Exercice (1)d'application

La mesure d'une même intensité I (mA) a été réalisée par 7 groupes de TP. Les résultats figurent dans le tableau suivant :

Groupe	1	2	3	4	5	6	7
I (mA)	119,0	120,3	118,2	119,7	118,5	125,2	117,9

1) Rentrer les valeurs du tableau dans votre calculatrice en mode statistique
2) À l'aide de votre calculatrice, calculer la valeur moyenne de 'l'intensité : I = …….
3) À l'aide de votre calculatrice, calculer l'écart-type : σ_{n-1} = ………..
4) Calculer l'incertitude absolue ΔI, en utilisant la formule $\Delta I = \frac{k\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$ avec un niveau de confiance de 95 %
5) Écrire le résultat de cette mesure sous la forme : $I = \bar{I} \pm \Delta I$ avec un niveau de confiance de 95 %
6) Écrire le résultat de la mesure sous la même forme que précédemment avec un niveau de confiance de 99 %

Remarque :

- *Lors d'une série de mesures expérimentale, il arrive que l'on obtienne des mesures aberrantes (très éloignées de la valeur moyenne). Dans ce cas, il est judicieux d'éliminer cette mesure du tableau de valeurs*

On peut considérer qu'une mesure est aberrante si elle s'écarte de plus de $2_{\sigma_{-1}}$
De sa valeur Moyenne

7) appliquant la règle du « rejet à plus de *2* σ_{n-1} », quelle valeur du tableau peut-on rejeter ?
8) En éliminant cette valeur, exprimer le nouveau résultat de la mesure sous la forme : $I = \bar{I} \pm \Delta I$ avec un niveau de confiance de 95 %.
9) Calculer alors l'incertitude relative sur la mesure de I avec un niveau de confiance de 95 %

Correction de l'exercice 1 d'application :

La mesure d'une même intensité I (mA) a été réalisée par 7 groupes de TP. Les résultats figurent dans le tableau suivant :

Groupe	1	2	3	4	5	6	7
I (mA)	119,0	120,3	118,2	119,7	118,5	125,2	117,9

1) Rentrer les valeurs du tableau dans votre calculatrice en mode statistique

Attention: l'écart type de la calculatrice n'est pas l'écart type expérimental, en effet :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - x)^2}{n}} \neq \sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - x)^2}{n-1}}$$

$$\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sigma 2 \times n}{n-1}}$$

2) À l'aide de votre calculatrice, calculer la valeur moyenne de l'intensité : $\bar{I} = 119{,}829$ mA
3) À l'aide de votre calculatrice, calculer l'écart-type :

$$\sigma = 2{,}327 \text{ mA}$$

$$\text{donc:} \quad \sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{2{,}3272 \times 7}{6}} \approx 2{,}514 \text{ mA}$$

$$\Delta I = \frac{2}{\sqrt{7}} \times 2{,}514 \approx 1{,}900 \text{ mA}$$

4) Calculer l'incertitude absolue ΔI, en utilisant la formule $\Delta I = \frac{k\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$ avec un niveau de confiance de 95 %
5) Écrire le résultat de cette mesure sous la forme : $I = \bar{I} \pm \Delta I$ avec un niveau de confiance de 95 %

$$I = (119{,}8 \pm 1{,}9) \text{ mA}$$

6) Écrire le résultat de la mesure sous la même forme que précédemment avec un niveau de confiance de 99 %
Avec un niveau de confiance de 99%, on a $\Delta I = \frac{3}{\sqrt{7}} \times 2{,}5 \approx 2{,}8$ mA donc $I = (119{,}8 \pm 2{,}8)$ mA

Remarque :

Lors d'une série de mesures expérimentale, il arrive que l'on obtienne des mesures aberrantes (très éloignées de la valeur moyenne). Dans ce cas, il est judicieux d'éliminer cette mesure du tableau de valeurs .
On peut considérer qu'une mesure est aberrante si elle s'écarte de plus de 2 σ_{n-1} de la valeur moyenne.

7) En appliquant la règle du « rejet à plus de $2\ \sigma_{n-1}$ », quelle valeur du tableau peut-on rejeter ?

$2\ \sigma_{n-1} = 2 \times 2,5 = 5,028$ mA alors

$$\bar{I} - 2\ \sigma_{n-1} = 119,829 - 5 = 114,829 \text{ mA}$$
$$\bar{I} + 2\ \sigma_{n-1} = 119,829 + 5 = 124,829 \text{ mA}$$

On rejette 125,2 > 124,829 mA

8) En éliminant cette valeur, exprimer le nouveau résultat de la mesure sous la forme : $I = \bar{I} \pm \Delta I$ avec un niveau de confiance de 95%.

$\bar{I} = (119,0+120,3+118,2+119,7+118,5+117,9) / 6$

$\bar{I} = 118,933$ mA

On obtient : $\sigma = 0,842$ mA donc $\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{0,82 \times 6}{5}} \approx 0,922$ mA et $\Delta I = \frac{2}{\sqrt{6}} \times 0,9 \approx 0,752$ mA

$$I = (118,93 \pm 0,75) \text{ mA}$$

9) Calculer alors l'incertitude relative sur la mesure de I avec un niveau de confiance de 95%

$$\frac{\Delta I}{I} = 0,752/118,933 \approx 0,633\ \%$$