

**1- Théorèmes fondamentaux de l'analyse limites**

M. Albiges et M. Mingasson

**A- Théorème statique**

La charge limite que peut supporter une structure soumise à un système de forces proportionnellement croissant est la borne supérieure de toutes les charges correspondant aux divers champs de contraintes (ou de moments) statiquement admissibles.

**B- Théorème cinématique**

La charge limite que peut supporter une structure soumise à un système de forces proportionnellement croissant est la borne inférieure de toutes les charges correspondant aux divers mécanismes cinématiquement admissibles.

**C- Théorème d'unicité**

Quand il est possible d'associer à un mécanisme cinématiquement admissible, un champ de contraintes (ou de moments) statiquement admissible, la charge limite correspondante est indépendante du mécanisme considéré ; elle constitue la charge limite exacte.

**2- Méthode de calcul**

Nous examinons ici uniquement la méthode cinématique.

**A- Travail des forces extérieures**

Si  $P$  est la charge appliquée au point où le déplacement est  $\delta$ , le travail  $\tau_{\text{ext}}$ , des forces extérieures a pour expression ;

$$\tau_{\text{ext}} = \sum P \cdot \delta.$$

Où la somme est étendue à toutes les charges  $P$  qui agissent sur la dalle.

Si c'est une charge uniformément répartie, si  $p$  désigne l'intensité de la charge,  $dS$  un élément de l'aire  $S$ ,  $\delta$  le déplacement de l'élément  $dS$ , le travail des forces extérieures relatif à cette partie de la dalle a pour expression ;

$$\tau_{\text{ext}} = \iint p \cdot \delta \cdot dS = p \iint \delta \cdot dS$$

Ceci permet d'écrire, si  $G$  est le centre de gravité de l'aire  $S$  et  $\delta_G$  le déplacement de  $G$  ;

$$\tau_{\text{ext}} = p.S.\delta G.$$

Si V désigne le volume balayé par la partie de la dalle considérée, au cours de son déplacement, on peut écrire;

$$\tau_{\text{ext}} = p.V.$$

### B- Travail des forces intérieures

Si  $\theta$  désigne la déviation angulaire au droit d'une rotule plastique ou charnière et m le moment plastique correspondant, le travail des forces intérieures  $\tau_{\text{int}}$  a pour expression ;

$$\tau_{\text{int}} = \int m. \theta. ds.$$

ds, désigne la longueur de l'élément de charnière subissant la déviation  $\theta$  et le moment plastique m et le signe somme étant étendu à l'ensemble des charnières qui constituent le mécanisme de rupture. Dessin charnière figures 78

### 3- Evaluation du travail des forces internes.

Le travail des forces internes développé dans une partie de dalle isotrope, de moment plastique m et tournant de l'angle  $\omega$  autour de son axe de rotation  $\Delta$ , est ainsi égal à celui que l'on obtiendrait pour la charnière (L. R.)  $\Delta$  capable du moment m, tournant de l'angle  $\omega$  et dont la longueur est égale à la projection sur  $\Delta$  des lignes de rupture qui limitent cette partie de dalle. Dessin charnière fig. 81

Soit,  $\theta_i = \omega \cdot \cos \alpha_i$ , donc le travail des forces internes relatif à cette partie de dalle est ;

$$\sum_1^n m. li. \theta_i = \sum_1^n m. \omega. li. \cos \alpha_i = m. \omega \sum_1^n li. \cos \alpha_i$$

$$\sum_1^n m. li. \theta_i = m. \overline{a_0 a_n} \cdot \omega, \quad \text{où} \quad \overline{a_0 a_n} = \sum li. \cos \alpha_i$$

Pour équilibrer la dalle on écrit ;  $\tau_{\text{ext}} = \tau_{\text{int}}$ .

**Exercices. 4 a 5 exercices Albiges.**