Chapitre V:
Calcul des pièces fléchies

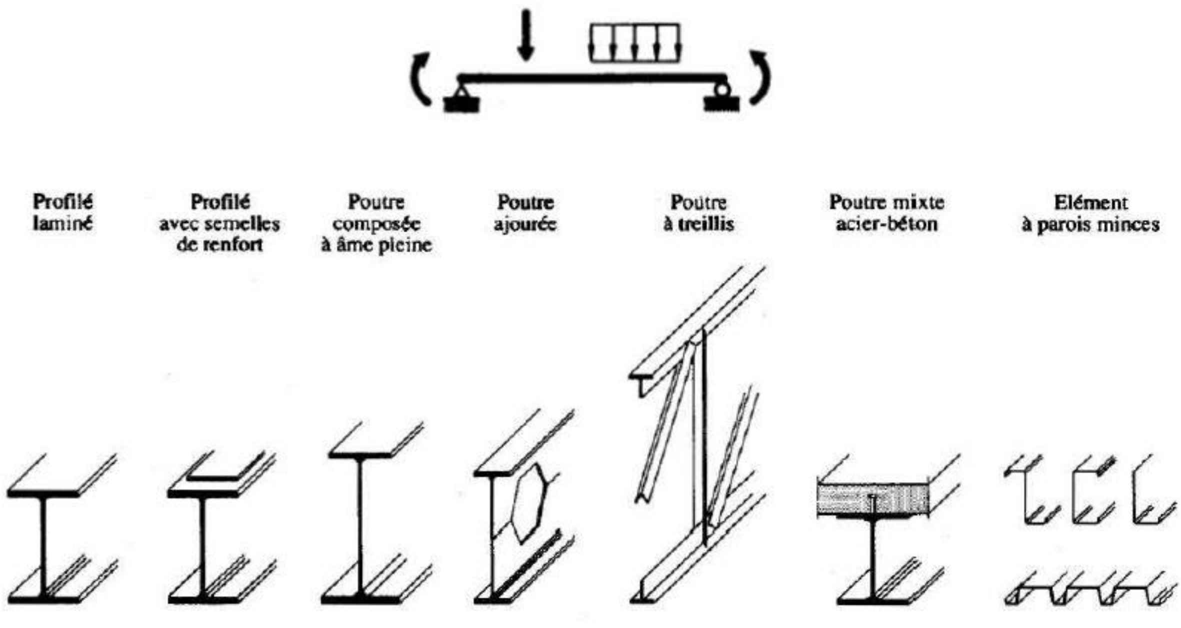
V.1 Introduction

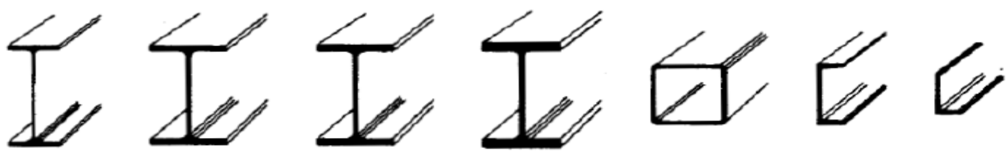
Dans les structures métalliques les planchers sont généralement supportés par un système de poutres placées horizontalement et qui constitué de : Poutres principales; poutres secondaires; pannes (solives).

Ces éléments travaillant à la flexion peuvent se présenter sous forme de poutres isostatiques (simplement appuyées ou porte à faux) ou hyperstatique (poutres continues ou poutres de cadres). Dont le dimensionnement se fait avec la valeur maximale du moment fléchissant Msd,y.

V.2 Principaux types de profilés laminés utilisés en flexion

Les éléments fléchis utilisés en construction métallique sont de divers types selon leur destination, utilisation et leur disposition en plan et en élévation. Ils peuvent être fabriqués à partir de profilés laminés (IPE, IPN et H) de profile reconstitué soudé et de treillis. Ils peuvent avoir une âme pleine, à treillis ou en caisson, leurs sections peuvent être constantes ou variables.





IPE ou IPN | HEA , HEB ou HEM | Tube rectangulaire | U | Cornière

V.3 Flexion simple (uni axiale)

V.3.1Résistance de la section transversale sous moment fléchissant seul:

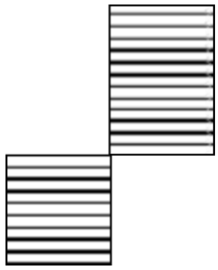
En absence de l'effort tranchant, La valeur de calcul du moment de flexion MEd dans chaque section transversale sans trous de fixation doit satisfaire la condition suivante:

M Ed ≤ M c,Rd

Compte tenu de la notion de classes de sections définie précédemment, la valeur de calcul de la résistance à la flexion pure par rapport à l'un des axes principaux de la section, McRd, sera déterminée comme suit :

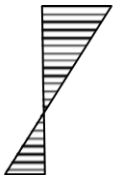
pour les classes 1 et 2, c'est la valeur de calcul de la résistance plastique de la section brute :

McRd= Mpl,Rd= Wpl×Fy/γM0



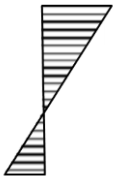
Pour une classe 3, c'est la valeur de calcul de la résistance élastique de la section brute :

McRD= Mel,Rd= Wel×Fy/γM0



Pour une classe 4, c'est la valeur de calcul de la résistance élastique de la section efficace :

McRD= Meff,Rd= Weff×Fy/γM0



où : **$W_{pl,y}$**: représente le module de flexion plastique de la section transversale brute ;

$W_{él,y}$: représente le module de flexion élastique correspondant à la fibre la plus sollicitée de la section transversale brute ;

$W_{eff,min}$: représente le module de flexion élastique correspondant à la fibre la plus sollicitée de la section transversale efficace (réduite à cause du voilement local) ;

F_y: représente la limite élastique de l'acier ;

γ_{M0}: représente le coefficient partiel de sécurité pour l'acier.

Remarques

Les trous de fixation dans la semelle tendue peuvent être ignorés sous réserve que pour la semelle tendue,

$$0.9 \cdot A_{net}/A_f \geq F_y/F_u \times \gamma_{M2}/\gamma_{M0}$$

où A_f est l'aire de la semelle tendue : c'est la condition de ductilité de la semelle tendue.

V.3.2 Vérification au cisaillement (l'effort tranchant Vsd)

V.3.2.1 Résistance de la section transversale

La valeur de calcul de l'effort tranchant V_{sd} dans chaque section transversale doit satisfaire la condition :

$$V_{sd} \leq V_{c,Rd}$$

où **V_{cRd}** est la valeur de calcul de la résistance au cisaillement, égale à la résistance plastique au cisaillement **V_{plRd}** ou à la résistance élastique au cisaillement calculée sur base d'une distribution élastique des contraintes.

Compte tenu des observations effectuées sur la distribution élastique des contraintes de cisaillement, il est logique d'admettre qu'une section en I, H, ou U périra par cisaillement plastique, sous un effort tranchant ultime parallèle à son âme et en l'absence de voilement par cisaillement, lorsqu'il règnera dans toute la zone de cette âme, une contrainte égale à la limite élastique au cisaillement de l'acier.

$$V_{plRd} = A_v \times \tau_y / Y_{M0} \qquad \text{avec: } \tau_y = f_y / 3$$

Donc: **$V_{pl,Rd} = A_v \times F_y / \gamma_{M0} . 3$**

avec **$A_{v,z}$** : l'aire de cisaillement

L'aire de cisaillement $A_{v,z}$ dépend de la forme de la section transversale et de la direction de l'effort : l'EC3 propose les formules suivantes :

Tableau V.1: L'aire de cisaillement Av,z

Profils en I et H	Laminés	Effort tranchant parallèle à l'âme	$A-2bt_f+(t_w+2r)t_f \geq (h-2t_f)t_w$
Profils en I et H ou en caisson	Reconstitués soudés	Effort tranchant parallèle à l'âme	$\sum(h_w t_w)$
Profils en I et H	Laminés	Effort tranchant parallèle aux semelles	$2bt_f+(t_w+r)t_w$
Profils en I, H, U ou en caisson	Reconstitués soudés	Effort tranchant parallèle aux semelles	$A-\sum(h_w t_w)$
Profils en U laminés		Effort tranchant parallèle à l'âme	$A-2bt_f+(t_w+r)t_f$
Profils en T laminés		Effort tranchant parallèle à l'âme	$0,9(A-bt_f)$
Profils creux rectangulaires laminés d'épaisseur uniforme		Effort tranchant parallèle à la hauteur	$Ah/(b+h)$
		Effort tranchant parallèle à la largeur	$Ab/(b+h)$
Profils creux circulaires et tubes d'épaisseur uniforme			$2A/\pi$

V.3.3 Interaction flexion – cisaillement

V.3.3.1 Résistance d'une section au moment fléchissant et à l'effort tranchant (M+V)

Dans plusieurs cas, on rencontre des poutres qui sont simultanément sollicitées en flexion maximale et en cisaillement dans un même point, on cite par exemple

- Une poutre console
- Une poutre entièrement ou partiellement encastrée sur un ou deux bords.

- Une poutre chargée par une ou plusieurs forces concentrées.
- Une poutre continue dont parfois les sections d'appuis sont soumises à des extremums d'effort tranchant et de moment fléchissant.

La vérification de ces cas consiste si l'effort tranchant est important, dépassant la moitié de l'effort tranchant plastique, il faut prendre en compte son interaction sur le moment résistant plastique, soit : Si: **$V_{sd} \leq 0.5\ V_{pl,Rd}$ (CV)**

alors la condition de résistance est: **$M_{sd,y} \leq M_{c,Rd}$**

Si **V_{sd}** > **$0.5\ V_{pl,Rd}$** alors la condition de résistance à vérifier est :

$M_{sd,y} \leq M_{v,Rd}$

Avec:

Mc.Rd: Moment résistant

Mv,Rd: Moment résistant plastique réduit du fait de l'effort tranchant, déterminé en utilisant une limite d'élasticité réduite **$f_{red} = (1-\rho)f_y$**

pour l'aire de cisaillement seule Avec: **$\rho = [2\ V_{sd}/V_{pl}-1]^2$**

Pour les sections transversales à semelles égales et fléchies suivant l'axe de forte inertie obtient pour Mv,Rd:

$M_{v,Rd} = [W_{pl,y} - \rho.\ (A_v)^2/4t_w].F_y/\gamma_{M0}$

V.4 Classification des sections transversales

Les sections transversales sont répertoriées en 4 classes par l'E.C.3. Ce classement est effectué selon des critères divers :

- élancements des parois,
- résistance de calcul,
- capacité de rotation plastique,
- risque de voilement local, etc…

Le fait de déterminer la classe d'une section permet d'avoir des renseignements sur son comportement et sa résistance et donc permet de choisir la méthode de calcul adaptée.

Classe	Méthode de calcul
1	Plastique (autorisant la formation d'une rotule plastique)
2	Plastique (pas de rotule)
3	Elastique sur section complète
4	Elastique sur section efficace

V.5 Flexion composée seule (M + N) :

Le moment fléchissant doit vérifier :

$$\boxed{M \leq M_N}$$

$$N > Min \left| \begin{array}{l} 0.25N \\ 0.50A_w.f_y \end{array} \right.$$

Classes 1 et 2	$M < M_N = M_{pl}$
Classes 3	$M < M_N = M_{el}$
Classes 4	$M < M_N = M_{eff}$

Classes 1 et 2	$M_{Ny} = M_{ply}\left[\dfrac{1-n}{1-0.5a}\right]$ $M_{Nz} = M_{plz}\left[1-\left(\dfrac{n-a}{1-a}\right)^2\right]$
Classes 3	$\dfrac{N}{A.f_y}+\dfrac{M_y}{M_{ely}}+\dfrac{M_z}{M_{elz}} \leq \gamma_{M0}$
Classes 4	$\dfrac{N}{A_{eff}.f_y}+\dfrac{M_y+N.e_y}{M_{eff\,y}}+\dfrac{M_z+N.e_z}{M_{eff\,z}} \leq \gamma_{M1}$

$$\boxed{A_w = A - 2bt_f} \qquad \boxed{a = \min\left\{\frac{A_w}{A};0.5\right\}} \qquad \boxed{n = \frac{N}{N_{pl}}}$$

V.6 Moment de flexion, effort tranchant et effort axial (M + V + N)

Lorsque l'effort tranchant dépasse la moitié de l'effort tranchant résistant plastique, il faut prendre en compte son effet, ainsi que celui de l'effort axial, pour calculer le moment résistant plastique réduit.

- Si $V < 0.5\ V_{pl}$ résistance de calcul sous (M) ou (M+N).

- Si $V \geq 0.5\ V_{pl}$ la résistance de calcul de la section transversale combinaisons de moment et effort axial doit être calculée en utilisant une limite d'élasticité réduite f_{red} pour l'aire de cisaillement A_v.

Avec : $f_{red} = (1-\rho).f_y \quad \text{et} \quad \rho = \left(\frac{2V}{V_{pl}} - 1 \right)^2$

V.7 Flexion déviée

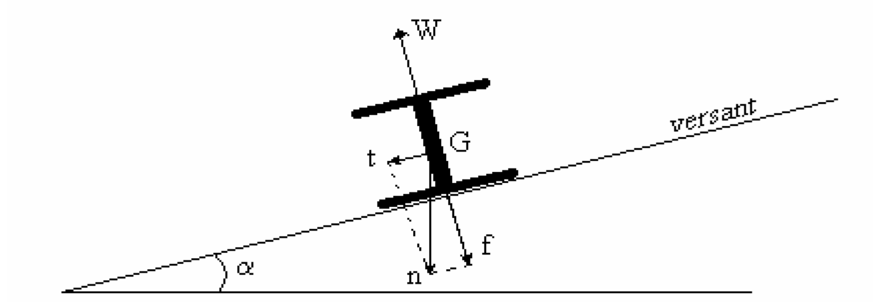


Figure V.1: Panne sur versant incliné [11]

La flexion bi-axiale, dite aussi gauche ou déviée, est définie comme étant la flexion par rapport à un axe autre qu'un des axes principaux d'inertie de la section. Le moment sollicitant M_{sd} sera alors décomposé selon les deux axes y et z en deux moments composants : $M_{y,sd}$ et $M_{z,sd}$ et la fibre neutre sera oblique par rapport aux axes principaux.

Dans ce cas, un calcul élastique se basera sur la superposition des contraintes normales provenant de chacun des moments séparément,

Le critère de résistance consistera alors, tout simplement, à limiter la plus grande contrainte ainsi obtenue au point le plus critique de la section, à la valeur de calcul de la limite élastique de l'acier:

V.7.1 Calcul en élasticité (sections de classe 3)

- Les moments de flexion maximaux sont : M_y et M_z
- Les contraintes de flexion sont : $\sigma_{fy} = \frac{M_y}{W_y} \quad \text{et} \quad \sigma_z = \frac{M_z}{W_z}$
- On vérifie que : $\sigma_{fy} + \sigma_{fz} \leq f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_0}$
- On vérifie la condition de flèche : $f \leq \frac{L}{200}$

En cas d'effort axial N, il faut vérifier que :

$$\left(\frac{N}{A.f_{yd}} \right) + \left(\frac{M}{W_y.f_{yd}} \right) + \left(\frac{M}{W_z.f_{zd}} \right) \leq 1$$

V.7.2 Calcul en plasticité (sections de classes 1 et 2)

S'agissant de flexion déviée (bi-axiale), il faut vérifier que :

$$\boxed{\left[\frac{M_{y,Ed}}{M_{pl,y,Rd}}\right]^{\alpha} + \left[\frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}}\right]^{\beta} \leq 1}$$

Où α et β sont des constantes :

	α	β
Du côté de la sécurité	1	1
Section en I et H	2	$5n \geq 1$
Tubes circulaires	2	2

Où $M_{pl,y,Rd}$ et $M_{pl,z,Rd}$ sont les moments résistants plastiques de calcul de la section, respectivement, autour des axes y-y et z-z et où α et β ont les valeurs suivantes en fonction de la forme des sections :

α = 2 et β=1 pour les sections en I ou H ;

α = 2 et β=2 pour les sections creuses circulaires ;

α = 1,66 et β=1,66 pour les sections creuses rectangulaires.

V.8 Exercices d'application

Exercice1:

Vérifier la résistance d'une poutre constituée d'un profilé laminé IPE400 en acier S235, sollicitée par : Qult= 20 KN/m, L= 8m, La section proposée est de classe1 en flexion seule.

Solution Exercice 1:

- **Détermination la classe du profilé:**

Classe de l'âme:

d/tw = 331/8.6= 38.48 <72. ε avec ε= √235/Fy donc ε=1

38.48 <72 (CV) donc l'âme de classe1

<u>Classe de la semelle:</u>

C/tf= 90/13.5= 6.66 < 10 (CV) donc la semelle de classe1

Donc la section du profilé de classe1

- **Vérification de la condition de cisaillement:**

Vsd ≤ 0.5 Vpl,Rd

Vsd= Tmax= q.L/2 = 20. 8/2= 80 KN

Vpl,Rd= Av,z ×Fy/γM0. √3

IPE400 on a Av,z= 42.73×10^2 mm^2

Vpl,Rd= 42.73×10^2×235/ 1.1×√3= 527.05KN

0.5 Vpl,Rd= 263.52KN

Vsd= 80KN < 0.5 Vpl,Rd= 263.52KN (CV) alors la condition de résistance à vérifier est:

Msd,y ≤ Mc,Rd
Msd,y= Mmax=q.L^2/8=160KN.m

Classe1 donc McRd= Mpl,Rd= Wpl×Fy/γM0 = 1307×10^3×235/1.1= 279.22$10^6$ N.mm

Msd,y= 160KN.m < Mc,Rd = 279.22 KN.m (CV)

La poutre résiste selon EC3 et CCM97
<u>Exercice2</u>:

Dimensionnez la poutre en profile IPE (le type du profilé), avec pris en considération le poids propre de la poutre (G), L=8m, qult= 80KN (charge concentrée au milieu), S235.

<u>Solution exercice 2:</u>

On propose que la classe de profilé c'est la classe1

Mc,Rd = Wpl,y×Fy/γM0 ≥ Ms,dy donc Wpl,y ≥ Ms,dy. γM0/Fy

Ms,dy = Mmax = q.L/4= 80.8/4= 160 KN.m

Wpl,y ≥ 160 ×10^3×10^3×1.1/235= 748,93×10^3 mm^3

D'après les tableaux des profilés IPE on a Wpl,y= 804.3 ×10^3 mm^3le type du profilé est IPE330

- **Vérification de la classe:**

Classe de l'âme:

$d/tw = 271/7.5 = 36.13 < 72.\ \varepsilon$ avec $\varepsilon = \sqrt{235/Fy}$ donc $\varepsilon=1$

$36.13 < 72$ (CV) donc l'âme de classe1

Classe de la semelle:

$C/tf = 80/11.5 = 6.95 < 10$ (CV) donc la semelle de classe1

Donc la section du profilé IPE330 de classe1

- **Vérification de la condition de cisaillement:**

$Vsd \leq 0.5\ Vpl,Rd$

$Vsd = Tmax = q/2 + 1.35\ .G.L/2 = 80/2+1.35.\ 0.49.8/2 = 42.64KN$

$Vpl,Rd = Av,z \times Fy/\gamma M0.\ \sqrt{3}$

IPE330 on a $Av,z = 30.81\times10^2\ mm^2$

$Vpl,Rd = 30.81\times10^2\times235/\ 1.1\times\sqrt{3} = 380.01KN$

$0.5\ Vpl,Rd = 190.005KN$

$Vsd = 42.64KN < 0.5\ Vpl,Rd = 190.005KN$ (CV) alors la condition de résistance à vérifier est:
$Msd,y = 160\ KN.m \leq Mc,Rd = 804.3\times10^3\times235/1.1 = 171.82\ KN.m$ (CV)

Exercice3 :

Soit une poutre solive simplement appuyée, appartenant à un plancher à usage d'habitation. Cette poutre uniformément chargée a une portée L= 4m.

- La charge permanente G=11 KN/m
- La charge d'exploitation Q= 21KN/m
- La nuance de l'acier utilisé est S235

1/ Calculer le moment maximum sollicitant la poutre à l'état limite ultime.

2/Dimensionnez la poutre en profile IPE à l'état limite ultime.

Solution exercice 3:

1/ Le moment maximum sollicitant la poutre à ELU

- **La charge de la poutre à ELU:**

q_u= 1.35 G+ 1.5 Q = 1.35 11+ 1.5 21= 46.35KN/m

- **Le moment maximum à ELU**

$M_{max} = q_u.L^2/8 = 46.35.4^2/8 = 92.7$ KN.m

2/ Dimensionnement du profilé à ELU

$M_{sd} \leq M_{c,Rd}$

On propose que la classe de profilé c'est classe1

$M_{c,Rd} = W_{pl,y} \times F_y/\gamma_{M0} \geq M_{s,dy}$ donc $W_{pl,y} \geq M_{s,dy}.\ \gamma_{M0}/F_y$

$W_{pl,y} \geq 92.7 \times 10^6 \times 1.1/235 = 433{,}91 \times 10^3 mm^3$. D'après les tableaux des profilés IPE on a : $W_{pl,y} = 484 \times 10^3 mm^3$ le type du profilé en IPE270

<u>Exercice4</u> :

Vérifier la résistance d'une poutre constituée d'un profilé laminé IPE270 en acier S235, sollicitée par : My,sd= 90 KN.m ; Vsd= 210KN. La section proposée est de classe1 en flexion seule.

<u>Solution exercice 4:</u>

- **Vérification de la condition de cisaillement:**

$V_{sd} \leq 0.5\ V_{pl,Rd}$

V_{sd}= 210KN

$V_{pl,Rd} = A_{v,z} \times F_y/\gamma_{M0}.\ \sqrt{3}$

IPE270 donc $A_{v,z} = 22.14 \times 10^2 mm^2$

$V_{pl,Rd} = 22.14 \times 10^2 \times 235/1.1 \times \sqrt{3} = 273{,}08$ KN

V_{sd}= 210KN > 0.5 ×273,08= 136,54KN (CNV) alors la condition de résistance à vérifier est :

$M_{sd,y} \leq M_{v,Rd}$

$M_{v,Rd} = [W_{pl,y} - \rho.\ (A_v)^2/4t_w].F_y/\gamma_{M0}$ avec $\rho = [2\ V_{sd}/V_{pl} - 1]^2$

$\rho = [2 \times 210/273{,}08 - 1]^2 = 0{,}289$

$M_{v,Rd} = [484 \times 10^3 - 0{,}289 \times (22.14 \times 10^2)^2/4 \times 6.6] \times 235/1.1 = 91{,}93$ KN.m

$M_{sd,y}$ =90KN.m < $M_{v,Rd}$= 91,93 KN.m (CV)

La résistance de la section en flexion simple est donc vérifiée

<u>Exercice5</u> :

Soit des pannes isostatiques en IPE200 supportées par des fermes espacées de 10m, ayant un versant de α= 11.3°. Si la charge maximale ultime sur une panne est q= 250 daN/m (y compris le poids propre du profilé). La nuance de l'acier utilisé est E24.

1/ Calculez les moments maximums sollicitant la poutre.

2/ Vérifier la résistance de la poutre selon RDM et selon EC3 et CCM97.

<u>Solution exercice 5</u>:

1/ Les moments maximums sollicitant la poutre:

$M_y = q_z . L^2/8$; $M_z = q_y . L^2/8$

$q_z = q. \cos\alpha$; $q_y = q. \sin\alpha$

$M_y = q. \cos\alpha. L^2/8 = 250\times \cos 11.3\times 10^2/8 = 3064.31$ daN.m

$M_z = q. \sin\alpha. L^2/8 = 250\times\sin 11.3\times10^2/8 = 612.33$ daN.m

2/ Vérification de la résistance de la poutre selon RDM

Les pannes travaillent à la flexion déviée

$\sigma fd \leq [\sigma]$

$\sigma fd = \sigma fy + \sigma fz \leq [\sigma]$

$M_y/W_{el,y} + M_z/W_{el,z} \leq [\sigma]$

$3064.31\times10^3/194.3\times10^3 + 612.33\times10^3/28,48\times10^3$

15.76 + 21.5= 37.26 daN/mm² >[σ]= 24daN/mm² (CNV) on change les caractéristiques géométriques on ajoutant un appui intermédiaire (lierne) à L/2 selon l'axe zz

$\sigma fz' = M_z/4.W_{el,z} = 5.37$ daN/mm²

$\sigma fd = 15.76 + 5.37 = 21.13$ daN/mm² < [σ]= 24daN/mm² (CV)

3/ Vérification de la résistance de la poutre selon EC3 et CCM97

$$\boxed{\left[\frac{M_{y,sd}}{M_{pl,y,Rd}}\right]^{\alpha}+\left[\frac{M_{z,sd}}{M_{pl,z,Rd}}\right]^{\beta}\leq 1}$$

Condition de résistance à la flexion déviée selon EC3 et CCM97

$M_{sd,y}$= 3064.31 daN.m; $M_{sd,z}$= 612.33 daN.m

$M_{pl,y,Rd}$= $W_{pl,y}$ ×F_y= 220.6×10^3×240 = 52,944 KN.m

$M_{pl,z,Rd}$= $W_{pl,z}$ ×F_y= 44.61 ×10^3×240 = 10,706 KN.m

α = 2 et β=1 pour les sections en I ou H

0,3349 + 0,5719= 0,906 < 1 (CV)