوقع الرياضي والتباين لهذه الدالة.

الجواب: **(قانون – تطبيق عددي– نتيجة).**

حساب التوقع الرياضي **E(X)** و التباين **V(X)** **.......................(4ن)** (نقطتان لكل واحد)

$$E(X)=\int_0^3 x\,f(x)\,dx=\int_0^3 x\ \frac{1}{9}x^2\,dx=\frac{1}{9}\int_0^3 x^3\,dx=\frac{1}{9}\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^3=\frac{9}{4}=\mathbf{2.25}$$

$$V(X)=\int_0^3 x^2f(x)\,dx-[E(X)]^2=\frac{1}{9}\int_0^3 x^4\,dx-2{,}25^2=\frac{1}{9}\left[\frac{x^5}{5}\right]_0^3-(2{,}25)^2$$

$$=5{,}4-5{,}0625$$
$$=\mathbf{0.3375}.$$

التمرين الثالث: (3ن)..

ليكن X متغيرا عشوائيا يتبع قانون التوزيع الثنائي، حيث: $X \sim B(30\,;0.1)$

1. أحسب احتمال الحصول على 8 حالات نجاح.
2. أحسب كلا من التوقع الرياضي **E(X)** و التباين **V(X)** لهذا التوزيع.

الجواب: **(قانون – تطبيق عددي– نتيجة).**

1. حساب احتمال الحصول على 8 حالات نجاح: ....**(1ن)**

$$p(X=8) = C_N^k (p)^k (q)^{N-k} = C_{30}^8 (0.1)^8 (0.9)^{22} = \frac{30!}{8! \times 22!}(0.1)^8(0.9)^{22} = \mathbf{0.0058}$$

2. حساب كل من التوقع الرياضي **E(X)** والتباين **V(X)** لهذا التوزيع:

– التوقع الرياضي: ....**(1ن)**

$$E(X) = N \times p = 30 \times (0.1) = \mathbf{3}$$

– التباين: ....**(1ن)**

$$V(X) = N \times p \times q = 30 \times (0.1) \times (0.9) = \mathbf{2.7}.$$

التمرين الرابع: (2.5ن) ....

أفادت إحدى الشركات أن فيها 20 موظفا، من بينهم 12 موظفا غير مقيمين في مقر ولاية بسكرة.

سُحبت عينة عشوائية لتشكيل لجنة مكونة من 5 موظفين.

1. ما هو التوزيع الاحتمالي الذي يخضع له عدد الموظفين غير المقيمين في مقر الولاية ضمن هذه العينة؟
2. أحسب احتمال أن نجد أربعة موظفين على الاقل غير مقيمين في مقر الولاية ضمن هذه العينة.

الجواب:

1. التوزيع الاحتمالي الذي يخضع له عدد الموظفين غير المقيمين في مقر الولاية ضمن هذه العينة هو **التوزيع فوق الهندسي** ....**(0.5ن)**. (يكفي ذكر اسم التوزيع)

$$P(X=k) = \frac{C_M^k \times C_{N-M}^{n-k}}{C_N^n}$$

2. حساب احتمال أن نجد أربعة موظفين على الاقل غير مقيمين في مقر الولاية ضمن هذه العينة.

$$P(X \geq 4) = P(X=4) + P(X=5) = \frac{C_{12}^4 \times C_8^1}{C_{20}^5} + \frac{C_{12}^5 \times C_8^0}{C_{20}^5}$$

$$= \frac{\frac{12!}{4! \times 8!} \times \frac{8!}{1! \times 7!}}{\frac{20!}{5! \times 15!}} + \frac{\frac{12!}{5! \times 7!} \times \frac{8!}{0! \times 8!}}{\frac{20!}{5! \times 15!}} = \mathbf{0.2554 + 0.0511}$$

$$= \mathbf{0.3065} \; \dots\dots\dots\dots\dots \; \mathbf{(2)}$$

التمرين الخامس: (3ن)

تحديد **القيمة الناقصة** في كل حالة من الحالات التالية:

حيث تشير α إلى مستوى الدلالة، والذي يقسم على 2 في توزيع ستودنت لأنه متناظر.

$t\ (\alpha = 0{,}01);\ v = 10$). **($t = 3.17$)**	χ^2 (p = 0,975 ; v = 30). ($\alpha = 0{,}025$) **($\chi^2 = 47$)**	F(p ;v1=12 ;v2=7) = 6,47 **p =0.99**
χ^2 (p , v = 20) = 12,4 **(p = 0.10)**	t (p ; v = 8) = 1,40. **(p = 0.90)**	F(p = 0,01 ; v_1=7 ; v_2 =12). $\boldsymbol{F = \frac{1}{F^{12,7}_{0.99}} = \frac{1}{6.47} = 0.15}$

التمرين السادس: (5ن)

إذا كانت درجات طلبة السنة أولى LMD بكلية الاقتصاد في مقياس الإحصاء تتوزع طبيعيا بمتوسط 12 درجة، وانحراف معياري 1.5 درجة. سحبنا طالبا عشوائيا من هؤلاء الطلبة.

1. أحسب احتمال ان نجد نقطته بين 9 و 15 درجة. **(مع التوضيح برسم بسيط)**
2. . أوجد العدد C إذا $p(X \leq C) = 0.95$. **(مع التوضيح برسم بسيط)**
3. ماذا تعني قيمة العدد C باختصار؟

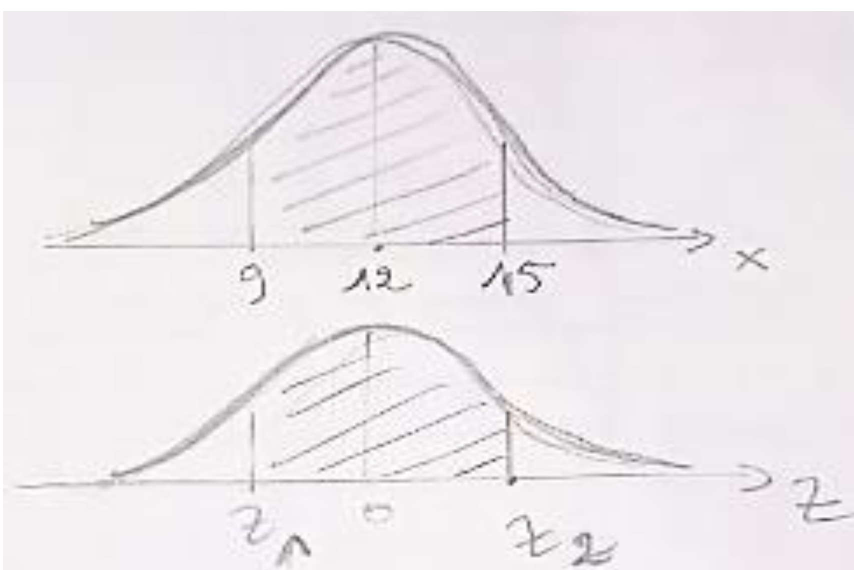
الجواب:

1. حساب $p(9 \leq X \leq 15)$ **(مع التوضيح بالرسم)**

(2ن موزعة كما يلي: 0.5ن لكل قيمة من قيمتي Z ، 0.5ن للنتيجة النهائية، 0.5ن للشكل)

$$P(9 \leq X \leq 15) = P\left(\frac{9-\mu}{\sigma} \leq \frac{X-\mu}{\sigma} \leq \frac{15-\mu}{\sigma}\right) = P\left(\frac{9-12}{1.5} \leq Z \leq \frac{15-12}{1.5}\right)$$

$$= P(-2 \leq Z \leq 2) = 2P(0 \leq Z \leq 2) = 2 \times \mathbf{0.4772} = \mathbf{0.9544}$$



.

2. ايجاد العدد C إذا كان $p(X \le C) = 0.95$. **(مع التوضيح بالرسم)**

$$P(X \le C) = 0.95 = P\left(\frac{X-12}{1.5} \le \frac{C-12}{1.5}\right) = 0.95 = 0.5 + P\left(0 \le Z \le \frac{C-12}{1.5}\right) = 0.95$$

$$\therefore P\left(0 \le Z \le \frac{C-12}{1.5}\right) = 0.45$$

..................(0.5)

ونعلم أن قيمة Z المعيارية المقابلة لقيمة C تحسب على النحو الآتي:

$$Z = \frac{C-\mu}{\delta} \Rightarrow C = Z\delta + \mu$$

من جدول التوزيع الطبيعي نجد أن قيمة Z المطلوبة هي:

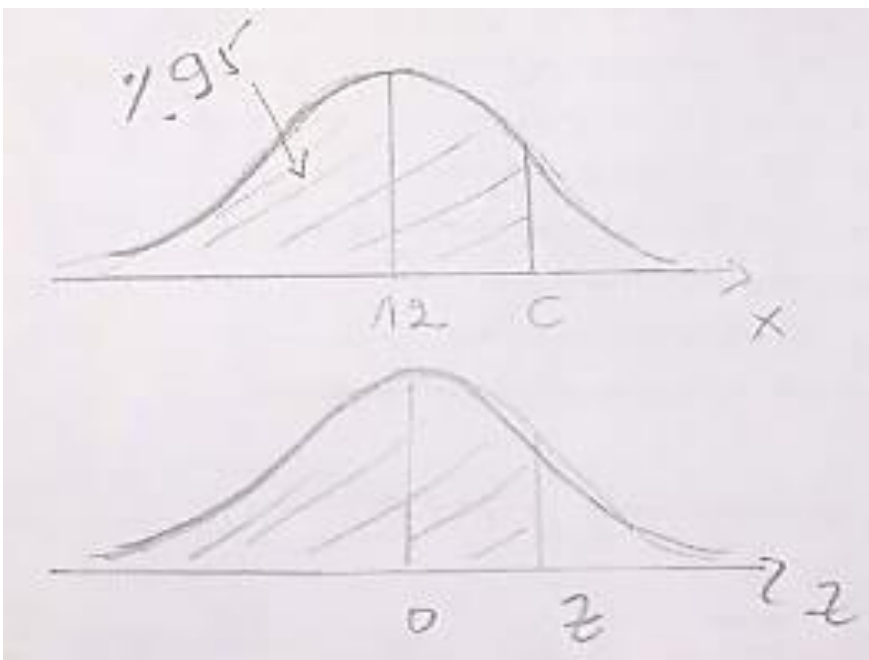
$$Z = \frac{1.64 + 1.65}{2} = \mathbf{1.645} \ldots\ldots\ldots\ldots..(\mathbf{0.5})$$

ملاحظة: الاكتفاء بإحدى هاتين القيمتين دون وسطهما مقبول أيضا.

ومنه:

$$C = Z\delta + \mu = 1.645(1.5) + 12 = \mathbf{14.47} \ldots\ldots..(\mathbf{1})$$

الشكل: **..... (0.5)**



3. تعني هذه القيمة أن 95% من الطلبة نقاطهم أقل من 14.47 أو بعبارة أخرى، احتمال ان نجد طالبا نقطته أقل من 14.47 يساوي 95%. **..... (0.5)**

انتهى.. بالتوفيق............**أسرة المقياس**.